

5.1 Регрессия коэффициенті және қатары

Мақсаты. Регрессия коэффициентін есептеу және регрессия қатарын құру әдістерімен танысу.

Регрессия коэффициенті бір шаманың (x) басқа корреляция шамасымен (y) өзгеруін қаншалықты нақты санға өсетіндігін көрсетеді.

Регрессия коэффициенті – атаулы шама, мына формуламен есептелінеді:

$$R_{xy} = r \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \text{ и } R_{yx} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \quad (52)$$

Мысал. Анықтау қажет: 1) Украин дала тұқымының аналық шошқаларының көкірек өлшемі 1 см өзгергенде тірі салмағы қанша килограммға өзгереді; 2) аналық шошқалардың тірі салмағы 1 кг көбейгенде (азайғанда) олардың көкірек өлшемі қанша сантиметрге артады (азаяды). Осы белгілер арасындағы байланыс $r=0,7$; $\sigma_y=29,3$; $\sigma_x=10,6$ тең.

Осы мағыналарды регрессия коэффициенті формуласына қоямыз.

Көкірек өлшемі бойынша тірі салмақ регрессиясы:

$$R_{xy} = 0,7 \cdot \frac{29,4}{10,6} = 1,94; \text{ сонымен, көкірек өлшемі 1см өскенде аналық}$$

шошқалардың тірі салмағы 1,94 кг артады.

Тірі салмағы бойынша көкірек өлшемінің регрессиясы тең:

$$R_{yx} = 0,7 \cdot \frac{10,6}{29,4} = 0,25; \text{ яғни тірі салмағы 1 кг артқанда көкірек өлшемі}$$

орташа 0,25 см өседі.

Регрессия қатары – бұл сандардың қосарланған қатары: 1-ші қатар – дәлел мағынасы, 2-ші қатар – корреляция белгілерінің сәйкес функциялары.

Регрессияның эмпириялық қатарын, регрессия коэффициенті есептеуінен шықпай, корреляциялық тродың нақты мәліметтерімен құрады. Бұл үшін эмпириялық қатардың бір белгісін (функциялары) басқа белгінің кластары бойынша (дәлелі) анықтайды.

Мысал. Украин дала тұқымының аналық шошқаларының көкірек өлшемі бойынша тірі салмағы және көкірек өлшемінің тірі салмағы бойынша регрессияның эмпириялық қатарын келесі мәліметтер бойынша құрыңыз (кесте 5.1.1).

Кесте 5.1.1 Аналық шошқалардың тірі салмағы және көкірек өлшемі арасындағы регрессияның эмпириялық қатарын есептеу

Тірі салмағы бойынша класс (x)	Көкірек өлшемі бойынша класс (y)							p _x	X _{yx}	
	130-135	136-141	142-147	148-153	154-159	160-165	166-171			172-177
180-199	2								2	133
200-219		5	5						10	142
220-239	3	20	19	13	3	5			63	147

240-259		7	10	10	4	2	3		36	150
260-279		2	2	5	7	4	1		21	155
280-299				4	2	1	1	1	9	158
300-319						2	2	2	6	169
320-339								3	3	175
p_y	5	34	36	32	16	14	7	6	150	
X_{xy}	214	233	235	250	260	260	276	316		

Тірі салмағы бойынша эмпириялық қатар құру үшін тірі салмағы бойынша класс орташасын (w_1) көкірек өлшемі класындағы сәйкес жиілікке көбейту қажет (p_{xy}), сосын осы туындыларды қосып көкірек өлшемі бойынша осы кластың жиілік санына бөлеміз. Біздің мысалда көкірек өлшемі класының 130-135 жиілігі 2, тірі салмағы бойынша кластағы 180-199, және жиілігі 3 – тірі салмағы класында - 220-239; 1-ші кластың орташасын 190 жиілік 2 және 2-ші кластың орташасын 230 жиілік 3 көбейтеміз, осы туындыларды қосып жиілік санына бөліп, осы кластың тірі салмағының орташасын аламыз.

$$X_{xy} = \frac{\sum(w_x p_{xy})}{p_y} = \frac{190 \cdot 2 + 230 \cdot 3}{5} = 214.$$

Көкірек өлшемі 136-141 екінші класс үшін орташа тірі салмағы

$$X_{xy} = \frac{210 \cdot 5 + 230 \cdot 20 + 250 \cdot 2}{34} = 233 \text{ тең болады;}$$

3-ші класс үшін $X_{xy}=235$;

4-ші класс үшін $X_{xy}=250$;

5-ші класс үшін $X_{xy}=260$;

6-ші класс үшін $X_{xy}=260$;

7-ші класс үшін $X_{xy}=276$;

8-ші класс үшін $X_{xy}=316$.

