

4.4 Көптік корреляция

Мақсаты. Көптік корреляция коэффициентін есептеу әдістерімен танысу.

Биологиялық зерттеулерде димерлі талдаумен корреляциялық байланыстың көпгомерлі талдауы да қатар жүреді, яғни бір уақытта бірнеше өзгермелі белгілер арасында корреляцияны өлшегенде қолданылады. Көптік корреляцияның қарапайым жағдайы үш белгінің корреляциясына байланысты: Y , X и Z . Олардың арасындағы тығыздық байланысы көптік корреляция коэффициентінің көмегімен өлшенеді, ол келесі формуламен шығарылады:

$$R = \sqrt{\frac{r^2_{xz} + r^2_{yz} - 2r_{xy}r_{xz}r_{yz}}{1 - r^2_{xy}}}, \quad (45)$$

мұнда r_{xy} , r_{xz} и r_{yz} – корреляцияның жұп коэффициенті X және Y , X және Z , Y және Z белгілері арасындағы.

X және Y белгілері арасындағы байланыс тығыздығы (Z тұрақты болғанда) корреляцияның жеке коэффициентімен анықталады:

$$r_{xy(z)} = \frac{r_{xy} - r_{xz}r_{yz}}{\sqrt{(1 - r^2_{xz})(1 - r^2_{yz})}}. \quad (46)$$

X және Z белгілері арасындағы корреляцияның жеке коэффициенті осы байланыстың Y белгісіне әсері тең

$$r_{xz(y)} = \frac{r_{xz} - r_{xy}r_{yz}}{\sqrt{(1 - r^2_{xy})(1 - r^2_{yz})}}. \quad (47)$$

Y және Z белгілері арасындағы корреляцияның жеке коэффициенті осы байланыстың X белгісіне әсері тең

$$r_{yz(x)} = \frac{r_{yz} - r_{xy}r_{xz}}{\sqrt{(1 - r^2_{xy})(1 - r^2_{xz})}}. \quad (48)$$

Корреляцияның жеке коэффициенті корреляцияның кәдімгі жұп коэффициентіндегідей мағынасына және сондай қасиеттерге ие. t -критеріі екі белгінің тәуелсіз өзгеруінің гипотезасын тексеруде үшінші белгінің әсерінен келесідей түрде анықталады:

$$t = \frac{r_{\text{частный}} \sqrt{n - m}}{\sqrt{1 - r^2_{\text{частный}}}},$$

мұнда n – іріктеу көлемі, m – тәуелді белгілер саны, яғни корреляцияның жеке коэффициентін анықтау үшін.

Мысал. Күздік қара бидай бауынан кездейсоқ тәсілмен 10 масақ таңдалып алынды. Сосын әрбір масақтың (X) ұзындығы (мм), масақтың саны (Y) және әрбір масақтағы дән (Z) саны өлшенді. Жиналған мәліметтер және олардың өңделуі 4.4.1 кестесінде келтірілген.

Кесте 4.4.1

X	Y	Z	X ²	Y ²	Z ²	XY	YZ	XZ
70	18	36	4900	324	1296	1260	648	2520
60	17	29	3600	289	841	1020	493	1740
70	22	40	4900	484	1600	1540	880	2800
46	10	12	2116	100	144	460	120	552
58	16	31	3364	256	961	928	496	1798
69	18	32	4761	324	1024	1242	576	2208
32	9	13	1024	81	169	288	117	416
62	18	35	3844	324	1225	1116	630	2170
46	15	30	2116	225	900	690	450	1380
62	22	36	3844	484	1296	1364	792	2232
575	165	294	34469	2891	9456	9908	5202	17816

Осы белгілер арасындағы көптік корреляцияны анықтау үшін алдымен корреляцияның жұп коэффициентін санау керек. 4.4.1 кестесінің қорытындысын пайдалана отырып, варианттардың квадраттық ауытқу жиынтығын оның орташа арифметикалығынан табамыз:

$$\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2/n = 34469 - 575^2/10 = 34469 - 33062.5 = 1406.5;$$

$$\sum(y_i - \bar{y})^2 = \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2/n = 2891 - 165^2/10 = 2891 - 2722.5 = 168.5;$$

$$\sum(z_i - \bar{z})^2 = \sum z_i^2 - (\sum z_i)^2/n = 9456 - 294^2/10 = 9456 - 8643.6 = 812.4;$$

$$\sigma_y = \sqrt{168.5/10} = 4.10; \quad \sigma_x = \sqrt{812.4/10} = 9.01.$$

Шамалардың қабаттасқан шамасын есептейміз:

$$\sum(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x}) = \sum yx - \sum y/n = 9908 - 575 \cdot 165/10 = 420.5;$$

$$\sum(y_i - \bar{y})(z_i - \bar{z}) = \sum yz - \sum z/n = 5202 - 165 \cdot 294/10 = 351.0;$$

$$\sum(x_i - \bar{x})(z_i - \bar{z}) = \sum xz - \sum x/n = 17816 - 575 \cdot 294/10 = 911.0.$$

$$r_{xy} = \frac{\sum(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{n\sigma_x\sigma_y} = \frac{420.5}{10 \cdot 4.1 \cdot 9.01} = 0.727;$$

$$r_{xz} = \frac{351}{10 \cdot 4.1 \cdot 9.0} = 0.951; \quad r_{yz} = \frac{911.0}{10 \cdot 9.01 \cdot 9.0} = 0.710.$$

Корреляцияның жеке коэффициентін есептейміз:

$$r_{xy(z)} = 0.239; \quad r_{yz(x)} = 0.900; \quad r_{xz(y)} = 0.090.$$

Барлық үш белгі үшін көптік корреляцияның жалпы коэффициентін анықтаймыз

$$R^2 = 0.531; \quad R = 0.729.$$