

Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім
министрлігі

Торайғыров университеті

Мустафина Р.М., Кислов А.П., Талипов О.М.,
Исабеков Ж.Б, Мусекенова Г.О.

**СЫЗЫҚТЫ ЭЛЕКТР
ТІЗБЕКТЕРІНІҢ ТЕОРИЯСЫ
МЕН ЕСЕПТЕУІ**

Электрондық оқулық

Павлодар

Кіріспе

Электр техникасы – ол, көптеген құнды өзгешіліктеріне ие электромагнитті энергияны тәжірибиелік қолдану туралы ғылым. Ол энергиялардың басқа түрлерінен жеңіл алынады, зор көлемді ара қашықтыққа көп емес шығынмен таратылады, басқа энергия түрлеріне жақсы айнала алады.

Электр техникасы – электромагнитті құбылыстарын практикалық пайдаланудың ауқымды саласы. Заманауи өмірде әрбір тұрғысынан электр энергиясыз (өнеркәсіпте пен ауылшаруашылық өндірісі, ақпарат және дабыл беру, тұрмыстық бөлігінде және т.б..) мүмкін емес.

Тұрақты ток тізбектерінің даму теориясы 1800 және 1880 жылдар арасында осы кезеңде болды. Осы уақытта электр тізбектерінің негізгі заңдылықтары мен теория түсінігі қабылданды. Осы кезеңде электрдің дамуына үлес қосқан ғалымдар: – М.В. Ломоносов, А. Вольт, В.В. Петров, М. Фарадей, Э.Х. Ленц, Джоуль, Г. Кирхгоф, П.Н. Яблочков, А.Н. Лодыгин, А.П. Столетов, Н.А. Умов және т.б.

1876 жылы П.Н. Яблочков айнымалы тоқты қолдануға алғашқы қадамдар жасады, ал М.О. Доливо-Добровольский үш фазалық жүйесін ойлап тапқаннан кейін айнымалы тоқты қолданысқа ие болды.

Электр техникасының барлық бағыттары бір бірімен тығыз тоғысқан, сол себептен «Электр техникасының теориялық негіздері» пәні – басқа электротехникалық пәндерін ары қарай оқу үшін негізі болып саналады.

Арнайы электротехникалық пәндерді ары қарай оқылуына қажет ол, токтарды, кернеулерді, магниттік ағындарды, қуаттарды, сипатталатын үрдістерді зерттеуді және де оларды есептей алу қажет. Сонымен бірге, электр және магнит өрістерінің кернеулігін, қуат ағындарымен сипатталатын құбылыстарын зерттеу мен есептерді есептеуді білу қажет.

Үшфазалық жүйе және электрофикацияны қолдана алулығына негізделгенін ең бірінші тапқан М. О. Доливо-Добровольский болды. Ол 1888 жылы үшфазалық жүйені, үшфазалық айналмалы магнит өрісін, үшфазалық асинхронды қозғалтқышты, генератор мен трансформаторды дүниеге танытқан, соныменде, ол сан түрлі электр машиналардың, аспаптардың және аппараттардың авторы болып танылды.

I Теориялық бөлім. Электр тізбектерінің теориясы

1 Тұрақты тоқтың сызықты электр тізбектерінің негізгі заңдары және есептеу әдістері

1.1 Негізгі анықтамалары мен түсініктемелері

Электрлік тізбек – ол электромагниттік, басқа энергия түрлерінен және ақпараттарды өндіруге, тасымалдауға, таратуға және өзара электр энергияны түрлендіруге тағайындалған құрылғылар жиынтығы.

Электрлік тізбектің негізгі құрылғылары – ол электромагниттік энергия көздері және электро энергиясын таратуға арналған құрылғыларды, сонымен қатар электромагниттік энергияны түрлендіруге арналған құрылғылар мен қабылдағыштар.

Электромагниттік энергия көздері – яғни жылулы, механикалы, химиялы және энергияның басқа түрлерін электромагниттік (генераторлар, гальваникалық элементтер, жылу элементтері, аккумуляторлар және т.б. құрылғылар) энергияға айналдыратын құрылғылар.

Электромагнитті энергияны жеткізетін құрылғыларға – ауалық және кабельдік электр жеткізу желілері, антенналар және т.б.

Электромагниттік энергияны түрлендіруге арналған құрылғылар – токтар мен кернеулердің мәндерін (трансформаторлар), айнымалы токтың жиілігін (жиіліктің бөлгіштері мен көбейткіштері), кернеу мен токтың түрін өзгертетін (түзеткіштер, тиристорлар) электротехникалық құрылғыларды айтады.

Электр магнитті энергияны қабылдағыштар (жүктеме) – электромагнитті энергияларды механикалық (электро қозғалтқыштар), жылулық (қыздыру құрылғылар), химиялық (электролизді құрылғылар), жарықтық (жарық шамдары) және энергияның өзгеше түрлеріне өзгертетін, өндірісте, ауыл шаруашылықта және күнделікті электротехникалық құрылғыларды атайды.

Электрлік тізбектер теориясында есептеулер мен анализ жасағанда активті және пассивті элементтерден тұрады. Электрлі тізбектің **активті бөлігі** электромагниттік энергия қорек көздерінен құралады, яғни ол ЭҚК (электр қозғаушы күші) және ток көздері. **Активті элементтер** – ол, қорек көздері. Активті бөлігі «А» әріпімен тікүшбұрыш негізінде келтіріледі. Электрлік тізбекте **пассивті**

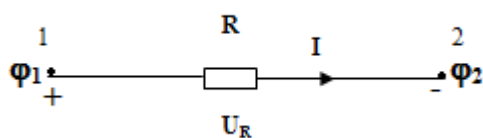
бөлігінде электромагниттік энергиялық көздер болмайды. **Пассивті элементтерге** резисторлар, индуктивтілік орауыштары, конденсаторлар, жартылай өткізгішті аспаптар және т.б. кіреді. Пассивті бөлігі «П» әріпімен тік үшбұрыш негізінде келтіріледі. **Шамалар** – пассивті элементтерді көлемдік бағалайтын параметрлер, олардың қатарына кедергілер, индуктивтілік және сыйымдылықтарды жатқызады.

