2.2 Максвелше молекулалардың жылдамдықтары бойынша таралып бөліну заңы

Максвелл ықтималдық теориясына сүйене отырып жылдамдықтары (ϑ , $\vartheta + \Delta\vartheta$) интервалында жататын молекулалар санының төмендегідей формуламен анықталатындығын көрсетті

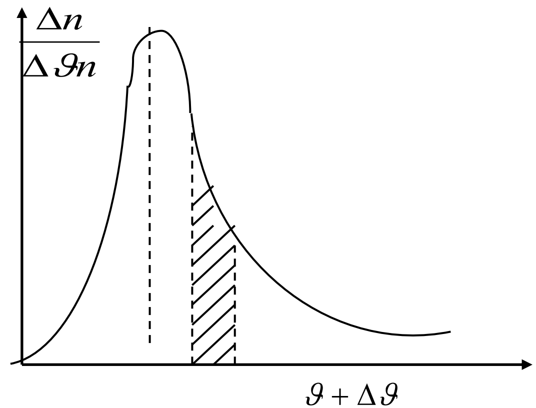
$$\Delta n = \frac{4n}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} e^{\frac{-m\vartheta^2}{2kT}}\vartheta^2\Delta\vartheta \qquad (2.23)$$

$$y = \frac{\Delta n}{\Delta\vartheta} = \frac{4n}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} e^{\frac{-m\vartheta^2}{2kT}}\vartheta^2 \quad (2.24)$$

$y = \dfrac{\Delta n}{\Delta\vartheta}$ – қатынасы үлестіру функциясы делінеді.

Ордината өсіне $y = \dfrac{\Delta n}{\Delta\vartheta}$, ал абцисса өсіне жылдамдық ϑ-нің мәндерін салсақ Максвелл қисығы шығады (2.23-сурет). Максвелл қисығының максимумына $\vartheta_{ық}$ – ықтималдық жылдамдық сәйкес келеді. Жылдамдықтары (ϑ, $\vartheta + \Delta\vartheta$) интервалында жататын молекулалар саны (2.5)-суреттегі штрихталған фигураның ауданы арқылы анықталады.

Ықтималдық жылдамдықты анықтау үшін теңдеуден



$\frac{dy}{d\vartheta} = 0$ деп ұйғарған жағдайда

2.5-сурет – Максвелл таралуларының функциясы

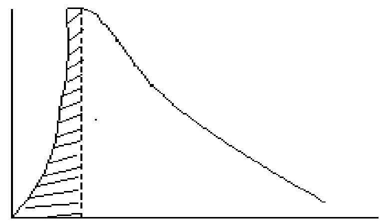
$$\frac{dy}{d\vartheta} = \frac{4n}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2}\left[2\vartheta e^{\frac{-m\vartheta^2}{2kT}} - \vartheta^2 \frac{m\vartheta}{kt} e^{\frac{-m\vartheta^2}{2kT}}\right] = 0$$

$$2 - \frac{\vartheta^2 m}{kT} = 0$$

бұдан

$$\vartheta_{ык} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (2.25)$$

Максвелл қисығы ассиметриялы: қисықтың сол жағы тіктеу, ал оң жағы жатағандау (2.6-сурет). Яғни қисықтың штрихталған сол жақ бөлігінің ауданы штрихталмаған оң жақ бөлігінің ауданынан кіші болады.



2.6-сурет – Жылдамдықтың әртүрлі интервалдарындағы молекулалар сандарының қатынасы

Бұл аудандар молекулалардың санын көрсетеді. Ендеше жылдамдықтары ықтималдық жылдамдығынан кіші болатын молекулалар саны жылдамдықтары ықтималдық жылдамдығынан үлкен болатын молекулалар санынан аз болады.

Енді орташа арифметикалық жылдамдықты анықтайық:

Δn_1 молекулалар тобының жылдамдығы ϑ_1, ал Δn_2 молекулалар тобының жылдамдығы ϑ_2, Δn_n молекулалар тобының жылдамдығы ϑ_n болсын.

Сонда орташа арифметикалық жылдамдық

$$\langle \vartheta \rangle = \left(\frac{\vartheta_1 \Delta n_1 + \vartheta_2 \Delta n_2 + ... + \vartheta_n \Delta n}{\Delta n_1 + \Delta n_2 + ... + \Delta n_n}\right) = \frac{\sum \vartheta_i \Delta n_i}{\sum \Delta n_i}$$

яғни

$$\langle \vartheta \rangle = \frac{1}{n}\int_0^\infty \vartheta dn$$

мұндағы $dn = yd\vartheta$, $n = \sum \Delta n_i$, ендеше

$$\langle \vartheta \rangle = \frac{1}{n}\int_0^\infty y\vartheta d\vartheta = \frac{1}{n}\int_0^\infty \frac{4n}{\sqrt{\pi}}(\frac{m}{2kT})^{3/2} e^{\frac{-m\vartheta^2}{2kT}} \vartheta^2 \vartheta d\vartheta \quad (2.26)$$

$\frac{m\vartheta^2}{2kT} = x$, $\vartheta^2 = \frac{2kT}{m}$, $\vartheta d\vartheta = \frac{kT}{m}dx$ деп алатын болсақ, онда теңдеу төмендегі түрге келеді

$$\langle \vartheta \rangle = \frac{4n}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} \int_0^\infty e^{-x}\,\frac{2kTx}{m}\frac{kT}{m}dx$$

$\int_0^\infty e^{-x}xdx = 1$ формуласын қолдансақ

$$\langle \vartheta \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \quad (2.27)$$

орташа арифметикалық жылдамдықтың формуласын аламыз.

Азоттың температурасы $T = 421K$ болғанда ықтималдық жылдамдығы $\vartheta_{ЫҚ} = 500\frac{м}{с}$ болады. Осы кездегі молекулалардың жылдамдықтар бойынша таралып бөлінуі 1 – кестеде көрсетілген.

1-кесте

Жылдамдықтар интервалы (м/с)	Молекулалардың жалпы санының бөлігі (%)
0 –100	0,6
100 – 300	12
300 –500	30
500 – 700	29
700 – 1000	23
1000 және одан жоғары	5,4

Бұл таблицадан молекулалардың 59 % – і (300 – 700) м/с жылдамдықтар интервалында жатады, баяу қозғалатын және өте жылдам қозғалатын молекулалар саны аз екендігін көруге болады.

Газдардың температурасы жоғарылағанда жылдамдықтары да артады. Ендеше температура жоғарылағанда жылдам қозғалатын молекулалар саны артып, баяу қозғалатын молекулалар саны азаяды. Ал жалпы молекулалар саны өзгермейді.