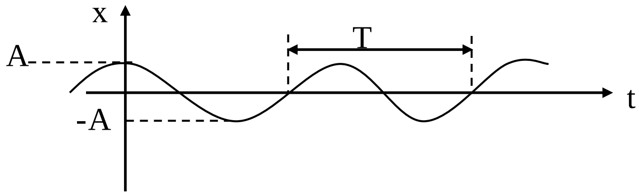
2.1.11 Необходимые формулы



Уравнение гармонического колебания

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

где x - смещение колеблющейся величины от положения равновесия;
 t - время;
 A, ω - амплитуда колебаний, циклическая частота;
 φ_0 - начальная фаза;
 $\varphi = (\omega t + \varphi_0)$ – фаза колебаний в момент t .

Круговая частота колебаний

$$\omega = 2\pi\nu \qquad \text{или} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

где ν и T – частота и период колебаний.

Скорость точки, совершающей гармонические колебания

$$v = \dot{x} = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$$

Ускорение при гармоническом колебании

$$a = x = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi)$$

Амплитуда A результирующего колебания, полученного при сложении двух колебаний с одинаковыми частотами, происходящих по одной прямой, определяется по формуле

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

где A_1 и A_2 – амплитуды составляющих колебаний;
 φ_1 и φ_2 – их начальные фазы.

Дифференциальное уравнение гармонических колебаний

$$m\ddot{x} = -kx \quad \text{или} \quad \ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

где m –масса точки;

k – коэффициент квазиупругой силы ($k = m\omega^2$).

Полная энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 = \frac{1}{2} k A^2$$

Дифференциальное уравнение затухающих колебаний

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} \quad \text{или} \quad \ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

где r – коэффициент сопротивления;

δ – коэффициент затухания ($\delta = \frac{r}{2m}$);

ω_0 – собственная круговая частота колебаний ($\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$).

Уравнение затухающих колебаний

$$x = A(t)\cos(\omega t + \varphi)$$

где $A(t)$– амплитуда затухающих колебаний в момент t.

Зависимость амплитуды затухающих колебаний от времени

$$A(t) = A_0 e^{-\delta t}$$

где A_0 – амплитуда колебаний в момент $t = 0$.

Круговая частота затухающих колебаний ω

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

где ω_0 – собственная частота системы.

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + F_0 \cos\omega t \quad \text{или} \quad \ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos\omega t$$

где $F_0 \cos\omega t$ – внешняя периодическая сила, действующая на колеблющуюся материальную точку и вызывающая вынужденные колебания; F_0 – ее амплитудное значение: $f_0 = \frac{F_0}{m}$.

Уравнение плоской волны

$$S(x,t) = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right) \quad \text{или} \quad S(x,t) = A\cos(\omega t - kx)$$

где $S(x,t)$ – смещение точек среды с координатой x в момент t;

ω – круговая частота;

υ – скорость распространения колебаний в среде (фазовая скорость);

k – волновое число ($k = \frac{2\pi}{\lambda}$, λ – длина волны).

Длина волны связана с периодом T колебаний и частотой ν соотношениями

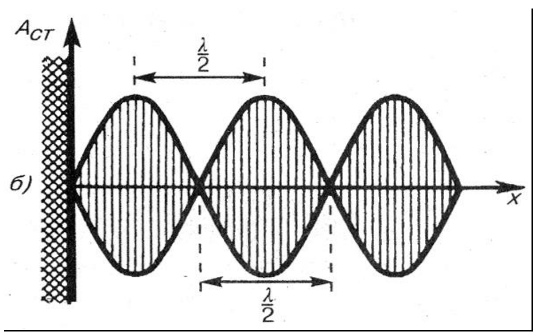
$$\lambda = \upsilon T \quad \text{и} \quad \lambda = \frac{\upsilon}{\nu}$$

Разность фаз колебаний двух точек среды, расстояние между которыми (разность хода) равно Δx

$$\Delta\varphi = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\Delta x$$

Уравнение стоячей волны

$$S(x,t) = A\cos\omega\frac{x}{\upsilon}\cos\omega t \qquad \text{или} \qquad S(x,t) = A\cos kx\cos\omega t$$



Координаты пучностей и узлов

$$x_n = \pm m\frac{\lambda}{2}; \quad x_y = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} \quad (m = 0,1,2,\ldots)$$

Фазовая скорость продольных волн в упругой среде

а) в твердых телах $\upsilon = \sqrt{\dfrac{E}{\rho}}$

где E – модуль Юнга; ρ – плотность вещества.

б) в газах: $\upsilon = \sqrt{\dfrac{\gamma RT}{M}}$ или $\upsilon = \sqrt{\dfrac{\gamma p}{\rho}}$

где γ – показатель адиабаты ($\gamma = \dfrac{c_p}{c_v}$ – отношение теплоемкостей газа при постоянных давлении и объеме);

R – молярная газовая постоянная, R =8,31Дж/(К·моль);

T – термодинамическая температура;

M – молярная масса; p – давление газа.

Средняя объемная плотность энергии звукового поля

$$\langle w \rangle = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2$$

Энергия звукового поля заключенного в некотором объеме V

$$W = \langle w \rangle V$$

Поток звуковой энергии

$$\Phi = \frac{W}{t}$$

Интенсивность звука (плотность потока энергии звуковой волны)

$$I = \frac{\Phi}{S}$$

Связь интенсивности звука со средней объемной плотностью энергии звукового поля

$$I = \langle w \rangle c_{зв}$$

где $c_{зв}$ – скорость звука в среде.

Связь мощности N точечного изотропного источника звука с интенсивностью звука

$$I = \frac{N}{4\pi r^2}$$