4.7 Применение закона Био-Савара-Лапласса для расчета напряженности магнитного поля

а) Магнитное поле прямолинейного проводника с током.

На рис.4.7 показан поясняющие геометрические размеры, которые известны: **ℓ**, **μ**, ***a***, **r**, α_1, α_2.

Вектор **H** в точке **p** от элемента тока определяем по уравнению (4.14)

$$\mathbf{dH_{(p)}} = \mathbf{I}\cdot\frac{[\overline{d\ell}\cdot\overline{r}_o]}{4\pi r^2} = \mathbf{I}\cdot\frac{[\overline{d\ell}\cdot\overline{r}\ ]}{4\pi r^3}.$$

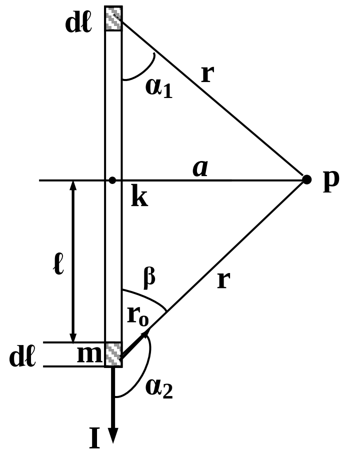

Рисунок 4.7

Полная напряженность в точке p равна сумме H от элементов тока всего проводника.

Векторное произведение:

$$\overline{d\ell}\cdot\overline{r} = d\ell\cdot r\cdot\sin(\overline{d\ell}\,\hat{}\,\overline{r}\ ).$$ Где $(\overline{d\ell}\,\hat{}\,\overline{r}\ ) = \alpha$.

С учетом указанных соотношений получаем:

$$\mathbf{dH_{(p)}} = \frac{I\cdot r\cdot d\ell\cdot\sin\alpha}{4\pi r^3} = \frac{I\cdot d\ell\cdot\sin\alpha}{4\pi r^2}.$$

Выразим **dℓ** и **r** через угол **α**. Для этого рассмотрим треугольник **mkp** (рисунок 4.7).

$$\beta=(180^o-\alpha_2);\ \mathrm{ctg}\beta = \frac{\ell}{a};\ \ell=a\,\mathrm{ctg}(180^o-\alpha_2);\ d\ell = \frac{a\cdot d\alpha}{\sin^2\alpha};\ r^2 = \frac{a^2}{\sin^2\alpha}.$$

После подстановки данных получаем:

$$\mathbf{dH} = \frac{I\cdot a\cdot d\alpha\cdot\sin\alpha\cdot\sin\alpha^2}{4\pi a^2\sin\alpha^2} = \frac{I\cdot d\alpha\cdot\sin\alpha}{4\pi a^2}.$$

Проинтегрируем полученное выражение **dH** по всей длине проводника

$$\mathbf{H} = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\frac{I\cdot d\alpha\cdot\sin\alpha}{4\pi a^2} = \frac{I}{2\pi a}(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2). \qquad (4.17)$$

Если $0 \le \alpha \le 180^o$, то получим бесконечно длинный проводник и ($\cos 0^o - \cos 180^o$)=2. => $\mathbf{H} = \frac{I\cdot 2}{4\pi a} = \frac{I}{2\pi a}$. Получаем такое же выражение, как и по закону полного тока **H·2π*a*=I**.

б) Магнитное поле кругового витка с током.

На рис.4.8 показан круговой проводник с током. В точке **p** результирующий вектор напряженности магнитного поля будет состоять из составляющих по оси **x**, т.к. составляющие по оси y вычитаются и в сумме дают ноль.

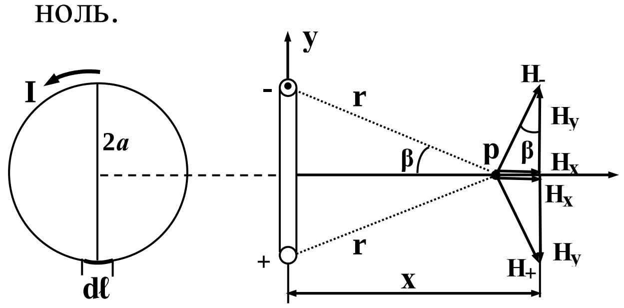

Рисунок 4.8

Напряженность от элемента тока

$$\mathbf{dH_+} = \frac{I[\overline{d\ell}\cdot\overline{r}]}{4\pi r^3}.\quad \sum \mathbf{dH_y} = 0.$$

$$[\overline{d\ell}\cdot\overline{r}] = d\ell\cdot r\cdot\sin 90^o = d\ell\cdot r.$$

В точке **p** => $\mathbf{dH_p} = \bar{i}\,dH_x + \bar{j}\,dH_y$.

Здесь $\mathbf{dH_x} = \mathbf{dH}\sin\beta$.

Напряженность поля в точке **p**

$$\mathbf{dH_p = dH_x = \frac{Isin\beta \cdot d\ell \cdot r}{4\pi r^2} = \frac{I \cdot d\ell \cdot sin\beta}{4\pi r^2}}; \quad \mathbf{sin\beta = \frac{\mathit{a}}{r}}; \quad \mathbf{r = \sqrt{\mathit{a}^2 + x^2}}$$

$$\mathbf{H_p = \oint_{2\pi \mathit{a}} \frac{Isin\beta \cdot d\ell \cdot r}{4\pi r^2} = \frac{Isin\beta}{4\pi r^2} \cdot 2\pi \mathit{a} = \frac{Isin\beta \cdot \mathit{a}}{2r^2} = \frac{I \cdot a_2}{2(\mathit{a}^2 + x^2)^{3/2}}}. \tag{4.18}$$