2.13 Поле двух параллельных заряженных осей

Рассмотрим две заряженные оси с зарядами $+\mathbf{q}_1$ и $-\mathbf{q}_1$, расположенные друг от друга на расстоянии, равном **2*a*** (рисунок 2.16). В поле заряженных осей возьмем точку **М** и по методу наложения определим потенциал этой точки.

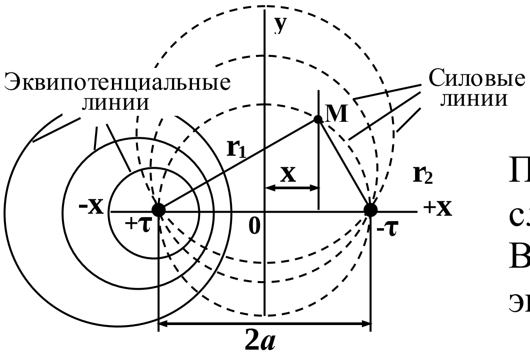

Рисунок 2.16.

$$\varphi_{\mathbf{M}} = \varphi_{\mathbf{r}_1} + \varphi_{\mathbf{r}_2} = \frac{-\boldsymbol{\tau}}{\mathbf{2\pi\pi\varepsilon_o}}\mathbf{lnr_1} - \left(\frac{-\boldsymbol{\tau}}{\mathbf{2\pi\pi\varepsilon_o}}\mathbf{lnr_2}\right) + \mathbf{K}.$$

Постоянную интегрирования **К** определим из следующих условий: при $\mathbf{r_1=r_2}$, $\boldsymbol{\varphi}$**=0** => **К=0**. В результате получим уравнение эквипотенциальной поверхности (окружности).

$$\varphi_{\mathbf{M}} = \frac{\boldsymbol{\tau}}{\mathbf{2\pi\pi\varepsilon_o}}\mathbf{ln}\frac{\mathbf{r_2}}{\mathbf{r_1}}. \qquad (2.48)$$

Эквипотенциальная поверхность в виде окружности будет при условии $\left(\dfrac{\mathbf{r_1}}{\mathbf{r_2}}\right)^2 = \mathbf{k}^2 = \mathbf{const}$. Для доказательства выполним следующие расчеты, используя рисунок 2.16.

$$\mathbf{k}^2 = \left(\frac{\mathbf{r_1}}{\mathbf{r_2}}\right)^2 = \frac{(\boldsymbol{a}-\mathbf{x})^2+\mathbf{y}^2}{(\boldsymbol{a}+\mathbf{x})^2+\mathbf{y}^2};$$

$$\mathbf{k^2}\boldsymbol{a}^2\mathbf{+2}\boldsymbol{a}\mathbf{xk^2+k^2x^2+k^2y^2-}\boldsymbol{a}^2\mathbf{+2}\boldsymbol{a}\mathbf{x-x^2-y^2=0};$$

$$\mathbf{(k^2-1)(}\boldsymbol{a}^2\mathbf{+x^2+y^2)+(k^2+1)2}\boldsymbol{a}\mathbf{x=0};$$

$$\mathbf{x^2+y^2+2}\boldsymbol{a}\mathbf{x}\frac{\mathbf{k^2+1}}{\mathbf{k^2-1}}\mathbf{=-}\boldsymbol{a}^2.$$

Прибавим к обеим сторонам уравнения $\boldsymbol{a}^2\left(\dfrac{\mathbf{k^2+1}}{\mathbf{k^2-1}}\right)^2$**,** получим:

$$\mathbf{y^2+(x+}\boldsymbol{a}\mathbf{)}\left(\frac{\mathbf{k^2+1}}{\mathbf{k^2-1}}\right)^2 = \frac{\mathbf{4a^2k^2}}{(\mathbf{k^2-1})^2}. \qquad (2.49)$$

(2.49) – есть уравнение эквипотенциальной линии, оно же уравнение окружности с радиусом $\mathbf{r_o} = \dfrac{\mathbf{2}\boldsymbol{a}\mathbf{k}}{\mathbf{k^2-1}}$, отстоящей от начала координат по оси **x** на расстоянии $\mathbf{x_1} = \pm\boldsymbol{a}\dfrac{\mathbf{k^2+1}}{\mathbf{k^2-1}}$, **y=0**.

Центр эквипотенциальной окружности не совпадает с центром сечения оси. Эквипотенциальные окружности взаимно перпендикулярно пересекаются с силовыми линиями.