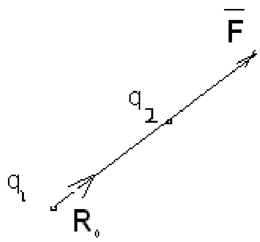
2.1.2 Электрстатиканың негізгі формулалары

Электрстатикалық өрістің анықтамасы

Электрстатикалық өріс – бұл электрмагниттік өрістің дербес түрі. Ол уақыт бойынша және кеңістікте бақылаушыға қатысты өзгермейтін электр зарядтарының жиынтығымен пайда болады.



Кулон заңы

$$\overline{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_o R^2}\overline{R} \qquad (1)$$

мұндағы: $\varepsilon_o = 8{,}86 \cdot 10^{-12} \quad ф/м$;

зарядтар арасындағы қашықтық (м);

F – (Ньютон) – екі зарядтың өзара әсерлесу күші.

Электрстатикалық өрістің потенциалы және кернеулігі

$$\overline{E} = \frac{\overline{F}}{q} \qquad (2)$$

мұндағы $\overline{E}$ – векторлық шама.

(1)-ге қойып

$$E = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_o R^2} \qquad (3)$$

- нүктелік заряд үшін кернеулік өрісінің модулін аламыз.

Зарядтың жолда орын ауыстыру жұмысы $d\vec{l}$ – $A_{эл.} = q\overline{E} \cdot d\vec{l}$, мұндағы $\vec{E}$ векторы $d\vec{l}$ векторына параллель. M_1 және M_2 нүктелерін алып

$$A = q\int_{M_1}^{M_2} \vec{E}d\vec{l}\text{, егер } q=1$$

M$_1$ нүктесінен M$_2$ нүктесіне бірлік зарядтың орын ауыстыруға жұмсалатын жұмыс $\varphi_1 - \varphi_2$ потенциалдарының айырмасы деп аталады. Егер M$_2$ шексіздікте орналасса (шексіз алыстатылған нүктелердің потенциалы нолге тең), онда айырма M нүктесінің потенциалына ауысады

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{M_1}^{M_2} \vec{E} d\vec{l} \qquad (4),$$

$$\varphi_1 = \int_{M_1}^{\infty} \vec{E} d\vec{l} \qquad (5)$$

Кез-келген M нүктесінің потенциалы барлық зарядтар потенциалдарының қосындысына тең. (суперпозиция принципі)

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \sum_i \frac{q_i}{R_i} \qquad (6)$$

мұндағы R_i – i-ші зарядтың M нүктесіне дейінгі ара қашықтығы.

$$Ц = \oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0 \qquad (7)$$

– тұйықталған контур бойынша вектордың циркуляциясы

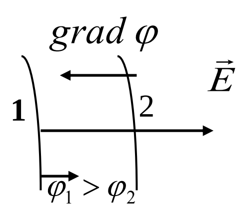
$$\frac{dx}{E_x} = \frac{dy}{E_y} = \frac{dz}{E_z} \qquad (8)$$

– $\overline{E}$ векторының күштік сызығының

$$\vec{E} = -\vec{n}_0 \frac{d\varphi}{dn}; \ \vec{E} = \vec{n}_0 E \qquad \vec{E} = -grad\,\varphi \qquad (9),$$

$$grad\,\varphi = \nabla \varphi \qquad (10)$$

Декарттық координаттар жүйесінде



$$grad\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{x}^o + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{y}^o + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{z}^o \qquad (11)$$

Лапласиан

$$div\ grad\varphi = \nabla(\nabla\varphi) = (\vec{x}^o\frac{\partial}{\partial x} + \vec{y}^o\frac{\partial}{\partial y} + \vec{z}^o\frac{\partial}{\partial z})(\vec{x}^o\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{y}^o\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{z}^o\frac{\partial\varphi}{\partial z}) =$$

$$= (\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}) = (\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2})\cdot\varphi; \quad \nabla(\nabla\varphi = \nabla^2\varphi = (\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2})\cdot\varphi$$

$$\nabla^2 = \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Лапласиан (бұл вектор емес) скалярға және векторға қолдануға болады.

Пуассон және Лаплас теңдеуі

$$\nabla^2\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$ – Пуассон теңдеуі (12),

$$\nabla^2\varphi = 0$$ – Лаплас теңдеуі (13)

φ үшін шешім

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_a}\int_V \frac{\rho\, dV}{r}, \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_a}\int_S \frac{\xi dS}{r}, \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_a}\int_l \frac{\tau dl}{r}$$

Электрстатикалық өрістің шекаралық шарттары

Металл-диэлектрик шекарасындағы шарттар

1. $$E_\tau = 0, \quad \varphi_{мет} = const \qquad (14),$$

2. $$D_n = \xi, \quad \varepsilon_1\frac{\partial\varphi}{\partial n} - \xi \qquad (15)$$

Екі диэлектриктер шекарасындағы шарттар

1. $E_{\tau_1} = E_{\tau_2}$, (16),

$$\varphi_1 = \varphi_2 .$$

2. $D_{n_1} - D_{n_2} = \xi$, *егер* $\xi = 0$, *онда* $D_{n_1} = D_{n_2}$. (17)

$$\varepsilon_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} - \varepsilon_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} = -\xi .$$