

## 6.4 Тема. Вычисление дисперсии двухфакторного комплекса при большой выборке

**Цель.** Знакомство с методами вычисления дисперсии двухфакторного комплекса при многочисленной выборке

Для вычисления дисперсий двухфакторного комплекса при многочисленной выборке используются следующие формулы:

Общей дисперсии:

$$C_y = \sum p_v a_v^2 - H, \text{ где } H = \frac{(\sum p_v a_v)^2}{n};$$

общезакторной дисперсии:  $C_x = \sum h_x - H$ ;

дисперсии фактора В:  $C_A = \sum h_A - H$ ;

дисперсии фактора А:  $C_B = \sum h_B - H$ ;

дисперсии от совместного действия факторов А и В:  $C_{AB} = C_x - C_A - C_B$ ;

остаточной дисперсии:  $C_z = \sum p_v a_v^2 - \sum h_x$ .

Дисперсии  $C_y$ ,  $C_x$  и  $C_z$  вычисляются так же, как и в однофакторном комплексе; составляется таблица в форме корреляционной решетки, в которой получают все данные для вычисления этих дисперсий.

**Пример.** Влияние кормов животного происхождения и продолжительности светового дня на яйценоскость кур. Необходимые данные для вычисления дисперсий приведены в таблице 6.4.1.

Таблица 6.4.1 Обработка двухфакторного равномерного комплекса при многочисленной выборке

v (яйценос- кость, шт)	Рацион без кормов животного происхождения (A <sub>1</sub> )		Рацион с кормами животного происхождения (A <sub>2</sub> )		p <sub>v</sub>	a <sub>v</sub>	p <sub>v</sub> a <sub>v</sub>	p <sub>v</sub> a <sub>v</sub> <sup>2</sup>
	Световой день 8-10 час (B <sub>1</sub> )	Светово й день 12-14 час (B <sub>2</sub> )	Световой день 8-10 час (B <sub>1</sub> )	Световой день 12-14 час (B <sub>2</sub> )				
135-149	8	-	-		8	-3	-24	72
150-164	14	6	-		20	-2	-40	80
165-179	4	16	2		22	-1	-22	22
180-194		7	7		14	0	0	0
195-209		2	14	5	21	1	21	21
210-224			5	15	20	2	40	80
225-239				10	10	3	30	90
P <sub>A</sub>	26	31	28	30	115	-	+5	365
P <sub>A</sub> a <sub>v</sub>	-56	-26	+22	+65				
∑(p <sub>A</sub> a <sub>v</sub> ) <sup>2</sup>	3136	676	484	4225				
h <sub>x</sub> =	120,5	21,8	17,5	141	300,			
$\frac{(\sum p_A a_v)^2}{P_A}$					8			

Выражение  $p_{Aa_x}$  получается от умножения частоты каждой клетки решетки на отклонения  $a_v$  и суммирования этих произведений по столбцам факторов. Записываются эти суммы в столбике каждого фактора под строкой  $p_A$ .

1 столбец:

$$\sum p_{Aa_v} = 8(-3) + 14(-2) + 4(-1) = -56;$$

2 столбец:

$$\sum p_{Aa_v} = 6(-2) + 16(-1) + 7 \cdot 0 + 2 \cdot 1 = -26;$$

3 столбец:

$$\sum p_{Aa_v} = 2(-1) + 7 \cdot 0 + 14 \cdot 1 + 5 \cdot 2 = 22;$$

4 столбец:

$$\sum p_{Aa_v} = 5 \cdot 1 + 15 \cdot 2 + 10 \cdot 3 = 65.$$

Необходимые данные ( $\sum h_A$  и  $\sum h_B$ ) для вычисления факториальных дисперсий  $C_A$  и  $C_B$  приводятся в таблице 6.4.2

Таблица 6.4.2 Обработка комплекса по фактору А и В

Классы по факторам	N фактора	$p_x a_x$	$(p_x a_x)^2$	$H = \frac{(p_x a_x)^2}{n}$
A <sub>1</sub>	57	-82	6724	118
A <sub>2</sub>	58	87	7569	131
По фактору А	115	-	-	249
B <sub>1</sub>	54	-34	1156	21,4
B <sub>2</sub>	61	39	1521	25
по фактору В	115	-	-	46,4

