

6.3 Тема. Вычисление дисперсии двухфакторного комплекса при малой выборке

Цель. Знакомство с методами вычисления дисперсии двухфакторного комплекса при малочисленной выборке

Дисперсия признака вызывается не только влиянием одного и другого факторов, но и их совместным действием на варьирующий признак факторов А и В. Поэтому дисперсионный анализ двухфакторного комплекса должен выявить дисперсию C_y , C_x , C_A , C_B , C_z , а также дисперсию совместного влияния факторов C_{AB} .

Формулы этих дисперсий следующие:

Общей дисперсии: $C_y = \sum v^2 - H$, где $H = \frac{(\sum v)^2}{n}$;

Общесфакториальной дисперсии: $C_x = \sum h - H$;

Дисперсии от фактора А: $C_A = \sum h_A - H$;

Дисперсии от фактора В: $C_B = \sum h_B - H$;

Дисперсии от факторов АВ: $C_{AB} = C_x - C_A - C_B$;

Остаточной дисперсии: $C_z = \sum v^2 - \sum h_x$.

Дисперсии C_y , C_x , C_z вычисляются так же, как и в однофакторном комплексе. При вычислении факториальных дисперсий C_A и C_B , для получения величин $\sum h_A$ и $\sum h_B$ решетка обрабатывается отдельно.

Пример. Выяснить влияние на яйценоскость кур кормов животного происхождения и продолжительности светового дня. Необходимые данные для вычисления общей, факториальной и остаточной дисперсий приведены в таблице 6.3.1

Таблица 6.3.1 Обработка двухфакторного равномерного комплекса при малочисленной выборке

	Рацион без кормов животного происхождения (A ₁)		Рацион с кормами животного происхождения (A ₂)		Σ
	Световой день 8-10 час (B ₁)	Световой день 12-14 час (B ₂)	Световой день 8-10 час (B ₁)	Световой день 12-14 час (B ₂)	
V (яйценоскость)	157, 162, 166, 158, 167, 164	170, 178, 185, 180, 173, 175	188, 193, 192, 184, 199, 190	190, 211, 198, 204, 220, 207	4411
v ²	24649, 26244, 27556, 24964, 27889, 26896	28900, 31684, 34225, 32400, 29929, 30625	35344, 37249, 36884, 33856, 39601, 36100	36100, 44521, 39204, 41616, 48400, 42849	817685

n_x	6	6	6	6	24
$\sum v_x$	974	106	1146	1230	4411
$(\sum v_x)^2$	948676	1125721	1312316	1512900	-
$\sum h_x = \frac{\sum (v_x)^2}{n}$	158113	187620	218719	252150	816602

Необходимые данные для вычисления факториальных дисперсий C_A и C_B приведены в таблице 6.3.2

Таблица 6.3.2 Обработка комплекса по факторам А и В

Классы по факторам	по	N фактора	$\sum v_x$	$(\sum v_x)^2$	$H = \frac{(\sum h_x)^2}{n}$
A ₁		12	2035	4141225	345102
A ₂		12	2376	5645376	470448
По фактору А		24	4411	-	815550
B ₁		12	2122	4494400	374533
B ₂		12	2291	5248681	437390
по фактору В		24	4411	-	811923

Дисперсии вычисляются по вышеприведенным формулам, подставляя в них данные из таблиц 6.3.1 и 6.3.2.

