

## 2.2 Орташа квадраттық ауытқулар

**Мақсаты.** Үлкен және кіші іріктеулердегі сандық белгілердің негізгі биометриялық көрсеткіштерін есептеу әдістерімен танысу.

Орташа квадраттық ауытқу ( $\sigma$ ) орташа ауытқудың қаншалықты белгілері бойынша әр мүше жиынтығында орташа арифметикалық осы жиынтықтың негізгі өзгергіштік критеріі болып табылады.  $\sigma$  шамасы әрқашан атаулармен (кг, см % және т.б.) және ол орташа арифметикалыққа қарағанда бір бірлікке дәл келіп отырады. Егер екі іріктеу мағынасы бойынша орташа арифметикасы бір – бірінен айырмашылықсыз болса, онда арифметикалық орташа квадраттық ауытқуы негізгі белгінің өзгеруін анықтауда үлкен мүмкіндік береді. Мысалы, бірінші және екінші аң шаруашылықтарында құндыздардың орташа тірі массасы бірдей болып шықты. Генетикалық дәрежедегі әртүрлі құндыздардың тірі массасы бірінші шаруашылыққа қарағанда екінші шаруашылықта екі есе жоғары болғандығын орташа арифметикалық ауытқу анализі көрсетеді. Яғни, екінші шаруашылық зерттеліп отырған белгісі бойынша біртекті.

Берілген белгінің өзгеру серпіндісінің лимит көрсеткіші – вариациялық қатардың шеткі шамалары. Бірақ шеткі варианттар вариациялық қатар ішіндегі қалған варианттардың таралуын көрсетпейді, яғни лимиттер өзгеру дәрежесінің көрсеткіші болып табылмайды.

Өзгеру дәрежесі, вариациялық қатардағы варианттардың таралуы өзгергіштіктің негізгі көрсеткіші орташа квадраттық ауытқумен сипатталады, ол мына формула бойынша есептелінеді:

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum D^2}{n-1}}, \quad (6)$$

мұнда  $\sigma$  (сигма) – орташа квадраттық ауытқу;

$D$  – орталық ауытқу, яғни орталық арифметикадан вариантының ауытқуы

$$(D = x - \bar{x})$$

Берілген формула егерде іріктеу сандары аз болғанда қолданылады.

Мысал. Екі шаруашылықтағы сиырлардың жоғарғы тәуліктік сауыны:

1 шаруашылықта – 10, 14, 17, 20, 23, 25, 28, 31, 34, 38,  $\bar{x}_1 = 24$  кг;

2 шаруашылықта – 10, 21, 22, 23, 24, 24, 25, 26, 27, 38,  $\bar{x}_2 = 24$  кг.

кұрайды. Орташа квадраттық ауытқуды есептеңіз ( $\sigma$ ):

1 шаруашылық			2 шаруашылық		
X	$x - \bar{X}$	$(x - \bar{X})^2$	x	$x - \bar{X}$	$(x - \bar{X})^2$
10	-14	196	10	-14	196
14	-10	100	21	-3	9
17	-7	49	22	-2	4
20	-4	16	23	-1	1

23	-1	1	24	0	0
25	+1	1	24	0	0
28	+4	16	25	+1	1
31	+7	49	26	+2	4
34	+10	100	27	+3	9
37	+14	196	38	+14	196
$\sum x = 240$		$\sum (x - \bar{X})^2 = 724$	$\sum x = 240$		$\sum (x - \bar{X})^2 = 420$

$$\bar{X}_1 = \frac{240}{10} = 24, \quad \bar{X}_2 = \frac{240}{10} = 24,$$

$$\sigma_1 = \pm \sqrt{\frac{724}{10-1}} = \pm 8.98 \text{ кг}, \quad \sigma_2 = \pm \sqrt{\frac{420}{10-1}} = \pm 6.83 \text{ кг}.$$

Бірінші шаруашылықта сауынның жоғары тәуліктік өзгеруі екіншіге қарағанда күштірек және сауынның  $\sigma$  артық.

Орташа квадраттық ауытқуды ( $\sigma$ ) есептегенде саны көп іріктеулерде вариациалық қатар құрылып есептеу мына формула арқылы жүргізіледі:

$$\sigma = \pm K \sqrt{\frac{\sum pa^2}{n} - b^2}, \quad (7)$$

мұнда  $\sum$  - қосынды белгісі;

$p$  – жиіліктер;

$a$  – орташа шарттыдан қаншалықты класаралыққа тұрып қалғандығын көрсететін шама;

$K$  – класаралық шама;

$n$  – варианта жиілігі.