Дисперсии вычисляются по вышеприведенным формулам, подставляя в них данные из таблиц 6.4.1 и 6.4.2.

$$\text{Величина } H = \frac{(p_v a_v)^2}{n} = \frac{5^2}{115} = \frac{25}{115} = 0,22;$$

$$C_y = p_v a_v^2 - H = 365 - 0,22 = 364,78;$$

$$C_x = \sum h - H = 300,8 - 0,22 = 300,58;$$

$$C_A = \sum h_A - H = 249 - 0,22 = 248,78;$$

$$C_B = \sum h_B - H = 46,4 - 0,22 = 46,18;$$

$$C_{AB} = C_x - C_A - C_B = 300,58 - 248,78 - 46,18 = 5,84;$$

$$C_z = p_v a_v^2 - \sum h_x = 365 - 300,8 = 64,2.$$

Доля влияния учтенных факторов равняется:

$$\eta^2_x = \frac{8300,58}{364,78} = 0,824, \text{ или } 82,4 \%$$

Доля влияния фактора А:

$$\eta^2_A = \frac{C_A}{C_y} = \frac{248,5}{364,78} = 0,682, \text{ или } 68,2\%;$$

Доля влияния фактора В:

$$\eta^2_B = \frac{C_B}{C_y} = \frac{46,18}{364,78} = 0,126, \text{ или } 12,6\%;$$

Доля влияния фактора АВ:

$$\eta^2_{AB} = \frac{C_{AB}}{C_y} = \frac{5,64}{364,78} = 0,016, \text{ или } 1,6\%.$$

Доля влияния остаточного фактора:

$$\eta^2_z = \frac{64,2}{364,78} = 0,176, \text{ или } 17,6\%.$$

Число степеней свободы равно:  $v_x = l_A \cdot l_B - 1 = 2 \cdot 2 - 1 = 3$ ;  $v_A = l_A - 1 = 2 - 1 = 1$ ;  $v_B = l_B - 1 = 2 - 1 = 1$ ;  $v_{AB} = v_A \cdot v_B = 1 \cdot 1 = 1$ ;  $v_z = n - l_A \cdot l_B = 115 - 2 \cdot 2 = 111$ ;  $v_y = n - 1 = 115 - 1 = 114$ .

Корректированные дисперсии равняются:

$$\sigma^2_x = \frac{364,8}{3} = 121,6; \quad \sigma^2_A = \frac{248,78}{1} = 248,78; \quad \sigma^2_B = \frac{46,18}{1} = 46,18; \quad \sigma^2_{AB} = \frac{5,84}{1} = 5,84;$$
$$\sigma^2_z = \frac{64,2}{111} = 0,58.$$

Коэффициент Фишера, показывающий достоверность каждой дисперсии в данном примере, равен:

$$F_x = 210; \quad F_A = 430; \quad F_B = 80; \quad F_{AB} = 10.$$

Табличное значение F для нашего примера при трех уровнях вероятности равно:

$$\text{Степеней свободы } 111-3. \quad F_{0,95} = 2,7; \quad F_{0,99} = 4,0; \quad F_{0,999} = 5,9.$$

$$\text{Степеней свободы } 11-1. \quad F_{0,95} = 3,9; \quad F_{0,99} = 6,8; \quad F_{0,999} = 11,5.$$

Коэффициент Фишера общеклассификационной дисперсии и дисперсий от факторов А и В равен: 80-430 и превышает F табличное при всех уровнях вероятности; дисперсия, вызванная совместным действием факторов А и В, превышает F табличное при уровне вероятности  $F=0,99$ , следовательно все дисперсии достоверны.

### Контрольные вопросы.

1. Как вычисляют вспомогательные величины при составлении двухфакторного дисперсионного комплекса?
2. Какие показатели используются для оценки достоверности влияния изучаемого фактора?
3. Что такое нулевая гипотеза и критерий Фишера, используемые в дисперсионном анализе?