

### 3.3 Кернеулік векторының ағыны. Электрлік ығысу. Остроградский – Гаусс теоремасы.

Кеңістікте орналасқан зарядтар мен оның айналасында пайда болған электр өрісінің кернеулік векторының  $(\vec{E})$  арасындағы байланыс заңдылығын көрсету үшін **кернеулік векторының ағыны** деген ұғым ендіріледі. Кернеулік сызықтарының жиілігі  $\vec{E}$  – нің сан мәніне тең болсын сонда белгілі бетті тесіп өтетін кернеулік сызықтарының жалпы санын **сол беттен өтетін кернеулік ағыны** немесе **өрістің кернеулік ағыны** деп атайды.

Мысалы, біртекті электр өрісінде  $S$  жазық бетті тесіп өтетін кернеулік векторлар ағынын, ал электр өрісінің күш сызықтары  $S$  бетін перпендикуляр (нормаль) бағытта тесіп өтсін, кернеулік сызықтардың  $S$  бетке көбейтіндісі – кернеулік векторлық ағыны деп аталады, оны  $\Phi$  әрпімен белгілейді:

$$\Phi = E \cdot S \quad (3.12)$$

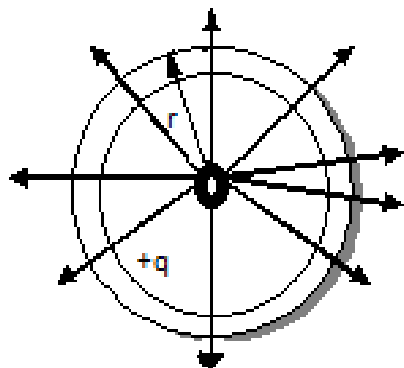
Егерде,  $S'$  деп жазық бет өрістің кернеулік сызықтарын белгілеп, оны бір бұрышпен көлбей орналастырсақ, онда  $\Phi = E \cdot S'$ , мұндағы  $S' = S \cos \alpha$  Кернеулік векторының ағыны

$$\Phi = E S \cos \alpha \quad (3.13)$$

Егер өрістің кернеулік сызықтары біртекті емес кез келген тұйық бетті тесіп өтсе, онда векторлық ағын (3.6-сурет)

$$\Phi = \oint_S E ds \quad (3.14)$$

Кернеулік сызықтарының ағыны – скалярлық шама. Кез келген бағытта орналасқан беттен өтетін кернеуліктің ағыны кернеуліктің нормаль құраушысы мен ауданының көбейтіндісіне тең.



3.6-сурет

Егер, аудан  $S$  кернеулік сызықтарына параллель болса, онда өтетін ағын нөлге тең болады, бұл жағдайда

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \quad E=0. \quad (3.15)$$

Өрнектен ағын сызықтарының оң және теріс таңбалы болатынын байқауға болады. Егер кернеулік сызықтары  $\vec{n}$  нормаль сүйір бұрыш жасаса, яғни  $\cos\alpha > 0$ , онда ағын оң, ал  $\cos\alpha < 0$  болса, онда ағын теріс таңбалы болады.

Әр текті ортаның шекарасындағы бір нүктенің (ауа, су) кернеулігін анықтау қажет делік. Осы нүкте арқылы өтетін электр өрісінің кернеулігінің ( $E$ ) шамасы, ауа үшін  $\varepsilon = 1$  – де, су үшін  $\varepsilon = 81$  – ге тең болғандықтан, **81** есе кемиді. Сондықтан әртүрлі ортаның шекарасында және диэлектриктерде өтетін кернеулік векторының ( $\vec{E}$ ) өзгерістері электр өрістерін анықтап есептеуде қиындықтар туғызады. Осы қиындықтарды жеңу үшін жаң векторлық шама өндіру қажет. Оны  $\vec{D}$  әріпімен белгілеп, электрлік ығысу векторы немесе **электрлік индукция векторы** деп атайды. Бұл вектор электр өрісінің кернеулігі  $\vec{E}$ -мен қарапайым түрде байланысып, көмекші вектордың рөлін атқарады. Электрлік ығысу векторы сан жағынан кернеулік векторы  $\vec{E}$ -нің абсолюттік диэлектрлік өтімділік ( $\varepsilon_a$ ) көбейтіндісіне тең болады:

$$\vec{D} = \varepsilon_a \vec{E} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E} \quad (3.16)$$

Ал скаляр түрінде

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 E \quad (3.17)$$

Егер теңдеуге кернеулік  $E$  мәнін қойсақ, онда электрлік ығысу

$$\vec{D} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{q}{r^2} \quad (3.18)$$

