

2.7 Құрылымдық орташалар

Мақсаты. Үлкен және кіші іріктеулердегі сандық белгілердің негізгі биометриялық көрсеткіштерін есептеу тәсілдерімен танысу.

Вариациялық қатарды екі бөлікке бөлетін класс орталығын медиана деп атайды: біреуі белгі мағынасының азаюын, медианаға қарағанда, екіншісі – көбеюін білдіреді. Медиана Me символымен белгіленеді.

Үлкен емес іріктеулерде медиананы анықтау едәуір оңай. Бұл үшін бақылау жиынтығы белгілер мағынасының өсуімен реттеледі және егер қатар мүшелерінің саны тақ болса, онда орталық вариантта оның медианасы болып табылады. Қатардағы мүшелердің саны жұп болған жағдайда қатардың орталығында орналасқан екі көршілес вариантасының жартылай қосындысы бойынша медиана анықталады.

Мысал. Белгінің сандық мағынасының келесідей қатары бар: 12 14 16 18 20 22 24 26 28. Орталық вариантасы бұл қатардың медианасы болып табылады, яғни $Me=20$; екі жағы одан төрт вариантасы қашықтықта тұр, ал 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 –қатарлары үшін оның орталық мүшелерінің жартылай қосындысы медианасы болып табылады, яғни $Me=(14+16)/2=15$.

Үлкен іріктеулердегі варианттардың класс бойынша тегіс емес жіктелулерінде медиананы есептеу мына формуламен шығарылады:

$$Me = X_{Me} + k \left(\frac{\frac{n}{2} - P_s}{P_{Me}} \right), \quad (20)$$

мұнда X_{Me} –медиана орналасқан интервалдың төменгі шекарасы немесе медиана болуға тиіс көршілес класс варианттары аралығының жартылай қосындысы, егер соңғысы интервалсыз вариациялық қатарда үлестірілген іріктеу үшін анықталатын болады; n – топтағы вариантаның жалпы саны; P_s – медиана классының алдындағы жинақталған жиіліктер саны; P_{Me} – медианасы бар класс жиілігі; k – класс аралық шама.

Медиананы анықтау вариациялық қатардың барлық варианттарының жартылай қосындысынан аспайтындай минимальді шамадан шамаға дейінгі жиіліктердің жинақталу жолымен жүреді. Осы шама бойынша медианасы бар класс бекітеледі.

Мысал. Павиан гамадрилдерінің қан сарысуындағы кальцийдің (мг%) таралуының медианалық қатарын есептейік (кесте 2.7.1).

Кесте 2.7.1

Қан сарысуындағы кальций бойынша класстар	Классың ортаңғы мағынасы	Жиіліктер (p_i)	Жиналған жиіліктер (p_s)
8,6-9,3	9,0	2	2

9,4-10,1	9,8	6	8
10,2-10,9	10,6	15	23
11,0-11,7	11,4	23	46
11,8-12,5	12,2	25	71
12,6-13,3	13,0	17	
13,4-14,1	13,8	7	
14,2-14,9	14,6	5	

Қосынды

100

Шама $n/2=100/2=50$ аралығындағы $p_s=46$ және $p_s=71$. $p_s=71$ бойынша медианасы бар интервал шекарасын табамыз: 11,8 ден 12,5 дейінгі жиілігімен $p_{Me}=25$; $k=0,8$. белгілі шамаларды (20) формулаға қоя отырып $Me=11,8+0,8(50-46)/25=11,8+0,128=11,93$ табамыз. Егер интервалдың төменгі шекарасының орнына, медианасы бар сәйкес класс варианттарының жартылай қосындысы алынса осындай нәтиже алынады: $Me=(11,4+12,2)/2+0,8x(50-46)/25=11,8+0,128=11,93$.

Мода (M_o) – берілген жиынтықта ең жиі кездесетін шама. Ең көп жиілігі бар класс модальды деп аталады. Моданы анықтауда мына формуланы қолданамыз:

$$M_o = x_h + k \left(\frac{p_2 - p_1}{2p_2 - p_1 - p_3} \right), \quad (21)$$

мұнда x_h – модальды кластың төменгі шекарасы, яғни жиілігі көп класс (p_2); p_1 – класс жиілігі, модальдыны туындататын; p_3 – класс жиілігі, модальдыдан кейінгі; k – класс аралық ені.

