1.3 Дифференциальные уравнения Максвелла в прямоугольной системе координат

Уравнения (1.9) и (1.10) не зависят от выбранной системы координат. Однако выражения для составляющих векторов **E** или **H** в разных системах координат различаются. В прямоугольной системе координат

$$\mathrm{rot}\,\overline{A} = \mathrm{rot}_x\overline{A} + \mathrm{rot}_y\overline{A} + \mathrm{rot}_z\overline{A}$$

Здесь составляющие есть проекции **rot A** на оси x,y,z .Определим выражение для **rot A**. Для этого выделим площадку **ds** (прямоугольный контур) 12341 в плоскости параллельной плоскости YOZ в системе координат XYZ (рис.1.1).

$$\mathrm{rot}_X A = \lim_{\Delta S_X \to 0} \frac{\oint\limits_{12341} A \cdot d\ell}{\Delta S_x} = \frac{1}{dz \cdot dy} \cdot \left[A_y d_y + \left(A_z + \frac{\partial A_z}{\partial y} dy \right) dz - \left(A_y + \frac{\partial A_y}{\partial z} dz \right) dy - A_z dz \right] =$$

$$= \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z};$$ По аналогии для других проекций получим:

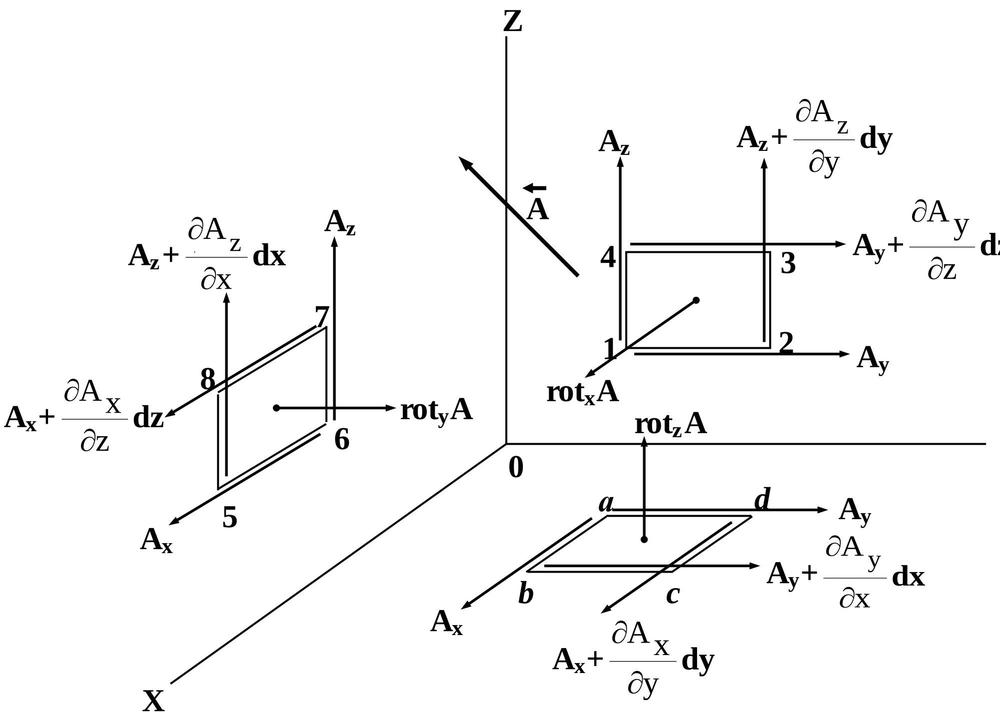

Рисунок 1.1. Проекции вектора **A** на направления координатных осей.

Величины A_x, A_y, A_z; $A_z + \frac{\partial A_z}{\partial y} dy$, $A_y + \frac{\partial A_y}{\partial z} dz$ - есть средние значения проекций вектора А на направления сторон.

$$\mathrm{rot_y}A = \lim_{\Delta S_Y \to 0} \frac{\oint_{56785} A \cdot d\ell}{\Delta S_y} = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}; \quad \mathrm{rot_z}A = \lim_{\Delta S_Z \to 0} \frac{\oint_{abcda} A \cdot d\ell}{\Delta S_Z} = \frac{\partial A_Y}{\partial x} - \frac{\partial A_X}{\partial y}; \qquad (1.11)$$

Систему уравнений (1.11) можно получить, раскрыв определитель третьего порядка

$$\mathrm{rot}A = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} & \frac{\partial}{\partial \mathbf{y}} & \frac{\partial}{\partial \mathbf{z}} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix};$$

В соответствии с уравнениями (1.11) запишем уравнения (1.9) и (1.10), получим первое уравнение Максвелла (1.12) и второе уравнение Максвелла (1.13) в декартовых координатах.

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{rot_x}\overline{H} &= \frac{\partial H_Z}{\partial y} - \frac{\partial H_Y}{\partial z} = \overline{\delta}_x; \\ \mathrm{rot_y}\overline{H} &= \frac{\partial H_X}{\partial z} - \frac{\partial H_Z}{\partial x} = \overline{\delta}_X; \\ \mathrm{rot_z}\overline{H} &= \frac{\partial H_Y}{\partial x} - \frac{\partial H_X}{\partial y} = \overline{\delta}_Z \end{aligned}\right\} \quad (1.12) \qquad \left.\begin{aligned} \mathrm{rot_x}\overline{E} &= \frac{\partial E_Z}{\partial y} - \frac{\partial E_Y}{\partial z} = -\frac{\partial B_X}{\partial t}; \\ \mathrm{rot_y}\overline{E} &= \frac{\partial E_X}{\partial z} - \frac{\partial E_Z}{\partial x} = -\frac{\partial B_Y}{\partial t}; \\ \mathrm{rot_z}\overline{E} &= \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_X}{\partial y} = -\frac{\partial B_Z}{\partial t}; \end{aligned}\right\} \quad (1.13)$$