Электрлік тізбектер сызықты және сызықты емес тәрізінде тұрады. **Сызықты электр тізбек** ол, сызықты элементтер жиынтығы. **Сызықты элементтерді** – шамалары (кедергілер, индуктивтілік, сыйымдылық), ішіндегі тоқтан (немесе қысқаштарындағы кернеуден) тәуелді емес элементтер, сол себепті осындай элементтердің вольтамперлік сипаттамалары сызықты деп аталады. Сызықты элементтер шамалары – ол R кедергі, L индуктивтілік, C сыйымдылық. Егер, арасында кез келген сызықты емес элемент болса, онда ол тізбек сызықты емес болып келеді. **Сызықты емес элементтерді** – шамалары (кедергі, индуктивтілік, сыйымдылық), ішіндегі тоқтан (немесе қысқаштарындағы кернеуден) тәуелді болған элементтерді, сол себепті аталған элементтердің вольтамперлік сипаттамалары сызықты емес болып шығады. Сызықты емес элементтердің шамалары – R кедергілер, L индуктивтілік, C сыйымдылық тұрақты емес және ішіндегі тоқтан байланысты болады.

Өткізгіштегі **электр тоғы**, яғни ол электр зарядтарының біртекті қозғалысы. Электрлік тоғы q зарядының нақты уақытта өзгеру жылдамдығы секілді анықтауға болар және ол ампер шамасымен (A) белгіленеді

$$i = \frac{dq}{dt}$$

Электрлік ток тұрақты мен айнымалы болып бөлінеді, ол дегеніміз уақыт бойынша өзгеретіндігін көрсетеді. Токтың оң бағыты деп, оң зарядтардың минусқа қарай қозғалысы деп алынады. Алайда, токтың бағыты ерікті алынады және тілмен келтіріледі. Алайда таңдалынған оң бағытты алсақ, токтың есептеуде нәтижесі оң таңбалы болады, сондықтан олардың оң бағыты өз еркімен алынған бағытпен бағыттас болады. Алайда ток теріс таңбалы болса, онда ол бір бағытта бағытталмаған. R активті кедергісі арқылы I тоғы өтсін. Бұл бөліктің соңын (қысқаштарын) 1 және 2 сандарымен белгіленеді (1.1 суреті). R – Оммен (Ом) өлшенеді.



1.1-сурет

Нүкте потенциалы – нақты келтірілген нүктедегі бірлік зарядтың потенциалдық энергиясы. 1 мен 2 нүктелері арасындағы электрлі потенциалдар айырымы берілген, ал ол тізбек бөлігіндегі кернеуін білдіреді

$$U_R = \varphi_1 - \varphi_2,$$

мұндағы φ_1, φ_2 – 1 мен 2 нүктелер арасындағы потенциалдары.

Сол себептен, **кернеу** – ол 1 нүктеден 2 нүктеге дейін бірлік оң зарядты алмастыруға қажетті энергия ол 1 нүктеден 2 нүктеге дейін бірлі-жарым оң заряддарын ауыстыру энергияны айтады. Оның өлшем бірлігі Вольт (В).

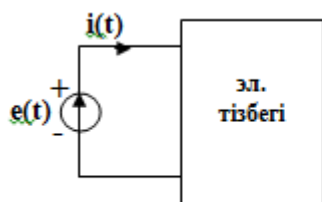
Лездік қуат – нақты келтірілген уақыт кезіндегі электр энергиясының тізбекке ену жылдамдығы. Ол Ваттпен (Вт) өлшенеді

$$p = u i,$$

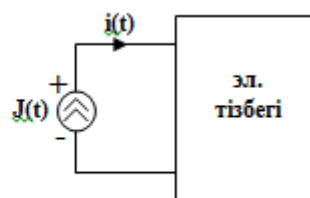
мұндағы u – кернеу, В;
 i – ток, А.

Әрбір электрлік энергияның қорек көзі – **электр қозғаушы күшімен** (ЭҚК) сипатталады. Яғни бұл қорек көздеріне тиісілі, қорек қозінде потенциалы аз қысқыштан потенциалы жоғары қысқышқа қарай бірлі-жарым оң зарядтың қозғалуына бөгде күштерінің жұмысын айтады.

Электрлік сұлба – бұл идеалды элементтердің шартты белгіленуінен құралған электрлі тізбектердің сипатталық бейнеленуі. Схемада электрлі энергия көздері ЭҚК көз ретінде (1.2-сурет) және ток көзі ретінде (1.3-сурет) келтірілген

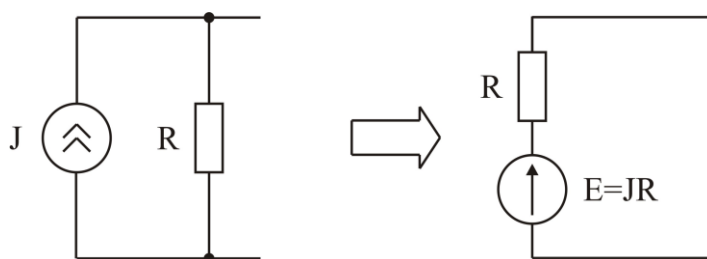


1.2-сурет



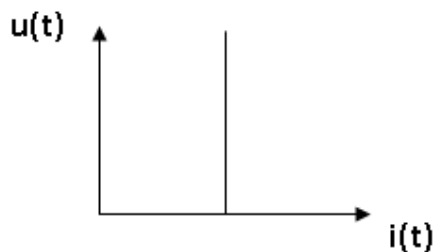
1.3-сурет

Ток көзін ЭҚК көзіне баламалы ауыстыру сұлбасы (1.4-суреті) келтірілген.

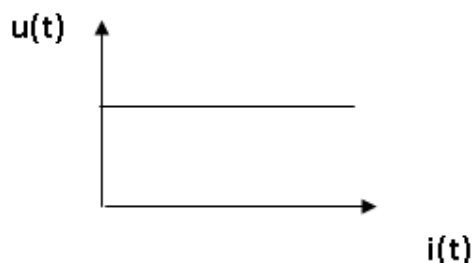


1.4-сурет – Ток көзін ЭҚК көзіне баламалы ауыстыру

ЭҚК көзі – қысқыштар арасындағы кернеу сыртқы тізбекке берілетін токтың мәніне тәуелсіз элемент. Идеалды ЭҚК көзінде ішкі кедергісінің мәні нөлге тең. **Ток көзі** – тізбектің беретін параметрлеріне тәуелді емес ток элементі. Ал, ток көзінің ішкі кедергісі шексіз жоғары мәнге ие. Ток көзінің бейнеленуі 1.5-суретінде келтіріген, ал ЭҚК көзінің бейнеленуі 1.6-суретінде көрсетілген.



