

3.3. Тема. Нормальное распределение

Цель. Знакомство с законом нормального распределения.

Вероятность P любого значения (x_i) непрерывно распределяющейся случайной величины X находится в интервале от x_0 до x_0+dx (dx – величина, определяющая ширину интервала):

$$P(x_i) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \times e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i-\mu}{\sigma}\right)^2} dx \quad (34)$$

В этой формуле $e=2,7183\dots$ - основание натуральных логарифмов; σ – стандартное отклонение, характеризующее степень рассеяния значений (x_i) случайной величины X вокруг генеральной средней μ , называемой математическим ожиданием. В показатель степени числа e входит нормированное отклонение $t = \frac{x_i - \mu}{\sigma}$.

Закон нормального распределения, или просто нормальный закон, описываемый формулой Гаусса-Лапласа, выражает функциональную связь между вероятностью $P(X_i)$ и нормированным отклонением t . Он утверждает, что вероятность отклонения любой варианты (x_i) от центра распределения μ , где $x_i - \mu = 0$, определяется функцией нормированного отклонения t . Графически эта функция выражается в виде кривой вероятности, называемой нормальной кривой. Положение этой кривой полностью определяется двумя параметрами: средней величиной или математическим ожиданием (μ) и стандартным отклонением (σ), характеризующим варьирование отдельных значений случайной величины вокруг центра распределения μ . В зависимости от величины σ форма нормальной кривой может быть и пологой (при большой величине σ) и более или менее крутой (при небольшой величине σ). Во всех случаях нормальная кривая строго симметрична относительно центра распределения и сохраняет правильную колоколообразную форму.

Нормальное распределение полностью характеризуется двумя параметрами: средней величиной или математическим ожиданием (μ) и дисперсией случайной величины X (σ_x^2). Математическое ожидание дискретной случайной величины равно сумме произведений отдельных значений этой величины на их вероятности:

$$\mu(x) = \sum x_i p_i.$$

Пример. Из 80 контрольных работ, представленных студентами, 20 работ оценены баллом 5; 35 получили оценку 4, а остальные 25 работ оценены баллом 3. Определите средний балл оценки работ. Составим

таблицу значений случайной величины X с их частотами, которые принимаем за вероятности этих значений:

X	5	4	3
$P(X)$	20/80	35/80	25/80

Отсюда $\mu(x)=5 \cdot 0,2500+4 \cdot 0,4375+3 \cdot 0,3125=3,9375=4$ балла.

Для нормального распределения характерно совпадение по абсолютной величине средней арифметической, медианы и моды. Равенство этих показателей указывает на нормальность распределения случайной величины. Для нормального распределения характерно также то, что на равные интервалы, измеряемые нормированным отклонением от центра распределения, приходится равное число вариантов.

Задание 1. В одном из универмагов было продано 122 пары мужской обуви. Размеры проданной обуви распределились следующим образом:

Размеры обуви (x).....	37	38	39	40	41	42	43	44
Продано пар (p).....	1	4	14	37	35	20	8	3

Проверьте, следует ли это распределение нормальному закону.

Задание 2. В опыте Иста гибриды первого поколения я, полученные от скрещивания чистых линий кукурузы, распределились по длине початков следующим образом:

Длина початков, см (x).....	9	10	11	12	13	14	15
Число случаев (p).....	1	12	12	14	17	9	4

Следует ли это распределение нормальному закону?

Контрольные вопросы.

1. Что такое случайные величины?
2. Дайте характеристику параметрам нормального распределения.
3. В чем заключается закон нормального распределения?