3.6 Применение метода электростатической аналогии для расчета электростатических цепей

Методы расчета цепей постоянного тока полностью применимы для расчета зарядов, напряжений и емкостей в установившихся режимах (**I=0**) в цепях с конденсаторами.

Для расчета цепей с конденсаторами введем понятие инверсной емкости **К=1/С**. Поскольку **С** подобна **G**, то **К** в цепях с конденсаторами будет подобна R в цепи постоянного тока, а заряд **q** будет подобен **I**.

$$I=U\cdot G=\frac{U}{R}. \qquad q=U\cdot C=\frac{U}{K}.$$

При последовательном соединении двух конденсаторов (рис.3.7, *а*) получаем: $K_{общ}=K_1+K_2=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}=\frac{C_1+C_2}{C_1\cdot C_2}$. Откуда $C_{общ}=\frac{1}{K_{общ}}=\frac{C_1\cdot C_2}{C_1+C_2}$.

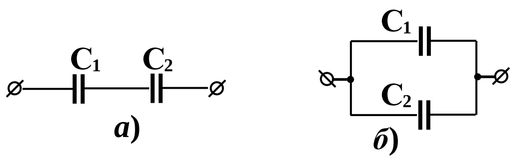

Рисунок 3.7.

При параллельном соединении (рис.3.7, *б*)

$$K_{общ}=\frac{1}{K_1}+\frac{1}{K_2}=\frac{K_1\cdot K_2}{K_1+K_2}.$$

$$C_{общ}=C_1+C_2.$$

При преобразовании соединения емкостей из треугольника в эквивалентную звезду используются известные формулы для сопротивлений:

$$K_1=\frac{K_{12}\cdot K_{13}}{K_{12}+K_{13}+K_{23}}; \quad K_2=\frac{K_{12}\cdot K_{23}}{K_{12}+K_{13}+K_{23}}; \quad K_3=\frac{K_{13}\cdot K_{23}}{K_{12}+K_{13}+K_{23}}.$$

Здесь K_1, K_2, K_3 – инверсные емкости в лучах звезды.

Пример 1. К плоскому конденсатору с двухслойной изоляцией (рис.3.8) приложено напряжение **U**. Геометрические параметры конденсатора - d_1, d_2, **S**; диэлектрическая проницаемость - ε_1, ε_2.

Требуется определить: заряд q; напряжение и напряженность на каждом слое изоляции U_1, U_2, E_1, E_2; емкости слоев изоляции C_1, C_2.

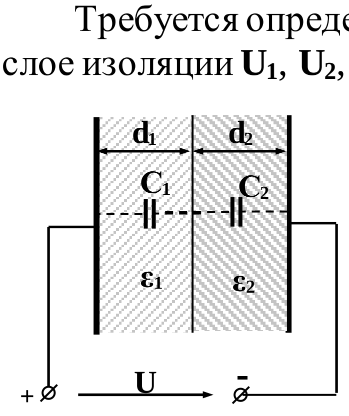

Рисунок 3.8.

Емкости слоев изоляции: $C_1=\frac{\varepsilon_1\varepsilon_o S}{d_1}$; $C_2=\frac{\varepsilon_2\varepsilon_o S}{d_2}$.

Инверсная емкость: $K=K_1+K_2=\frac{d_1}{\varepsilon_1\varepsilon_o S}+\frac{d_2}{\varepsilon_2\varepsilon_o S}$.

Емкость конденсатора: $C=\frac{1}{K}$.

Заряд на пластинах конденсатора: $q=C\cdot U$.

Напряжение на слоях: $\mathbf{U_1 = \dfrac{q}{C_1} = q \cdot K_1}$; $\mathbf{U_2 = \dfrac{q}{C_2} = q \cdot K_2}$

Напряженность в слоях: $\mathbf{E_1 = \dfrac{U_1}{d_1}}$; $\mathbf{E_2 = \dfrac{U_2}{d_2}}$.

Пример 2. На рис.3.9 показана схема со смешанным соединением конденсаторов. Известны $\mathbf{C_1}$, $\mathbf{C_2}$, $\mathbf{C_3}$, $\mathbf{U}$. Определить $\mathbf{C_{общ}}$, $\mathbf{U_1}$, $\mathbf{U_2}$, $\mathbf{q_1}$, $\mathbf{q_2}$, $\mathbf{q_3}$.

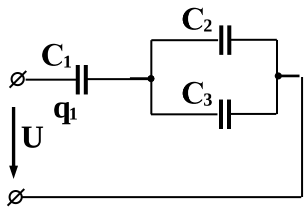

Рисунок 3.9.

Общая инверсная емкость:

$$\mathbf{K_{общ} = K_1 + (K_2//K_3) = K_1 + \frac{K_2 \cdot K_3}{K_2 + K_3}}.$$

Общая емкость цепи: $\mathbf{C_{общ} = \dfrac{1}{K_{общ}}}$.

Общий заряд цепи: $\mathbf{q = q_1 = q_2 + q_3 = \dfrac{U}{K_{общ}}}$.

Напряжение на первом конденсаторе: $\mathbf{U_1 = q \cdot K_1}$.

Напряжение на втором и третьем конденсаторах:

$$\mathbf{U_2 = U_3 = U - U_1 = q \cdot \frac{K_2 \cdot K_3}{K_2 + K_3}}.$$

Заряды на обкладках второго и третьего конденсаторов:

$$\mathbf{q_2 = \frac{U_2}{K_2}}; \qquad \mathbf{q_3 = \frac{U_3}{K_3}}.$$