1.5-сурет

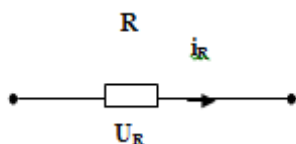


1.6-сурет

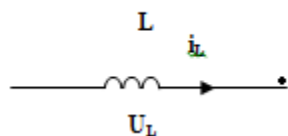
Қорек көзі болмайтын нақты құрылғылардың қасиеттерін көрсету үшін пассивті идеалды элементтерді енгізеді: электрлік энергияның жылулық энергияға қайтымсыз түрленуін ескеретін резистивті R , магнит өрісінде жиналатын энергияны ескеретін индуктивті L , электрлік өрісте жиналатын энергияны ескеретін сыйымдылықты C .

Нақты құрылғылардың қорек көздері еместігін негізін келтіруге пассивті идеалды элементтерді көрстейік, олар: R резистивтілік, онда міндетті түрде элетрлік энергияның жылулыққа түрлендігін ескеріледі, L индуктивтілік, магнит өрісінде энергияның жинақталуындығын ескереді, C сыйымдылықтылық, электр өрісінде энергияның жинақталуын ескереді.

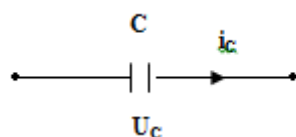
Келесі ол, ток пен кернеу арасындағы өзара байланысты және де сызықты пассивті элементтердің энергетикалық сипаттамаларын қарастырайық.



1.7-сурет – Резистивті элемент R



1.8-сурет – Индуктивті элемент L



1.9-сурет – Сыйымдылықты элемент

$$U_R = Ri_R; \quad i_R = \frac{U_R}{R}; \quad p = Ri_R^2.$$

$$U_L = L \frac{di_L}{dt}; \quad i_L = \frac{1}{L} \int U_L dt; \quad W = \frac{Li_L^2}{2},$$

мұндағы W – магнит өрісінің энергиясы.

$$U_C = \frac{1}{C} \int i_C dt; \quad i_C = C \frac{dU_C}{dt}; \quad W = \frac{CU_C^2}{2},$$

мұндағы W – электр өрісінің энергиясы.

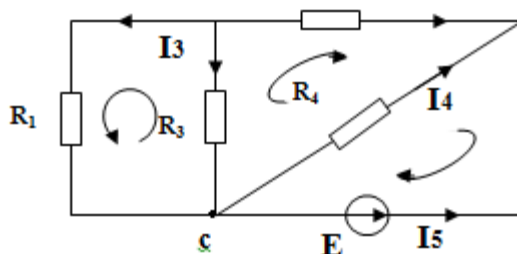
Тармақ – бір немесе бірнеше бірізді жалғанған тізбек элементтерінен (кедергілер, ЭҚК немесе тоқ көзі) құралған тізбектің бір бөлігі.

Ескеру керек, егер тек қана ЭҚК бар тармақтың кедергісі нөлге тең болады.

Түйін – үш немесе одан да көп тармақтардың тоғысу нүктесі. Бір түйінде тоғысқан тармақтар өзара **паралель** деп аталады.

1.10-суретінде бес тармақ, үш түйіні бар электрлік сұлба мысал ретінде көрсетілген.

Бірнеше тармақтан құралған кез-келген тұйық жол **контур** деп аталады. Тәуелсіз контурда кем дегенде бір жаңа тармақ болу керек және ол тармақ басқа контурларға кірмеуі қажет.



1.10-суреті

1.10-суретте, келтірілген мысалда үш тәуелсіз контурлардың бағыттары келтірілген. Контурлардың айналу бағыты өз ерікпен таңдалынған.

1.2 Ом заңы. Кирхгоф заңдары

Бұл заңдар электр техникасының негізгі заңдар, олар сызықты және сызықты емес тізбектеріне, тұрақты және айнымалы токтарына тиісілі болып келеді. Бұл заңдарды тұрақты токтың сызықты тізбектеріне қатысты қарастырайық.

Егер тармақта, индуктивті элемент болса онда оның кедергісі нөлге тең болады, ал сыйымдылық элементі бар тармақта кедергісі шексіздікке тең болады тек қана тұрақты токта ғана. Сол себептен, тұрақты токты электрік тізбегінде қалыптасқан режимінде схеманың пассивті элементтері ретінде резистивті элементтер болып саналады, ал активті элементтері ток немесе тұрақты ЭҚК көздері болады. Индуктивтілік және сыйымдылық айнымалы ток тізбектерінде және бір режимнен басқа режимге ауысқан кезде электрлік тізбектерде орын алатын өтпелі үрдістерде мәнге ие болады.

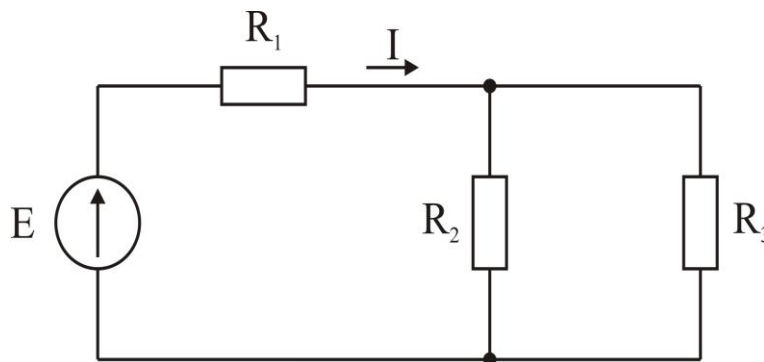
1.2.1 Ом заңы

а) тізбек бөлігі үшін қарастырайық: кез-келген кедергіде ток кернеуге тура пропорционал және кедергіге кері пропорционал болады

$$I = \frac{U_R}{R} = gU_R = g(\varphi_1 - \varphi_2),$$

мұндағы $g = 1/R$ – өткізгіштік, См (Симменс).

