

## 2.2 Тема. Среднее квадратическое отклонение

**Цель.** Знакомство с методами вычисления основных биометрических показателей количественных признаков на малых и больших выборках.

Основным критерием изменчивости является среднее квадратическое отклонение ( $\sigma$ ), которое показывает, насколько в среднем отклоняется по изучаемому признаку каждый член совокупности от средней арифметической этой совокупности. Величина  $\sigma$  всегда именованная (кг, см, % и т.п.) и вычисляется на одну единицу точнее, чем средняя арифметическая.

Определение среднего квадратического отклонения позволяет выявить особенности варьирования признака, если две выборки по значению средних арифметических друг от друга не отличаются. Предположим, что в первой и во второй звероводческих хозяйствах средняя живая масса норок оказалась одинаковой. Анализ среднего квадратического отклонения показывает, что степень генетического разнообразия живой массы норок первого хозяйства в два раза выше, чем во втором. Значит второе хозяйство более однородно по изучаемому признаку.

Крайние величины вариационного ряда – лимиты показывают размах варьирования данного признака. Но крайние варианты не показывают, как распределяются остальные варианты внутри вариационного ряда, то есть лимиты не являются показателями степени варьирования.

Степень варьирования, распределение вариантов в вариационном ряду характеризует основной показатель изменчивости (варьирования) – среднее квадратическое отклонение, которое вычисляется по формуле:

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum D^2}{n-1}}, \quad (6)$$

где  $\sigma$  (сигма) – среднее квадратическое отклонение;

$D$  – центральное отклонение, то есть отклонение варианты от средней арифметической ( $D = x - \bar{x}$ )

Данная формула применяется если выборка немногочисленна.

Пример. Высший суточный удой у коров двух хозяйств составил (кг): 1 хозяйство – 10, 14, 17, 20, 23, 25, 28, 31, 34, 38,  $\bar{x}_1 = 24$  кг; 2 хозяйство – 10, 21, 22, 23, 24, 24, 25, 26, 27, 38,  $\bar{x}_2 = 24$  кг. Вычислить среднее квадратическое отклонение ( $\sigma$ ).

1 хозяйство			2 хозяйство		
x	x - $\bar{x}$	(x - $\bar{x}$ ) <sup>2</sup>	x	x - $\bar{x}$	(x - $\bar{x}$ ) <sup>2</sup>
10	-14	196	10	-14	196
14	-10	100	21	-3	9

17	-7	49	22	-2	4
20	-4	16	23	-1	1
23	-1	1	24	0	0
25	+1	1	24	0	0
28	+4	16	25	+1	1
31	+7	49	26	+2	4
34	+10	100	27	+3	9
37	+14	196	38	+14	196
$\sum x = 240$		$\sum (x - \bar{X})^2 = 724$	$\sum x = 240$		$\sum (x - \bar{X})^2 = 420$

$$\bar{X}_1 = \frac{240}{10} = 24, \quad \bar{X}_2 = \frac{240}{10} = 24,$$

$$\sigma_1 = \pm \sqrt{\frac{724}{10-1}} = \pm 8.98 \text{ кг}, \quad \sigma_2 = \pm \sqrt{\frac{420}{10-1}} = \pm 6.83 \text{ кг}.$$

В первом хозяйстве варьирование высшего суточного удоя сильнее, чем во втором, и  $\sigma$  этого удоя также больше.

При вычислении среднего квадратического отклонения ( $\sigma$ ) для многочисленных выборок составляется вариационный ряд и вычисление производится по формуле:

$$\sigma = \pm K \sqrt{\frac{\sum pa^2}{n} - b^2}, \quad (7)$$

где  $\sum$  - знак суммирования;

$p$  - частоты;

$a$  - величина, показывающая на сколько классовых промежутков отстоит данный класс от условной средней;

$K$  - величина классового промежутка;

$n$  - численность варианта.

Вычисление среднего квадратического отклонения производится аналогично вычислению средней арифметической. Для этого требуются те же величины, что и для вычисления  $\bar{X}$ ; дополнительно необходимо произвести определение  $b^2$  и  $\sum pa^2$ . Поэтому к записанным уже при вычислении  $\bar{X}$  столбцам частот ( $p$ ), отклонений ( $a$ ), их произведений ( $Pa$ ) следующим столбцом записываются произведения частот на квадраты отклонения ( $pa^2$ ). Затем производится их суммирование, то есть определяется  $\sum pa^2$ .

Среднее квадратическое отклонение показывает степень варьирования (изменчивости): чем больше  $\sigma$ , тем больше изменчивость и, наоборот, чем меньше  $\sigma$ , тем меньше изменчивость изучаемого признака в группе организмов.

Среднее квадратическое отклонение показывает также размах колебания. Обычно этот размах приблизительно равен  $3\sigma$ , то есть подавляющее количество вариантов укладывается в границах  $\pm 3\sigma$  от  $\bar{x}$ .

В вариационном ряду, составленном по значительному количеству достаточно однородных вариантов, они располагаются в границах:

$\bar{x} \pm 1,0 \sigma$ .....	68,3% всех вариант
$\bar{x} \pm 1,5 \sigma$ .....	86,6% всех вариант
$\bar{x} \pm 2,0 \sigma$ .....	95,5% всех вариант
$\bar{x} \pm 2,5 \sigma$ .....	98,8% всех вариант
$\bar{x} \pm 3,0 \sigma$ .....	99,7% всех вариант

Среднее квадратическое отклонение дает возможность судить о характере отдельных вариантов. Если какая-либо варианта отклоняется от  $\bar{x}$  несколько дальше  $\pm 3\sigma$ , то большая вероятность того, что эта варианта (особь) принадлежит к другому вариационному ряду, то есть к другой качественной категории.

**Задание 1.** Вычислить среднее квадратического отклонение живой массы бычков при рождении по следующим данным:

45 47 44 36 56 45 40 33 45 46 32 46 32 46 42 42  
49 38 46 48 38 40 40 45 49 45 50 40 49 43 37 46  
37 43 44 43 39 45 45 37 47 52 60 34 40 39 54 44  
43 42 44 45 50 53 38 44 40 38 43 41 37 44 45 41  
43 40 42 37 47 31 51 48 50 46 59 43 45 47 46 50  
36 37 44 41 36 36 38 43 38 40 52 40 44 52 46 61  
46 38 38 45 46 40 45 50 41 45 40 37 45 46 32 55  
45 45 40 37 53 50 45 44 50 50 40 48 48 45 32 36

**Задание 2.** Определить среднюю арифметическую, среднее квадратическое отклонение по данным следующей выборки суточного прироста, г:

691 587 722 812 573 750 700  
660 520 640 650 750 630 650

**Задание 3.** В хозяйстве было 1500 норок с жемчужной окраской и 2100 с коричневой. Определить величину среднего квадратического отклонения по жемчужной окраске.

### Контрольные вопросы.

1. Как вычисляют среднее квадратическое отклонение в малых выборках?

2. Можно ли определить максимальное и минимальное значение изучаемого признака, если известна величина средней арифметической и среднего квадратического отклонения?
3. Какие показатели характеризуют разнообразие признаков?