$$\text{Величина } H = \frac{(\sum v)^2}{n} = \frac{4411^2}{24} = \frac{19456921}{24} = 810705;$$

$$C_y = \sum v^2 - H = 817685 - 810705 = 6980;$$

$$C_x = \sum h - H = 816602 - 810705 = 5897;$$

$$C_A = \sum h_A - H = 815550 - 810705 = 4845;$$

$$C_B = \sum h_B - H = 811923 - 810705 = 1218;$$

$$C_{AB} = C_x - C_A - C_B = 5897 - 4845 - 1218 = 166;$$

$$C_z = \sum v^2 - \sum h_x = 817685 - 816602 = 1083.$$

Доля влияния факторов А и В совместного действия АВ на изменчивость признака в нашем примере равнялась:

$$\eta^2_A = \frac{C_A}{C_y} = \frac{4845}{6980} = 0,695, \text{ или } 69,5\%;$$

$$\eta^2_B = \frac{C_B}{C_y} = \frac{1218}{6980} = 0,175, \text{ или } 17,5\%;$$

$$\eta^2_{AB} = \frac{C_{AB}}{C_y} = \frac{166}{6980} = 0,018, \text{ или } 1,8\%.$$

Число степеней свободы равно: $v_x = l_A \cdot l_B - 1 = 2 \cdot 2 - 1 = 3$; $v_A = l_A - 1 = 2 - 1 = 1$; $v_B = l_B - 1 = 2 - 1 = 1$; $v_{AB} = v_A \cdot v_B = 1 \cdot 1 = 1$; $v_z = n - l_A \cdot l_B = 24 - 2 \cdot 2 = 20$; $v_y = n - 1 = 24 - 1 = 23$.

Корректированные дисперсии равняются:

$$\sigma^2_x = \frac{5897}{3} = 1966; \quad \sigma^2_A = \frac{4845}{1} = 4845; \quad \sigma^2_B = \frac{1218}{1} = 1218; \quad \sigma^2_{AB} = \frac{166}{1} = 166;$$

$$\sigma^2_z = \frac{1083}{20} = 54.$$

Коэффициент Фишера, показывающий достоверность каждой дисперсии в данном примере, равен:

$$F_x=26,4; F_A=90,4; F_B=22,5; F_{AB}=3,08.$$

Табличное значение F для нашего примера при трех уровнях вероятности равно:

$$\text{Степеней свободы } 20-3. F_{0,95}=3,1; F_{0,99}=4,9; F_{0,999}=8,1.$$

$$\text{Степеней свободы } 20-1. F_{0,95}=4,3; F_{0,99}=8,1; F_{0,999}=14,8.$$

Следовательно, дисперсия, вызванная кормлением и продолжительностью светового дня, достоверна при $p=0,999$. Дисперсия от совместного действия факторов A и B не достоверна, так как вычисленное $F(3,08)$ ниже табличного значения F при наличии степеней свободы $20-1$.

Задание 1. Имеются следующие данные о влиянии породных свойств и качества пчелиных маток на яйценоскость потомства:

Породы пчел Матки	A ₁			A ₂		
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₁	B ₂	B ₃
Яйценоскость дочерей	14	14	15	14	20	16
	10	14	17	17	18	17
	15	15	16	20	18	20
	14	17	13	16	16	17
	16	15	14	15	20	18
	12	16	15	20	19	20

Выясните влияние породных свойств и состава маток на продуктивность потомства по признаку яйценоскости дочерних пчел.

Задание 2. На двух земельных участках испытывалась урожайность двух сортов ячменя – Винер и Нутанс. Результаты испытания оказались следующие:

Повторность	Урожай ячменя, ц/га			
	На участке № 1		На участке № 2	
	Винер	Нутанс	Винер	Нутанс
Первая	27,0	32,6	19,7	23,8
Вторая	25,6	35,0	17,0	23,0
Третья	25,5	33,7	21,1	25,7
Четвертая	27,1	31,9	20,1	22,4
Пятая	27,0	33,0	19,6	20,9
Шестая	25,7	33,2	23,4	23,6

Обработайте эти данные методом дисперсионного анализа и сделайте статистически обоснованный вывод об урожайности сортов.

Контрольные вопросы.

1. Чем характеризуются дисперсионные комплексы?
2. Как составляют двухфакторный дисперсионный комплекс?
3. Какие статистические элементы используют при проведении дисперсионного анализа?