б) бір ЭҚК көзі бар тізбек үшін (1.11-сурет) қарастырайық: ЭҚК арқылы өтетін ток ЭҚК шамасына тура пропорционал және тізбектің баламалы кедергісіне кері пропорционал болады

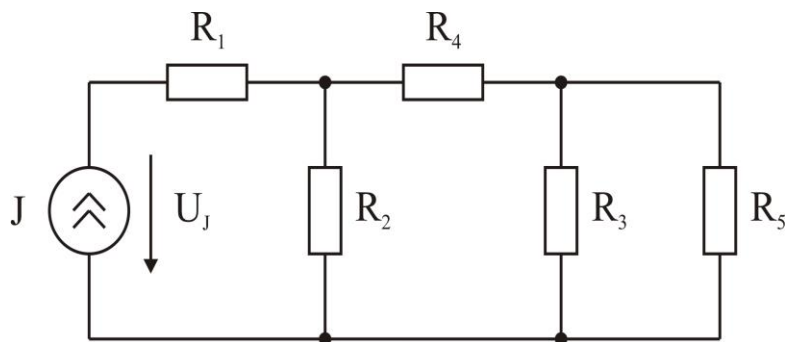


1.11-суреті

$$R_{\text{бал}} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3};$$

$$I = \frac{E}{R_{\text{бал}}};$$

в) бір ток көзі бар тізбек үшін (1.12-сурет) қарастырайық: ток көзінің кернеуі тізбектің баламалы кедергісі мен токтың көбейтіндісіне тура пропорционал



1.12-суреті

$$R_{\text{бал}'} = R_1 + \frac{R_2 \left(R_4 + \frac{R_3 R_5}{R_3 + R_5} \right)}{R_2 + \left(R_4 + \frac{R_3 R_5}{R_3 + R_5} \right)};$$

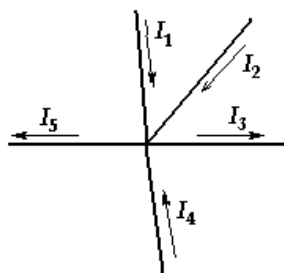
$$U_J = J \cdot R_{\text{бал}'};$$

Кирхгофтың бірінші заңы: түйіндегі токтардың алгебралық қосындысы нөлге тең

$$\sum I = 0. \quad (1.1)$$

Бұл заңдылық электрлік тізбектеріндегі түйіндерге қолданылады. Түйінге қатысты токтардың векторлық диаграммасы 1.13-суретінде келтірілген, мысал ретінде.

Келтірілген түйінде тоғысқан тармақтардағы токтар қосылады. Токтардың бағыттары алынған оң бағыттарға сәйкес. Түйінге бағытталған барлық токтар (1.1) формуласына сай «+» таңбасымен, ал түйіннен бағытталған токтар «-» таңбасымен алынады.



1.13-суреті

1.13-суретінде келтірілген түйін үшін келесі формуланы аламыз

$$I_1 + I_2 - I_3 + I_4 - I_5 = 0.$$

Немесе мына түрнде жазуға болады

$$I_1 + I_2 + I_4 = I_3 + I_5.$$

Кирхгофтың бірінші заңы бойынша тізбек түйінінде электр зарядтары жиналмайды және шығындалмайды.

Кирхгофтың екінші заңы: кез-келген тұйық контурдағы ЭҚК алгебралық қосындысы, осы контурдағы резисторларының (кедергілерінің) кернеулерінің кемуінің алгебралық қосындысына тең. Резистивті элементі бар тізбектерге келесі теңдеуді қолданамыз

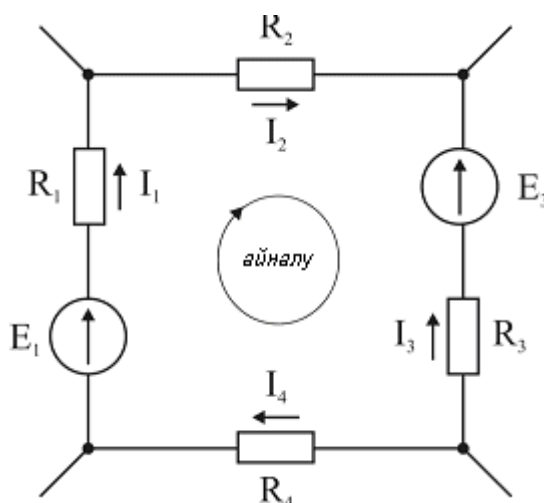
$$\sum_{i=1}^n E_i = \sum_{i=1}^n I_i R_i. \quad (1.2)$$

Контурдың айналу бағытын өз еркілі алынады. Контурды айналу кезінде таңбалар таңдау ережесі бойынша ескеру қажет. Кернеудің кемуі және ЭҚК контурдың айналу бағытымен бір бағытта болса, ол кезде (1.2) теңдеуінде «+» таңбасымен алынады, ал егер контурдың айналу бағытымен бір бағыттас болмаса «-» таңбасымен алынады. Сол кезде 1.14суреттің контуры үшін келесідей теңдеу алынады

$$E_1 - E_3 = I_1 R_1 + I_2 R_2 - I_3 R_3 + I_4 R_4.$$

Электр тізбектеріндегі энергетикалық тепе-теңдік: тізбектің кедергілерінде тоқ болса, онда Джоулдік жылу бөлінеді. Уақыт бірлігінде бөлінетін жиынтық энергия (қуат шығыны), нақты уақытта қорек көзінен беретін қосылатын энергияға (қорек көзіндегі қуат)

өзара тең болуы қажет – ол, электрлі тізбектердегі энергияны сақтау заңына сәйкес.



1.14-суреті

Джоуль – Ленц заңы: кез- келген кедергілердегі жылулық энергиялы қуаты, осы кедергілердегі токтың квадратының көбейтіндісіне тең болады

$$P = I^2 R = \frac{U_R^2}{R}.$$

Қуат тепе-теңдігі – электр энергия көздерінің қуаттары энергия қабылдағыштарының қуаттарына тең болатын теңдік

$$P_{\text{көз}} = P_{\text{қаб}},$$

мұндағы $P_{\text{қаб}} = \sum I_k^2 R_k$, $P_{\text{көз}} = \pm \sum E_k I_k \pm \sum U_{Jk} J_k$.