X_{xy} мағынасынан алынған қатар көкірек өлшемінің тірі салмағы бойынша регрессияның эмпириялық қатарын береді; ол кіші әріптермен сәйкес кластардың астына жазылады (кесте 5.1.1).

Көкірек өлшемінің тірі салмағы бойынша эмпириялық қатары алдыңғысымен үйлесімді құрастырылады:

$$X_{yx} = \frac{\sum(w_y p_{yx})}{p_x}.$$

X_{yx} алынған мағынасы тірі салмағы бойынша көкірек өлшемі регрессияның эмпириялық қатарын береді, ол сәйкес кластардың оң жағына бағана ретінде жазылады (кесте 5.1.1).

Регрессияның теориялық қатарын алу үшін регрессия теңдеуінің формуласын қолданады:

$$y - X_y = R_{yx}(x - X_x), \text{ или } y = R_{yx}(x - X_x) + X_y;$$

$$x - X_x = R_{xy}(y - X_y), \text{ или } x = R_{xy}(y - X_y) + X_x.$$

Мысал. Аналық шошқалардың көкірек өлшемі бойынша тірі салмағын (x) және тірі салмағы бойынша көкірек өлшемінің (y) регрессиялық теориялық қатарын келесі мәліметтер бойынша құру:

Тірі салмағы: $X_x=247,4$ кг; $R_{xy}=1,94$;

Көкірек өлшемі: $X_y=149,8$ см; $R_{yx}=0,25$.

Көкірек өлшемі бойынша көкірек өлшемімен тірі салмағының регрессия теориялық қатары (см): $y=140, 150, 160, 170$.

1-ші мағынасы үшін: $x=1,94 (140-149,8)+247,4=228,4$;

2-ші мағынасы үшін: $x=1,94 (150-149,8)+247,4=247,6$;

3-ші мағынасы үшін: $x=1,94 (160-149,8)+247,4=267,2$;

4-ші мағынасы үшін: $x=1,94 (170-149,8)+247,4=286,6$.

Тірі салмағы бойынша тірі салмағымен көкірек өлшемінің теориялық регрессия қатары (кг): $x=200, 220, 240, 260, 280$.

1-ші мағынасы үшін: $y=0,25(200-247,4)+149,8=138$;

2-ші мағынасы үшін: $y=0,25(220-247,4)+149,8=143$;

3-ші мағынасы үшін: $y=0,25(240-247,4)+149,8=148$;

4-ші мағынасы үшін: $y=0,25(260-247,4)+149,8=153$;

5-ші мағынасы үшін: $y=0,25(280-247,4)+149,8=158$.

Тапсырма 1. Он оңтүстікқазақ меринос қойларының жүндерінің қалыңдығы (x) және ұзындығы (y) арасындағы корреляция және регрессиясы коэффициенттерін мына мәліметтер бойынша есептеңіз:

X, дана - 491 502 526 429 438 410 390 394 360 400

Y, дана - 5,5 10,0 6,6 8,0 7,7 8,0 8,4 9,0 6,0 11,1

Тапсырма 2. Сұлы дәнінің май үлесімен (%) және салмағының (мг) арасындағы тәуелділікті зерттегенде нәтижесі мынадай болып шықты:

Үлесі бойынша кластар

Дәніндегі майы (x).....4,5 - 5,0-5,5-6,0-6,5 - 7,0 - 7,5 - 8,0-8,5

Дәннің орташа салмағы..45,0 45,8 44,3 41,9 40,1 39,0 37,5 37,5.

Қатар мүшелерінің орташаланған, немесе теңестірілген мағынасын табыңыз.

Бақылау сұрақтары.

1. Регрессия коэффициенті дегеніміз не?
2. R_{xy} және R_{yx} коэффициенттері арасындағы айырмашылық неде?
3. Регрессияның эмпириялық және теориялық қатары арасындағы құру айырмашылығы неде?