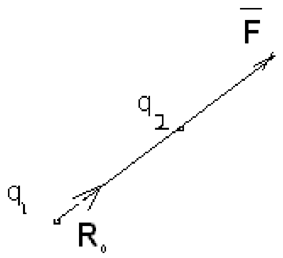
Определение электростатического поля

Электростатическое поле – это частный вид электромагнитного поля. Оно создается совокупностью электрических зарядов, неподвижных в пространстве по отношению к наблюдателю и неизменных во времени.



Закон Кулона.

$$\overline{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_o R^2}\overline{R} \quad (1)$$

где $\varepsilon_o = 8{,}86 \cdot 10^{-12}$ $ф/_{м}$;

R – расстояние между зарядами (м);

F – (Ньютон) –сила взаимодействия двух зарядов.

Напряженность и потенциал электростатического поля.

$$\overline{E} = \frac{\overline{F}}{q} \quad (2)$$

$\overline{E}$ - векторная величина. Подставляя (1), получим

$$E = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_o R^2} \quad (3)$$

- модуль напряженности поля для точечного заряда.

Работа на перемещение заряда на пути $d\vec{l}$ - $A_{эл.}$ = $q\overline{E} \cdot d\vec{l}$, где *вектор* $\vec{E}$ параллелен *вектору* $d\vec{l}$. Взяв точки M_1 и M_2

$$A = q\int_{M_1}^{M_2} \vec{E}d\vec{l}, \text{ при } q=1$$

Работа, затрачиваемая на перемещение единичного заряда из точки M_1 в точку M_2, называется разностью потенциала $\varphi_1 - \varphi_2$. Если M_2 находится на бесконечности (потенциал в бесконечно удаленных точках равен нулю), то разность перейдет в потенциал точки M

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{M_1}^{M_2} \vec{E} d\vec{l} \qquad (4),$$

$$\varphi_1 = \int_{M_1}^{\infty} \vec{E} d\vec{l} \qquad (5)$$

Потенциал в произвольной точке М равен сумме потенциалов всех зарядов (принцип суперпозиции)

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \sum_i \frac{q_i}{R_i} \qquad (6)$$

где R_i - расстояние от i-того заряда до точки М.

$$Ц = \oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0 \qquad (7)$$

– циркуляция вектора по замкнутому контуру

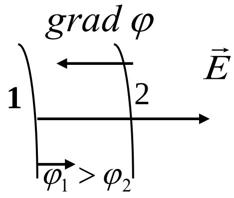
$$\frac{dx}{E_x} = \frac{dy}{E_y} = \frac{dz}{E_z} \qquad (8)$$

- уравнение силовых линий вектора $\overline{E}$

$$\vec{E} = -\vec{n}_0 \frac{d\varphi}{dn} \qquad \vec{E} = \vec{n}_0 E \qquad \vec{E} = -grad\,\varphi \qquad (9),$$

$$grad\ \varphi = \nabla \varphi \qquad (10)$$

в декартовой системе координат

(11) 

$$grad\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x}\vec{x}^o + \frac{\partial \varphi}{\partial y}\vec{y}^o + \frac{\partial \varphi}{\partial z}\vec{z}^o$$

Лапласиан

$$div\, grad\varphi = \nabla(\nabla\varphi) = (\vec{x}^o \frac{\partial}{\partial x} + \vec{y}^o \frac{\partial}{\partial y} + \vec{z}^o \frac{\partial}{\partial z})(\vec{x}^o \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{y}^o \frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{z}^o \frac{\partial\varphi}{\partial z}) =$$

$$= (\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}) = (\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}) \cdot \varphi; \quad \nabla(\nabla\varphi = \nabla^2\varphi = (\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}) \cdot \varphi$$

$\nabla^2 = \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – Лапласиан (это уже не вектор) может быть применен к скаляру и к вектору

Уравнения Пуассона и Лапласа

$$\nabla^2\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} - \text{уравнение Пуассона} \qquad (12),$$

$$\nabla^2\varphi = 0 \text{ - уравнение Лапласа} \qquad (13)$$

Решения для φ

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_a}\int_V \frac{\rho\, dV}{r}, \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_a}\int_S \frac{\xi dS}{r}, \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_a}\int_l \frac{\tau dl}{r}$$

Граничные условия в электростатическом поле

Условия на границе металл – диэлектрик

$$1. \quad \begin{matrix} E_\tau = 0, \\ \varphi_{мет} = const \end{matrix} \qquad (14),$$

$$2. \quad \begin{matrix} D_n = \xi, \\ \varepsilon_1 \frac{\partial\varphi}{\partial n} - \xi \end{matrix} \qquad (15)$$

Условия на границе двух диэлектриков

$$1. \; E_{\tau_1} = E_{\tau_2}, \qquad (16),$$

$$\varphi_1 = \varphi_2.$$

$$2. D_{n_1} - D_{n_2} = \xi, \text{åñëè } \xi = 0, \text{òî } D_{n_1} = D_{n_2} \qquad (17)$$

$$\varepsilon_1 \frac{\partial\varphi_1}{\partial n} - \varepsilon_2 \frac{\partial\varphi_2}{\partial n} = -\xi.$$