Егер k тармағында E_k ЭҚК қорек көзі мен k тармағында I_k тогының бағыттары бағыттас болса плюс “+” таңбасымен алынады. Тармақтағы табылған I_k тоқтары және ток U_J көзіндегі кернеудің таңбалары өз ретімен таңбасы алынады. Егер ток немесе ЭҚК көздерінен шығарылатын қуат теріс таңбалы болса, ондай жағдайда қорек көзі қуатты өндірмейді, ал оны тұтынады.

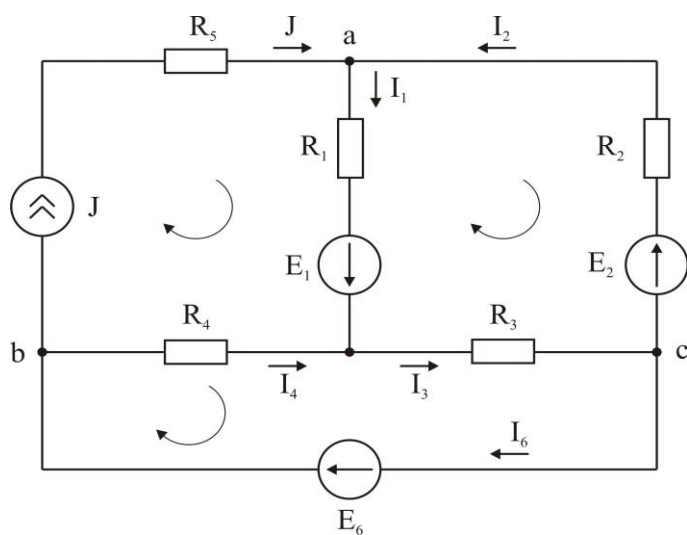
Тоқ және кернеулердің есептелінген мәндерін дұрыстығын тексеруге шығарылатын (қорек көз қуаты) мен пайдаланатын қуат мәндері (қабылдағыш қуаты) салыстырылад.

$$S = \frac{|P_{\text{кғз}} - P_{\text{каб}}|}{P_{\text{кғз}}} \cdot 100\% \leq 3\% .$$

1.15-суретінде келтірілген тізбекке қуаттар тепе-теңдігі балайша болады

$$P_{\text{көз}} = I_1 E_1 + E_2 I_2 + E_6 I_6 + U_J J;$$

$$P_{\text{каб}} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_4^2 R_4 + J^2 R_5 + I_3^2 R_3 .$$



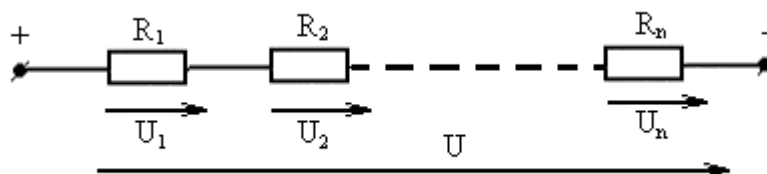
1.15-суреті

1.3 Сызықты электрлі схемаларын түрлендіру

Электрлік тізбектерін есептеу барысында, тізбектердің схемаларын түсінікті және есептеуге түсінікті схемаларын түрлендіру қажет, мысал ретінде бір контурлыға не екі түйіні бар схемалар. Тұрақты және айнымалы токтың сызықты тізбектері осы секілді қайта өзгертулер тізбектерді атайды. Келесі тұрақты ток тізбектеріне байланысты түрлендірулер келтірілген, бірақ бұндай түрлендірулер айнымалы тоқ тізбегінде орын ала алады.

1.3.1 Элементтердің тезбектей, параллельді және аралас жалғануы

Тізбектеп жалғану. 1.16-суретінде келтірілген тізбекте барлық тізбектей жалғанған элементтерімен бір мәнді I тоғы ғана болады. Элементтерде осы токтан кернеу кемуі Ом заңы бойынша есептеледі $U_1 = IR_1$, $U_2 = IR_2$, ... $U_n = IR_n$.



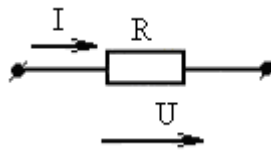
1.16-суреті

Тізбектегі қысқыштардағы кернеуді Кирхгофтың екінші заңның негізінде есептейміз

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n = IR_1 + IR_2 + \dots + IR_n = I \sum_{k=1}^n R_k, \quad (1.3)$$

мұнда $R = \sum_{k=1}^n R_k$ – элементтердің тізбектей жалғанған тізбектегі жалпы (баламалы) кедергі.

Эквивалентті сұлбасы 1.17-суретінде келтірілген



1.17-суреті

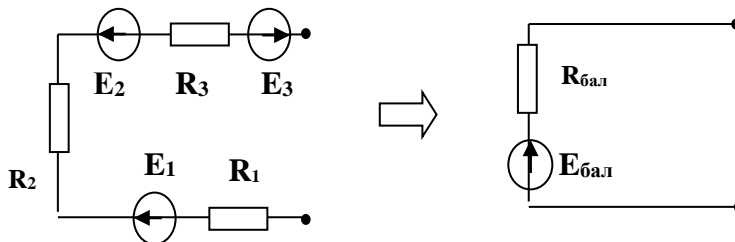
Тізбектің тоғы Ом заңдылығымен анықтаймыз

$$I = \frac{U}{R}.$$

Яғни, элементтердегі кернеудің кемуі элементтердегі резисторларына пропорционалды байқауға болады.

$$U_k = U \frac{R_k}{R}. \quad (1.4)$$

Кедергілердің тізбектей жалғануы, ол тізбектегі тоқты шектеуге негізделген, себебі тізбектегі кедергінің мәні өседі.



1.18-суреті – ЭҚК мен кедергілердің тізбектеп қосылуы

$$E_{\text{бал}} = E_1 - E_2 + E_3;$$

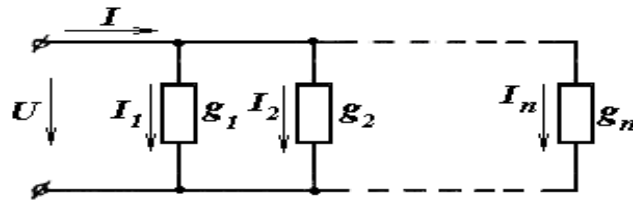
$$R_{\text{бал}} = R_1 + R_2 + R_3.$$

Параллель жалғануы. 1.19-суретте келтірілген параллель жалғануда, әрбір элементте кернеудің өткізгіштіктері q_1, q_2, \dots, q_n бірдей және U кернеуге тең болады. Сол кезде тармақта I_1, I_2, \dots, I_n токтары орын алады.