Мысал. Павиан гамадрилдерінің қан сарысуындағы кальцидің (мг%) таралуының модальдық қатарын анықтаңыз. 2.7.1 кестесіндегі мәліметтер бойынша ең көп жиіліктегі ($p_2=25$) төменгі шекара $x_h=11,8$ тең; туындаған класс жиілігі $p_1=23$, ал келесі модальды кластан кейінгі $p_3=17$; $k=0,8$. Осы шамаларды (21) формуласына қойып табамыз

$$M_o = 11,8 + 0,8 \left(\frac{25 - 23}{2 \times 25 - 23 - 17} \right) = 11,8 + 0,16 = 11,96.$$

Медиана және модамен қатар вариациялық қатардың құрылымдық сипаттамасына квантили жатады және қатар көлеміндегі оның мүшелерінің арнайы бөліктерін (вариантасын) бөліп өтеді. Оған квантили, децили и перцентили (процентили) жатады. Квартиль – қатардың $1/4$ мүшесін бөлетін шама. Үш кварталдер – d_1 , d_2 және d_3 – бүкіл вариациялық қатардың төрт тең санды бөліктеріне бөледі (кварталар). Дециль – мүшелердің барлық қатарын $1/10$ бөлетін шама. Тоғыз дециль вариациялық қатарды он тең бөлікке бөледі. Егерде вариантының жүз үлесіндегі жалпы қатардағы таралу жайында болса, P_i символмен белгіленген ондай шаманы перцентилий немесе процентилий деп атайды. 99 перцентилиді барлық бақылау жиынтығының 100 тең санды бөлігіне бөлеміз.

Тәжірибеде әдетте: P_3 , P_{10} , P_{25} , P_{50} , P_{75} , P_{90} , P_{97} перцентилилер қолданылады, бұндағы 50-ші перцентиль медианаға тең, яғни $P_{50}=Me$; ол

сонымен қатар осы таралымдардағы екінші квартильге (d_2) және бесінші децильге сәйкес келеді. P_{25} және P_{75} ортасында, d_1 және d_3 сәйкес аралықта барлық мүшелердің 50% жиынтығы бар.

Кез-келген перцентиль бір ізді іс-әрекет қатарымен анықталады, оны келесі формула түрінде білдіруге болады:

$$P_i = X_h + k \left(\frac{K - p_s}{p} \right), \quad (22)$$

мұндағы $X_h = P_i$ перцентиль бар, кластың төменгі шекарасы; ол $K = P_i n / 100$ шамасы бойынша p_s санынан асатын (немесе тең) жиналған жиіліктер қатарымен анықталады. Бұл жерде P_i – таңдап алынған перцентиль; p – P_i перцентиль бар класс жиілігі; k – класс интервалының шамасы; n – бақылаудың жалпы саны немесе іріктеу көлемі. Сол себепті, медиананы есептегендей, перцентилиді анықтау вариациялық қатардың кумуляция жиілігіне сүйене отырып, белгі мағынасының минимальдыдан бастап максимальдыға дейінгі бағытта жүргізіледі.

Тапсырма 1. 94 қарағайдың диаметрін өлшегенде (см) келесідей болып шықты:

X.....16 20 24 28 32 36 40
 P..... 4 7 8 28 20 18 9
 P_i 4 11 19 47 67 85 94

Осы таралымның медианасын анықтаңыз.

Тапсырма 2. 64 аналық шошқаның туылған торайлар санының таралу қатарының медианасын табыңыз.

Туылған торайлар саны (w)	Оқиға саны (p)	Жиналған жиіліктер (p_i)	Туылған торайлар саны (w)	Оқиға саны (p)	Жиналған жиіліктер (p_i)
5	4	4	10	9	
6	7	11	11	6	
7	13	24	12	3	
8	15	39			
9	7		Жиынтық	64	-

Тапсырма 3. 64 аналық шошқаның туылған торайлар санының таралуы үшін 50-ші перцентильді табыңыз.

X..... 5 6 7 8 9 10 11 12
 P_i4 7 13 15 7 9 6 3
 P_s4 11 24 39 46 55 61 64

Бақылау сұрақтары.

1. Құрылымдық орташаларға сипаттама беріңіз.
2. Медиана мен моданың айырмашылығы неде?
3. Перцентильді қалай есептейді?