Электрлік ығысу  $Kл/м^2$  –мен өлшенеді. Теңдеуден электрлік ығысудың орталық қасиетіне тәуелсіз екенін көреміз. Электрлік ығысу векторының өрісін кернеулік  $\vec{E}$  векторының графиктері сияқты кескіндеуге болады. Сондай-ақ, электрлік ығысу сызықтары деп аталатын өріс сызықтарын білу керек. Берілген бір бетті тесіп өтетін электрлік ығысу саны электрлік ығысу векторының ағыны деп аталады. Электрлік ығысу векторының ағыны скаляр шама. Ал кез келген әртекті өрісте белгілі бір  $S$  бетті тесіп өтетін электрлік ығысу ағыны

$$\Phi = \int D_n dS \quad (3.19)$$

### Остроградский – Гаусс теоремасы.

Остроградский – Гаусс теоремасы кез келген тұйық беттен өтетін электрлік ығысу ағынының сол беттің ішіндегі электр зарядының арасындағы байланысты көрсетеді. Бұл теорема ең қарапайым нүктелік зарядтың электр өрісін, кез келген бетте таралып орналасқан зарядтар жүйесінің өрістерін қарастырады.

Радиусы  $r$  сфера беттің центрінде  $q$  заряд болсын. Ол зарядтың өрісінің кернеулігінің күш сызықтарын сфера бетті қияп жатады. Сонда сфера бетті қиып өтетін кернеулік векторының ағыны

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \oint_S dS = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (3.20)$$

кез-келген формадағы тұйық бет үшін әруақытта орындалады. Егер біз  $n$  зарядты қамтитын кез-келген формалы тұйық бет алсақ, суперпозиция принципі бойынша қорытқы өрістің кернеулігі, ал зарядтардың өрістерінің кернеуліктерінің қосындысына тең

$$E = \sum_{i=1}^n E_i \quad (3.21)$$

$$\text{Сондықтан, } \Phi_E = \oint_S E dS = \oint_S \left( \sum_i E_i \right) dS = \sum_i \oint_S E_i dS;$$

$$\oint_S E_i dS = \frac{q_i}{\varepsilon_0}; \text{ олай болса } \Phi_E = \sum_i \frac{q_i}{\varepsilon_0}; \quad (3.22)$$

Сонда Гаусс теоремасы былай оқылады: кез-келген тұйық бетті қиып өтетін электр өрісінің кернеулік векторының ағыны сол беттің ішіндегі зарядтардың қосындысын  $\varepsilon_0$ -ге бөлгенге тең.

Жалпы жағдайда тұйық беттің ішіндегі зарядтардың алып жатқан көлемі  $V$  болса, онда зарядтың

$$\text{тығыздығы: } \rho = \frac{d}{dV}; \quad \sum q_i = \int_V \rho dV;$$

$$\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho dV \quad (3.23)$$

болады.

Гаусс теоремасын пайдаланып әртүрлі жағдайдағы зарядтың, немесе зарядтар системасының өрістерінің кернеуліктерін анықтауға болады.

Остроградский – Гаусс теоремасынан шығатын тұжырымдар:

– кернеулік сызықтар тек оң зарядтар бар жерлерден басталып, теріс зарядтар бар жерде аяқталады;

– алгебралық қосындысы нөлге тең зарядтарды қамтитын тұйықталған бетті алсақ, онда сол бет арқылы өтетін кернеулік векторының толық ағыны нөлге тең, себебі сол бет қамтитын көлемнен шығатын сызықтардың саны көлемге енетін сызықтардың санына тең;

– тұйықталған бет ішінде зарядтар болмайтындай етіп жүргізілсе, онда кернеулік сызықтары бетті тесіп өткенде, оның ішінде басталмайды да, аяқталмайды да. Сондықтан бетке енетін сызықтардың саны шығатын сызықтардың санына тең болады да, толық кернеулік ағыны тағы да нөлге айналады. Осы кернеуліктерді табу үшін **зарядтардың тығыздығы** деген ұғым енгіземіз. Зарядтардың сызықтық тығыздығы деп белгілі бір сызық бойымен немесе жұқа цилиндр бойында біркелкі орналасқан зарядтардың сол ұзындықтың қатынасына тең болатын физикалық шаманы айтамыз:

$$\delta_c = q/l. \quad (3.24)$$

Бұл тығыздықтың өлшем бірлігі  $1 \text{ Кл/м}$ .

Егер зарядтар белгілі бір бетте орналасса, онда **беттік тығыздық**

$$\delta_s = \frac{q}{s} \quad (3.25)$$

$\delta_s$  – ның өлшем бірлігі  $\text{Кл/м}^2$  болады.

Зарядтар сфералық көлем бойынша орналасса, олардың **көлемдік тығыздығы**

$$\delta_v = q/v \quad (3.26)$$

$[\delta_v] = \text{Kл/м}^2$  – пен өлшенеді.