Параллельді жалғануда екі түйін арасында көп тармақтар болады.

Тізбектің жалпы тоғы Кирхгофтың бірінші заңына сай тең болады

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n,$$



1.19-суреті

немесе келтірілген формуламен есептеуге болады

$$I = g_1 U + g_2 U + \dots + g_n U = U \cdot \sum_{K=1}^n g_K, \quad (1.5)$$

мұнда $g_K = \frac{1}{R_K}$ – k тармағында өткізгіштік;

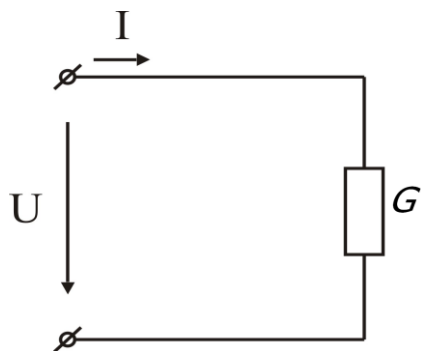
$\sum_{K=1}^n g_K = g$ – элементтері параллельді жалғанған тізбектің жалпы өткізгіштікі.

Сол себептен тізбектегі жалпы кедергіне келесідей бола алады

$$I = U \cdot g = \frac{U}{R},$$

мұнда $R = \frac{1}{g}$ – тізбектегі кедергі.

Осы формула 1.20-суретіндегі жалпы тізбекке сай болады.



1.20-суреті

1.19-суретте келтірілген тізбектегі тармақтағы тоқтары өткізгіштеріне пропорционалдығын білдіреді және де келесі формуламен есептеледі

$$I_{\kappa} = I \frac{g_{\kappa}}{g}; \quad I_{\kappa} = I \frac{R}{R_{\kappa}} = \frac{U}{R_{\kappa}}. \quad (1.6)$$

Екі тармақты тізбек болса, онда

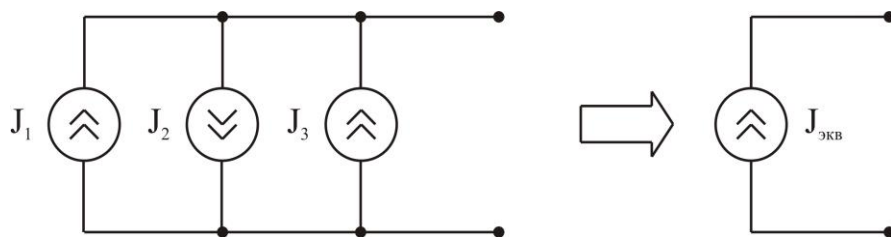
$$g = g_1 + g_2 \quad \text{немесе} \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Сол себеппен тізбектегі баламалы кедергі мына кейіптемен анықталады

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}. \quad (1.7)$$

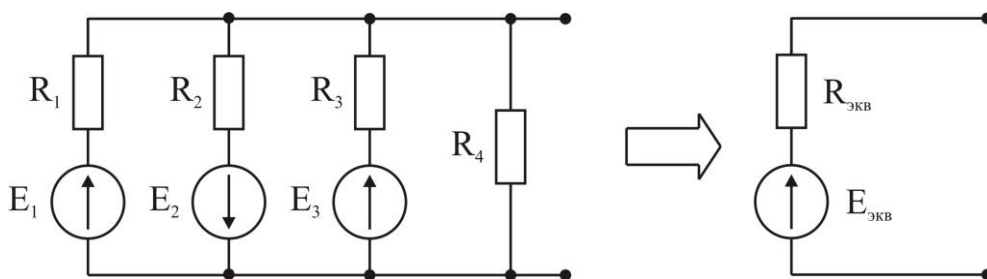
Екі бірдей мәндегі екі кедергілердің параллельді жалғануында, оларді баламалы кедергілері екі есе төмен болад.

Кедергілері параллельды жалғанғанда тізбектің толық (баламалы) кедергісі, тізбектің ең аз мәнді кедергісінен төмен болад; ондай жалғану тізбектің кедергісінің мәнін төмендетуге арналған (мысалға, жермен қосылу жүйелері).



1.21-суреті – Ток көздерінің параллельды жалғануы

$$J_{\text{бал}} = J_1 - J_2 + J_3.$$

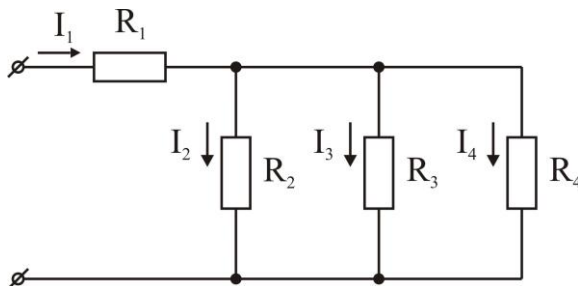


1.22-суреті – ЭҚК және кедергілері бар тармақтардың параллельді жалғануы

$$E_{\text{бал}} = \frac{E_1 g_1 - E_2 g_2 + E_3 g_3}{g_{\text{бал}}}$$

$$g_{\text{бал}} = g_1 + g_2 + g_3 + g_4 = \frac{1}{R_{\text{бал}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$$

Аралас жалғану. Элементтері аралас жалғанған 1.23-суретінде келтірілген суретті жәй сұлбаға түрлендіруді атайды. Яғни параллельді жалғанған тарақтарды бір тармаққа, солай тізбектейді – басқа бөлікке өзгерту қажет.