Орташа квадраттық ауытқуды есептеу орташа арифметикалықты үйлесімді есептеу арқылы жүргізіледі. Бұл үшін  $x$  есептегендей іріктеу қажет;  $b^2$  және  $\sum pa^2$  қосымша анықтау жүргізу керек. Содықтан да жазылған жиілік бағанын ( $p$ ) есептеуде  $\bar{x}$ , ауытқуларда ( $a$ ) олардың туындылары ( $Pa$ ) және туынды жиіліктерінің квадраттық ауытқулары ( $pa^2$ ) келесі бағандарға жазылады. Содан кейін олардың қосындысы табылып, яғни  $\sum pa^2$  анықталады.

Ағза топтарындағы зертелінетін белгілердің өзгергіштігі орташа квадраттық ауытқулар өзгергіштігінің дәрежесін көрсетеді:  $\sigma$  неғұрлым көп болса, соғұрлым өзгергіштікте көп болады, керісінше неғұрлым  $\sigma$  аз болса, соғұрлым өзгергіштікте аз болады. Орташа квадраттық ауытқулар сондай-ақ тербеліс серпінділігін көрсетеді. Әдетте бұл серпінділік  $3\sigma$  тең келуі мүмкін, яғни варианта санының басымдылығы  $\pm 3\sigma$  от  $\bar{x}$  шекарасына орналасады.

Вариациалық қатарда, маңызды саны бойынша құрылған біртекті варианттар жеткілікті, олар шекараларда орналасады:

$\bar{x} \pm 1,0 \sigma$  ..... 68,3% барлық варианта

$\bar{x} \pm 1,5 \sigma$  ..... 86,6% барлық варианта

$\bar{x} \pm 2,0 \sigma$ ..... 95,5% барлық варианта

$\bar{x} \pm 2,5 \sigma$ ..... 98,8% барлық варианта

$\bar{x} \pm 3,0 \sigma$ ..... 99,7% барлық варианта

Орташа квадраттық ауытқулар жеке варианттардың сипатталуына мүмкіндік береді. Егер қандайда варианта  $\bar{x}$  дан  $\pm 3\sigma$  ауытқыса, онда бұл варианта (особь) басқа вариациялық қатарға, яғни басқа сапалы категорияға жататындығы әбден ықтимал.

**Тапсырма 1.** Жаңа туылған өгізшелердің тірі салмағының орташа квадраттық ауытқуын төмендегі мәліметтер бойынша есептеп шығарыңыз:

45 47 44 36 56 45 40 33 45 46 32 46 32 46 42 42  
49 38 46 48 38 40 40 45 49 45 50 40 49 43 37 46  
37 43 44 43 39 45 45 37 47 52 60 34 40 39 54 44  
43 42 44 45 50 53 38 44 40 38 43 41 37 44 45 41  
43 40 42 37 47 31 51 48 50 46 59 43 45 47 46 50  
36 37 44 41 36 36 38 43 38 40 52 40 44 52 46 61  
46 38 38 45 46 40 45 50 41 45 40 37 45 46 32 55  
45 45 40 37 53 50 45 44 50 50 40 48 48 45 32 36

**Тапсырма 2.** Тәуліктік өсу іріктеуінің орташа арифметикалық, орташа квадраттық ауытқуларын берілген мәліметтер бойынша анықтау:

691 587 722 812 573 750 700  
660 520 640 650 750 630 650

**Тапсырма 3.** Шаруашылықта 1500 маржан түсті және 2100 қоңыр түсті құндыздар болған. Маржан түсті түрлерінің орташа квадраттық ауытқу шамасын анықтаңыз.

**Бақылау сұрақтары.**

1. Кіші іріктеудегі орташа квадраттық ауытқуды қалай есептейді?
2. Егер зерттеліп отырған белгілердің орташа арифметикалық және орташа квадраттық ауытқуларының шамасы белгілі болғанда, олардың максималды және минималды мағынасын анықтауға бола ма?
3. Белгілердің әртүрлілігі қандай көрсеткіштермен сипатталады?