2.1.5 Қажетті формулалар

Максвелл теңдеуі электрмагниттік өріс жөнінде толық мағлұмат береді. Ол төрт векторлық мәнмен сипатталады: $\vec{E}$ – электр өрісінің кернеулігі, вольттің метрге (В/м); $\vec{D}$ – электрлік индукция - кулонның шаршы метрге (Кл/м²); $\vec{H}$ – магнит өрісінің кернеулігі - ампердің метрге (А/м); $\vec{B}$ – магниттік индукция, вебердің шаршы метрге қатынасымен өлшенеді (Вб/м²).

Интегралдық түрдегі Масксвелл теңдеуі

$$\oint_L \vec{H} D\vec{l} = \vec{I}_{полн}$$ - толық ток заңы (1),

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\int_S \frac{d\vec{B}}{dt} d\vec{S}$$ -электрмагниттік индукцияның жалпылама заңы (2),

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q$$ - Максвелл постулаты (3),

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$ - үздіксіздік заңы (4)

Дифференциалдық түрдегі Масксвелл теңдеуі

$$rot\vec{H} = \vec{j}_{\grave{o}\hat{\imath}\ddot{e}} \quad (5),$$

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (6),$$

$$div\vec{D} = \rho \quad (7),$$

$$div\vec{B} = 0 \quad (8)$$

Толық токтың тығыздығы төрт токтың қосындысын ұсынады:

$$\vec{j}_{тол} = \vec{j}_{см} + \vec{j}_{пр} + \vec{j}_{пер} + \vec{j}_{ст} \qquad (9)$$

сәйкесінше токтың ығысу тығыздығы, токтың өткізгіштік тығыздығы, токтың тасымалдану тығыздығы және бөгде токтың тығыздығы.

Токтардың ығысу тығыздығының, өткізгіштігінің және тасымалдану тогының анықтамасы

$$\vec{j}_{пр} = \sigma \ \overline{E} \quad \vec{j}_{см} = \frac{\partial \overline{D}}{\partial t} \quad \vec{j}_{пер} = \rho \cdot \overline{V} \qquad (10)$$

Бұл теңдеулерге ρ зарядтың көлемдік тығыздығы (Кл/м^3) және Сименстің метрге қатынасымен өлшенетін (Сим/м), σ - заттың меншікті көлемдік өткізгіштігі кіреді.

Әдетте қандай да материалдық ортадағы өріс векторларының байланысы келесі теңдеулермен сипатталады

$$\vec{B} = \mu_a \vec{H} \qquad (11),$$

$$\overline{D} = \varepsilon_a \overline{E} \qquad (12)$$

мұндағы μ_a – абсолют магниттік өтімділік;

ε_a- абсолют диэлектрлік өтімділік.

Әсіресе жиі орталарды вакууммен салыстырғанда сипаттау ыңғайлы, соған байланысты салыстырмалы өткізгіштік енгізіледі

$$\mu_r = \mu_a / \mu_0 \qquad (13),$$

$$\varepsilon_r = \varepsilon_a / \varepsilon_0 \qquad (14)$$

мұндағы $\varepsilon_0 = 10^{-9}/(36\pi)$ Ф/м – электрлік тұрақты;

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магниттік тұрақты.

Магнит ағыны Ф деп, бетті тесіп өтетін интегралды айтады

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} \qquad (15)$$

Онда (2) теңдеуі келесі түрде жазылады

$$\int \vec{E}d\vec{l} = -\frac{d\hat{O}}{dt} \quad (16),$$

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \int_V div\vec{E}d\vec{V}$$ - Остроградский теоремасы (18),

$$\oint_L \vec{H}d\vec{l} = \int_S rot\vec{H}d\vec{S}$$ - Стокс теоремасы (19)

Шекаралық шарттарды анықтайтын теңдеулер

$$\begin{aligned} D_{1n} - D_{2n} &= \xi; \\ E_{1\tau} &= E_{2\tau}; \\ B_{1n} &= B_{2n}; \\ H_{1\tau} - H_{2\tau} &= \eta; \end{aligned} \qquad \begin{aligned} &\bar{n}^\circ(\bar{D}_1 - \bar{D}_2) = \xi; \\ &\left[\bar{n}^\circ(\bar{E}_1 - \bar{E}_2)\right] = 0; \\ &\bar{n}^\circ(\bar{B}_1 - \bar{B}_2) = 0; \\ &\left[\bar{n}^\circ(\bar{H}_1 - \bar{H}_2)\right] = \eta. \end{aligned} \quad (20),$$

$$div\,rot\,\vec{H} = div\,\vec{j}_{полн} \equiv 0$$

$$\int_V div\,\vec{j}_{полн} d\vec{V} = \int_S \vec{j}_{полн} d\vec{S} = I_{полн}$$ - Толық ток заңы (21)

$\vec{a}$ векторының декарттық координат жүйесіндегі қатардың жинақталмаушылығының (дивергенциясының) анықтамасы

$$div\,\vec{a} = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z} \quad (22)$$

$\vec{a}$ векторы роторының анықтамасы

$$rot\bar{a} = \begin{vmatrix} \frac{1}{h_2 h_3}\bar{q}_1^\circ & \frac{1}{h_1 h_3}\bar{q}_2^\circ & \frac{1}{h_1 h_2}\bar{q}_3^\circ \\ \frac{\partial}{\partial q_1} & \frac{\partial}{\partial q_2} & \frac{\partial}{\partial q_3} \\ h_1 a_1 & h_2 a_2 & h_3 a_3 \end{vmatrix} \quad (23)$$

φ потенциалының градиентінің анықтамасы

$$grad\varphi = G = \frac{1}{h_1}\frac{\partial\varphi}{\partial q_1}\vec{q}_1^{\,o} + \frac{1}{h_2}\frac{\partial\varphi}{\partial q_2}\vec{q}_2^{\,o} + \frac{1}{h_3}\frac{\partial\varphi}{\partial q_3}\vec{q}_3^{\,o} \qquad (24)$$