1.23-суреті

1.23-суретіндегі тізбекке параллельді тармақтардан жалпы өткізгіштіктер мәні, ол

$$g_{\text{бал}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}.$$

Сәйкесінше кедергі мәнін

$$R_{\text{бал}} = \frac{1}{g_{\text{бал}}} = \frac{R_2 R_3 R_4}{R_2 R_3 + R_3 R_4 + R_2 R_4}.$$

Сосын тізбектей бөлігінде кедергілерді қосып тізбектегі жалпы кедергі мәнін

$$R = R_1 + R_{\text{бал}} = \frac{1}{g_{\text{бал}}} = R_1 + \frac{R_2 R_3 R_4}{R_2 R_3 + R_3 R_4 + R_2 R_4}.$$

Сұлбаның қосынды (кірістегі) тоқтың мәні

$$I_1 = \frac{U}{R}.$$

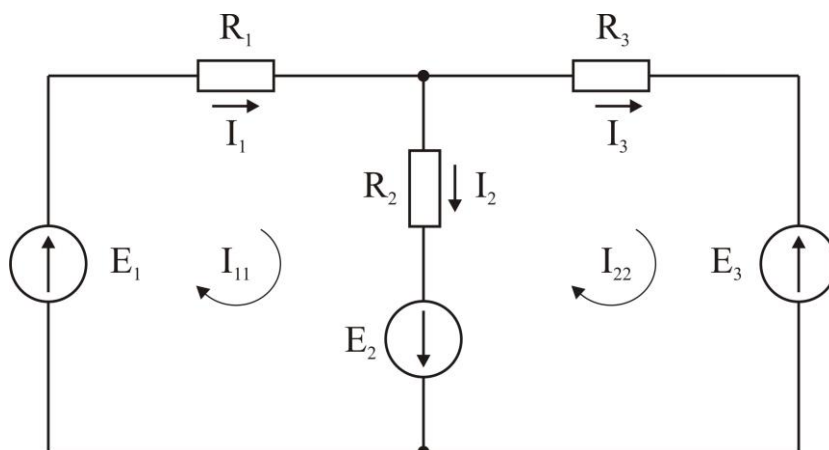
Солай көпконтурлы болып берілген тізбекті бірконтурлы тізбекпен алмастыра аламыз.

1.4 Контурлы тоқтар әдісі

Контурлы тоқтар әдісі, ол есептеу әдісінде басты әдістердің бірі болып келеді және ол сызықты тізбектерде тұрақты мен айнымалы тоқтар әдісінде де орын ала алады.

Бұл әдіс маңыздылығы, ол ізделінетін белгісіз мәндер болып тізбектің тармақтарындағы нақты тоқтар емес, ал контурлы тоқтар алынады. Контурлы тоқтар саны тізбектегі тәуелсіз контурлар санына тең болады және тармақтағы тоқтар санынан аздау болады. Сол себептен, контурлы тоқтар әдісін пайдаланғанда Кирхгофтың екінші заңының негізінде жазылған теңдеулер болады. Контурлы тоқтар әдісінде контурлардың саны аз болған тізбектерде және тоқ көзімен тізбектерге пайдаланылады.

Есептеу қатынастарын көрсету үшін тармақтарда ЭҚК көздері бар тұрақты тоқты тізбекті көрейік (1.24-суреті), яғни 3 тармағы және 2 түйіні келтірілген.



1.24-суреті

Тізбекте екіге тең болатын тәуелсіз контурлар саны бар. I_{11} мен I_{22} контурлы тоқтар бағыттары тілдікпен келтірілген. Кирхгофтың екінші заңының негізінде әрбір контурларға сай теңдеу келтіреміз. Ортақтас тармақта (R_2 кедергі) тоқтар ($I_{11} - I_{22}$) бағыттары сағат тілімен бағыттасқан, ол дегеніміз I_{11} контурлы тоғымен бір бағытта екендігін білдіред. R_1 және R_3 тармақтарда I_{11} және I_{22} тоқтары болады. Осылайша бірінші контурға теңдеу келтіріледі

$$R_1 I_{11} + R_2 (I_{11} - I_{22}) = E_1 + E_2.$$

екінші контурына

$$R_3 I_{22} - R_2 (I_{11} - I_{22}) = -E_2 - E_3.$$

Яғни 1.24-суретіндегі схемаға теңдеулер келтіріледі

$$\begin{cases} (R_1 + R_2) I_{11} + (-R_2) I_{22} = E_1 + E_2; \\ (-R_2) I_{11} + (R_2 + R_3) I_{22} = -E_2 - E_3. \end{cases} \quad (1.17)$$

Жаңа белгілемелер келтірілген

$R_1 + R_2 = R_{11} - 1$ контурдағы өзіндік кедергі;

$-R_2 = R_{12} = R_{21} - 1$ мен 2 контурларындағы баламалы кедергі;

$R_2 + R_3 = R_{22} - 2$ контурдағы өзіндік кедергі;

$E_1 + E_2 = E_{11} - 1$ контурдағы контурлы ЭҚК;

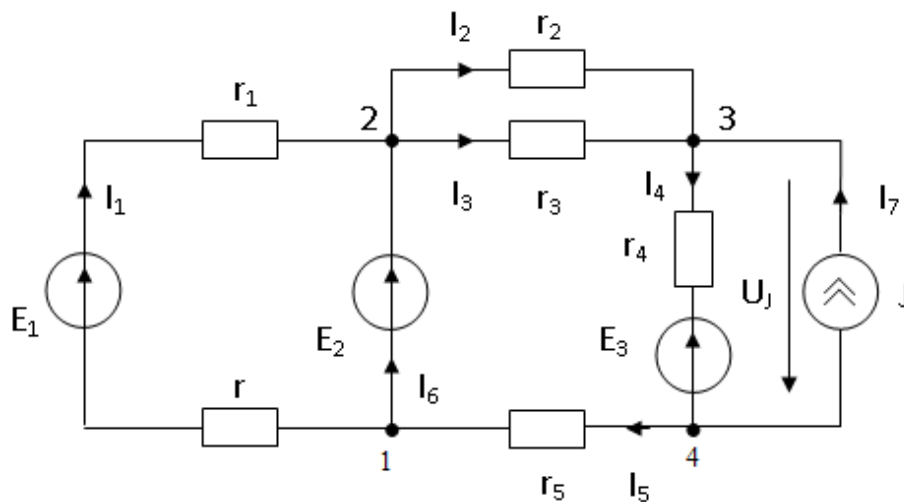
$-E_2 - E_3 = E_{22} - 2$ контурдағы контурлы ЭҚК.

