3.1 Тема. Биномиальное распределение

Цель. Знакомство с характером биномиального распределения, биномиальные коэффициенты.

Распределение членов совокупности по альтернативным признакам называется биномиальным. Оно отражает распределение особей по дискретным (прерывистым) признакам). Характеристикой биномиального распределения служат средняя арифметическая варьирующего признака:

$$\overline{X} = \frac{\sum x \times p}{n}, \quad (29)$$

и среднее квадратическое отклонение

$$\sigma = \sqrt{R \times p \times q}, \quad (30)$$

где n – объем выборки; R – число субвыборок; p и q – частоты появления каждого альтернативного признака; x – показатель числа классов альтернативного признака.

При биномиальном распределении частоты (вероятности) появления данного альтернативного признака учитываются, как и при распределении Пуассона, на независимых друг от друга субвыборках. Вероятность появления признака A_1 обозначим p, а вероятность появления признака противоположного (альтернативного) состояния A_2–q. Закон биномиального распределения выражается формулой $(p+q)^R$. Коэффициенты расположения бинома будут указывать на вероятность альтернативного признака; их можно определить, используя треугольник Паскаля, в котором каждая цифра получается суммированием двух стоящих над ней.

Из треугольника Паскаля следует, что коэффициенты бинома начинаются с единицы и закономерно возрастают до определенного предела, а затем в такой же последовательности уменьшаются до единицы; для каждой степени бинома общее число коэффициентов равно n+1; сумма всех биномиальных коэффициентов для любой степени бинома равна 2^R.

Таким образом, характер биномиального распределения не изменится от того, как будут выражены результаты испытаний – в значениях вероятности или в абсолютных значениях частоты ожидаемого результата. В том и другом случае закон распределения выражает зависимость между частотой ожидаемого результата и числом независимых испытаний, проведенных в отношении данного события А, причем частота появления ожидаемого события в n независимых испытаний определяется его вероятностью, которая остается постоянной в каждом отдельном испытании.

Таблица 3.1.1

n	Биномиальные коэффициенты	2^R
	1	
1	1 1	2
2	1 2 1	4
3	1 3 3 1	8
4	1 4 6 4 1	16
5	1 5 10 10 5 1	32
6	1 6 15 20 15 6 1	64
7	1 7 21 35 35 21 7 1	128
8	1 8 28 56 70 56 28 8 1	256
9	1 9 36 84 126 126 84 36 9 1	512
10	1 10 25 120 210 252 210 120 45 10 1	1024

Для расчета теоретических частот по биномиальному закону служит следующая формула:

$$P=N(p+q)^{n-1} \text{ или } p= 100(qpK), \qquad (31)$$

p – эмпирическая вероятность, или доля среднего результата, определяемая по формуле $p=\frac{\overline{m}}{n-1}$, где $\overline{m}=\frac{\sum mp_i}{N}$ - средняя арифметическая, а $N=\sum p_i$ - сумма частот эмпирического ряда, или объем выборки; q=1-p, а К – соответствующий коэффициент биномиального ряда $(1+1)^{n-1}$.

Задание 1. Проверьте соответствует ли эмпирическое распределение дискретно варьирующего признака биномиальному закону:

m……	0	1	2	3	4
p…….	6	24	38	25	7.

Задание 2. Проверьте соответствует ли эмпирическое распределение дискретно варьирующего признака биномиальному закону:

m……	10	20	30	40	50	60	70	80	90
p…….	28	93	186	148	176	102	74	46	28

Контрольные вопросы.

1. Что вы знаете о правилах сложения и умножения вероятностей?
2. Как выражается закон биномиального распределения?
3. Как можно получить биномиальные коэффициенты?