### 1.5 Теорема Гаусса и постулат Максвелла в прямоугольной системе координат

Здесь также как и в разделе 1.3 выражение некоторого вектора **A** через его составляющие различно в разных системах координат. На рисунке 1.4 дан поясняющий рисунок для прямоугольной системы координат.

Поток вектора A через поверхность прямоугольного параллелепипеда слагается из потоков сквозь грани формирующие его объем. Поток вектора **A** сквозь замкнутую поверхность ограничивающую объем параллелепипеда равен алгебраической сумме потоков вектора через его грани. Потоки, выходящие из объема имеют знак «+», выходящие знак «-».

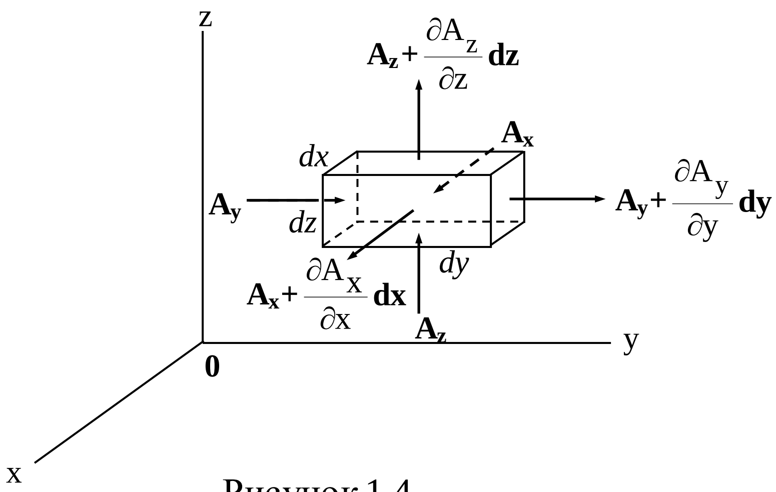


Рисунок 1.4.

На рисунке 1.4 показаны средние значения нормальных к поверхности грани составляющих вектора **A**.

Площадь поверхности **dS** элементарного параллелепипеда и его объем **dV** соответственно равны:

$$\mathbf{dS = 2dx\cdot dy + 2dy\cdot dz + 2dz\cdot dx;\ \ dV = dx\cdot dy\cdot dz}.$$

Поток вектора **A** через замкнутую поверхность равен

$$\oint_S \overline{\mathbf{A}}\cdot \mathbf{dS} = -A_Y\cdot dx\cdot dz - A_X\cdot dy\cdot dz - A_Z\cdot dx\cdot dy + \left(A_x + \frac{\partial A_x}{\partial x}dx\right)dy\cdot dz +$$

$$+\left(A_y + \frac{\partial A_y}{\partial y}dy\right)dx\cdot dz + \left(A_z + \frac{\partial A_Z}{\partial z}dz\right)dy\cdot dx = \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}\right)\cdot dV.$$

Отсюда с учётом (1.16) получим $\mathbf{div A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$ (1.20)

Теорема Гаусса в дифференциальной форме $\nabla \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}$ .

Здесь $\nabla$**E** – скалярное произведение равное произведению модулей векторов на косинус угла между ними.

В декартовой системе координат терема Гаусса имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{E_x}}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{E_y}}{\partial \mathbf{y}} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\boldsymbol{\rho}}{\boldsymbol{\varepsilon\varepsilon_0}}. \tag{1.21}$$

Постулат Максвелла в декартовых координатах и дифференциальной форме

$$\boldsymbol{\nabla} \mathbf{D} = \boldsymbol{\rho}, \qquad \text{или} \qquad \frac{\partial \mathbf{D_x}}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{D_y}}{\partial \mathbf{y}} + \frac{\partial \mathbf{D_z}}{\partial \mathbf{z}} = \boldsymbol{\rho}. \tag{1.22}$$