

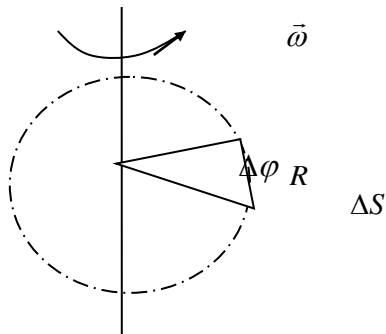
Материалдық нүкте радиусы R шеңбер бойымен қозғалып, Δt уақыт мезетінде $\Delta\varphi$ бұрышына бұрылған ал, бұрыштық жылдамдық ω деп, дененің бұрылу бұрышынан уақыт бойынша алынған бірінші ретті туындысына тең физикалық векторлық шаманы айтады (1.9-сурет).

Бұрыштық жылдамдықтың өлшем бірлігі:

$$\omega = 1 \text{ рад/с} \cdot \vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \quad (1.31)$$

Сызықтық жылдамдық пен бұрыштық жылдамдықтың арасында мынадай байланыс бар

$$g = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R \Delta \varphi}{\Delta t} = R \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = R \cdot \omega \quad (1.32)$$



1.9-сурет

Бұрыштық жылдамдықтың бағыты оң бұрғанда ережесімен анықталады. Нүктенің шеңбер бойымен толық бір айналым жасауға қажетті уақытын **период** деп атайды және T әріпімен белгілейді. Нүктенің уақыт бірлігі ішіндегі жасайтын айналым саны периодқа кері шама **жиілік** деп аталады $n = \frac{1}{T}$.

Нүкте шеңбер бойымен бір қалыпты қозғалып, бір периодқа тең уақыт аралығында ($\Delta t = T$) толық бір айналым ($\Delta\varphi = 2\pi$) жасайды, яғни $\Delta S = 2\pi \cdot R$ -ға орын ауыстырады.

Осыдан $g = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi \cdot R \cdot n$. Екі қатынасты салыстырудан алатынымыз

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot n \quad (1.33)$$

Бірлік уақыт ішінде бұрыштық жылдамдықтың өзгерісін сипаттайтын шаманы **бұрыштық үдеу** ε деп атап, оны математикалық түрде былай жазады: $\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$. Айналыс бір қалыпты болмаған кезде берілген уақыт мезетіндегі бұрыштық үдеу мынаған тең

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} \quad (1.34)$$

Егер, $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ екендігін ескерсек, онда $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$ болады, яғни айналмалы қозғалыстың бұрыштық үдеуі бұрыштық жылдамдықтан уақыт бойынша алынған бірінші ретті, ал бұрылу бұрышының екінші

ретті туындысына тең болады. Бұрыштық үдеу векторлық шама оның бағыты бұрыштық үдеудің бағытымен бағыттас, өлшем бірлігі $\varepsilon = 1 \text{ рад}/\text{с}^2$ болады.

Егер қозғалыс үдемелі болса, $\vec{\varepsilon}$ векторы мен $\vec{\omega}$ векторы бағыттас болады, егер кемімелі болса $\vec{\varepsilon}$ векторы мен $\vec{\omega}$ қарама-қарсы бағытта болады.

Материалдық нүктенің ілгерімелі және айналмалы қозғалыстарын сипаттайтын шамалар өзара мынадай қатынаста болады

$$a_\tau = \frac{d\vartheta}{dt}, \text{ бұдан } a_\tau = \frac{d(R\omega)}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon \text{ немесе } a_\tau = R\varepsilon$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{R^2\omega^2}{R} = R\omega^2, \text{ немесе } a_n = R\omega^2.$$

Айналмалы бірқалыпсыз қозғалыс кезіндегі қозғалыс теңдеулері

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t, \quad \varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2} \quad (1.35)$$

Күш моменті және инерция моменті

Қатты дененің айналысын динамика тұрғысынан қарастыру кезінде күш ұғымына қоса **күш моменті** және масса ұғымына қоса **инерция моменті** деген ұғым енгізіледі. Күштің әсер ету сызығынан күш әрекеті қарастырылатын өске дейінгі ара қашықтығы мен күштің көбейтіндісіне тең шама. Күш моменті векторы – ось бағытымен қарағанда күштің денені сағат тіліне қарсы бағытта айналдырғандай көрінетін күш пен моменттік нүктеден өтетін жазықтыққа перпендикуляр болып бағытталады. Күш моменті мына формуламен анықталады

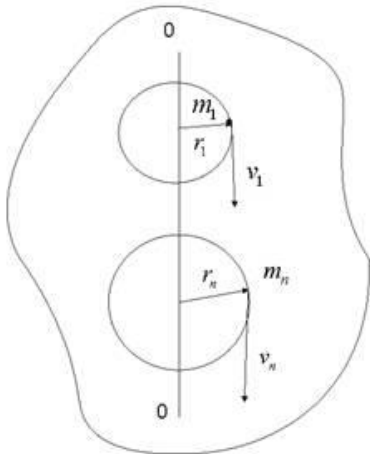
$$M = Fr \cdot \cos \alpha \quad (1.36)$$

Айналу осіне салыстырғанда материалдық нүктенің **инерция моменті** деп, осы нүктенің массасының остен қашықтығының квадратына көбейтіндісін айтады. Күш моменті күш пен күш иінінің көбейтіндісіне тең.

$$I = m r^2 \quad (1.37)$$

Айналу осіне салыстырғанда жүйенің (дененің) инерция моменті деп, n материалдық нүктелер жүйесінің массаларының қарастырылатын өске дейінгі қашықтықтар квадратына көбейтінділерінің қосындысына тең физикалық шаманы айтады.

Айналатын қатты дененің кинетикалық энергиясы. Кез келген қатты дене күштің салдарынан деформацияланады, яғни формасын өзгертеді. Бірақ көбіне абсолют қатты дене ұғымымен пайдаланады.



1.10-сурет

Күштің салдарынан ешқандай деформацияға ұшырамайды, олай болса оның кез келген бөлшектерінің ара қашықтығы өзгермейтін денені абсолют **қатты дене** деп атайды (1.10-сурет).

Айналатын қатты дененің толық кинетикалық энергиясы жеке бөлшектердің кинетикалық энергияларының қосындысына теңдігін табамыз

$$W_{\alpha} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \dots + \frac{m_n v_n^2}{2}$$

немесе,

$$W_{\alpha} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2} \quad (1.38)$$

$$W_{\alpha} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i \omega^2}{2} r_i^2 = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = \frac{J \omega^2}{2}$$

Яғни, айнымалы қозғалған дененің кинетикалық энергиясы инерция моменті мен бұрыштық жылдамдықтың квадратының көбейтіндісінің жартысына тең:

$$W_{\alpha} = \frac{1}{2} J \omega^2 \quad (1.39)$$

Осы формуланы түзу сызықты қозғалыстың кинетикалық энергиясымен салыстырсақ массаның ролін инерция моменті атқаратындығын, олай болса айнымалы қозғалыс үшін инерция моменті инерттіліктің өлшемі болады деп қорытынды жасаймыз. Дененің жылдамдығы тұрақты болғанда инерция моменті көп

денеге кинетикалық энергия жұмсау керек. Айнымалы қозғалған дененің кинетикалық энергиясының формуласы қозғалмайтын осьтен айналған денелер үшін орындалады.