1.7 Теоремы Остроградского и Стокса

Теорема Остроградского-Гаусса позволяет перейти от объёмного к поверхностному интегралу.

$$\int_V \mathbf{divA} \cdot \mathbf{dV} = \oint_S \mathbf{A} \cdot \mathbf{dS} \qquad (1.25)$$

Теорема: объемный интеграл дивергенции вектора **A**, можно заменить потоком вектора **A** сквозь замкнутую поверхность, ограничивающую этот объем.

div A – есть отношение потока вектора **A** сквозь поверхность ограничивающую объём **dV.**

При составлении объемного интеграла потоки сквозь поверхности граней соприкасающихся смежных элементарных объёмов равны по величине, имеют противоположные знаки, поэтому их сумма равна нулю.

В сумме останутся только потоки сквозь наружные поверхности элементарных объёмов, которые в пределе дают площадь замкнутой поверхности **S**, ограничивающей весь объём **V**. Поэтому интеграл

$\int_V \mathbf{divA\ dV}$ равен потоку вектора **A**, сквозь замкнутую поверхность **S**, ограничивающую объём **V**.

Используя постулат Максвелла получим, $\underbrace{\int_V \underbrace{\mathbf{div\ D}}_{\rho} \cdot \mathbf{dV}}_{q} = \underbrace{\oint_S \mathbf{D} \cdot \mathbf{dS}}_{q}$

Поток вектора электрического смещения **D** сквозь замкнутую поверхность равен свободному электрическому заряду, заключенному в объеме, ограниченном замкнутой поверхностью.

Теорема Стокса позволяет перейти от поверхностного интеграла к линейному интегралу, и трактуется: поток вектора **rotA** сквозь незамкнутую поверхность равен сумме произведений (циркуляции) $\mathbf{A} \cdot \partial\ell$ вектора **A** по всем сторонам контура, ограничивающего поверхность **S**.

$$\int_S \mathbf{rotA} \cdot \mathbf{dS} = \oint_\ell \mathbf{A} \cdot \mathbf{dl} \qquad (1.26)$$

Докажем с позиций теории электромагнитного поля

$$\underbrace{\int_S \underbrace{\mathbf{rotH}}_{\boldsymbol{\delta}} \cdot \mathbf{dS}}_{I} = \underbrace{\oint_\ell \mathbf{H} \cdot \mathbf{dl}}_{I}$$ -это закон полного тока

Здесь также величина нормальной составляющей вектора **A - rotA** в соответствующем с определением, есть отношение суммы произведений **A·dl** по всем сторонам контура охватывающего площадку **dS** к величине поверхности **dS**. При составлении интеграла $\int_S \mathbf{rotH} \cdot \mathbf{dS}$ слагаемые от произведения **A·dl** для соприкасающихся сторон элементарных контуров вычитываются и остаётся только сумма **A·dl** по внешнему контуру **ℓ**.