1.5 Екі түйін және түйіндік потенциалдар (кернеулер) әдістері

1.5.1 Түйіндік потенциалдар (кернеулер) әдісі

Сызықты тізбектерде шығаруға қолдана алатын әдістердің бірі, ол Кирхгофтың бірінші заңын мен Ом заңын қолданамыз. Түйіндік потенциалдар әдісін түйіндердің саны тармақтардың санынан төмен болған тізбектерге пайдаланылады және бұл әдістеме тек қана идеалды ЭҚК көзі бар сұлбалардың тармақтарында тоқтарды табуға болады (1.24-суреті). Бұл схемада 4 түйін ($y=4$) мен 7 тармақ ($b=7$).

Схеманы осы әдістемен шығарғанда бір түйіннің потенциалын нөл деп аламыз және ол базистік болып саналады. Сонда тізбекте тоқтың жүруі өзгеріссіз болад, себебі басқа тармақсыз болад. Сұлбанң басқа түйіндерінде анықтайтын потенциалдар – ол базистік кернеуімен олардық кернеулері, сол себептен ол әдістіме түйіндік кернеулер әдісі дейміз (кернеу – ол потенциалдар айырымы).



1.24-суреті

Сұлбада тек қана ЭҚК-сы ғана бар тармақ болса, сонда ол тармаққа жалғанған түйіндердің бірін нөл деп алынады.

Мысалға бірінші түйін потенциалын φ_1 нөл болады, $\varphi_1 = 0$ – базистік түйін, ал екінші түйін потенциалын $\varphi_2 = E_2$ дейміз.

Үшінші φ_3 мен төртінші φ_4 түйіндердегі потенциалдар мәндері белгілі емес. Ол мәндерді анықтауға арналған тендеуле алгоритмі:

1) келтірілген түйін потенциалы (φ_k) тармақтың осы түйіндегі тармақтардың өткізгіштігінің соммасына көбейтілед;

2) бұл көбейтінді мәнге осы түйіндерді келтірілген түйіндермен ортақтасқан тармақтардың өткізгіштігіне, басқа түйіндердегі потенциалдар минус белгісімен қосылад;

3) теңдіктің оң бөлігінде тармақтарда ЭҚҚ мен өткізгіштіктер көбейтіндістер алгебралық қосындысы мен келтірілген түйінге тиісілі тоқ көзінің тоқтарының алгебралық соммасы жазылад, сонда ЭҚҚ және тоқ көзінің тоқтары түйінге болса “+” таңбалы болады, ал түйіннен болса “-” таңбалы болады.

$$\begin{cases} \varphi_3(g_2 + g_3 + g_4) - \varphi_2(g_2 + g_3) - \varphi_4 g_4 = J + g_4 E_3; \\ \varphi_4(g_4 + g_5) - \varphi_3 g_4 = -J - g_4 E_3; \end{cases} \quad (1.18)$$

мұнда $g_1 = \frac{1}{r_1 + r}; \quad g_2 = \frac{1}{r_2}; \quad g_3 = \frac{1}{r_3}; \quad g_4 = \frac{1}{r_4}; \quad g_5 = \frac{1}{r_5}$ -

тармақтарындағы өткізгіштігі.

$\varphi_2 = E_2$ ескергенде (1.18) формуласы басқаша

$$\begin{cases} \varphi_3 g_{33} - \varphi_4 g_{34} = J + g_4 E_3 + E_2(g_2 + g_3); \\ -\varphi_3 g_{43} + \varphi_4 g_{44} = -J - g_4 E_3; \end{cases} \quad (1.19)$$

мұнда $g_{33}; g_{44}$ - қарастырылатын түйінге келетін тармақтардың өткізгіштіктерінің қосындысына тең болатын түйіндердің өзіндік өткізгіштіктері;

$$g_{34} = g_{43} - 3 \text{ және } 4 \text{ түйіндердің өзара өткізгіштігі.}$$

Токтарды есептеудің (1.32) кейіптемесіндегі токтар түйіндерден бағытталса, онда түйіндердің потенциалы «+» таңбасымен, ал токтар түйіндерге қарай бағытталса, онда олар «-» таңбасымен кіреді. Е ЭҚҚ жүрісі тармақ бойынша жүретін тағы токтың бағытымен бағыттас болса, ол оң «+» таңбасымен алынады. Әдетте, есептеулерде токтың оң бағытын өз ерікепен алынады. Егер есептеулер нәтижесінде ток теріс таңбамен шықса, онда оның нақты бағыты алынған бағытқа қарама - қарсы болады.

(1.19) жүйесінен белгісіз φ_3 және φ_4 потенциалдарын анықтаймыз. Түйіндердің анықталған потенциалдары бойынша Ом заңымен тармақтардағы токтарды анықтаймыз

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + E_1}{r + r_1} = g_1(E_1 - \varphi_2); \\ I_2 &= \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{r_2} = g_2(\varphi_2 - \varphi_3); \\ I_3 &= \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{r_3} = g_3(\varphi_2 - \varphi_3); \end{aligned} \quad (1.20)$$

$$I_4 = \frac{\varphi_3 - \varphi_4 - E_3}{r_4} = g_4(\varphi_3 - \varphi_4 - E_3);$$

$$I_5 = \frac{\varphi_4 - \varphi_1}{r_5} = g_5\varphi_4.$$

Ток көзінің қыспақтарындағы кернеу

$$U_J = \varphi_3 - \varphi_4.$$

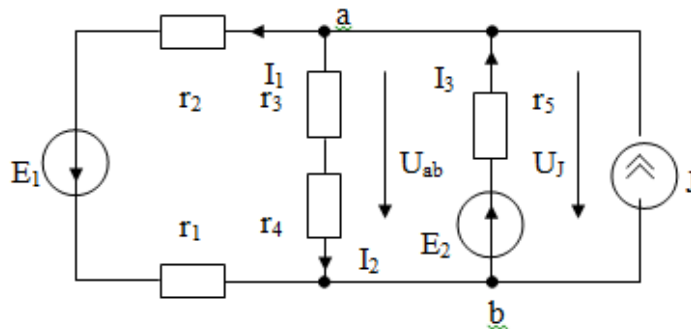
E_2 ЭҚК бар тармағындағы I_6 тогы Кирхгофтың бірінші заңы бойынша есептелінеді

$$I_6 = -I_1 + I_5$$

Ток $I_7 = J$.

1.5.2 Екі түйін әдісі

Параллельді жалғанғанда екі түйін арасында көптеген тармақтар болады, сонда барлық тармақтарда кернеудің мәні бір болад (1.25-суреті).



1.25-сурет

$\varphi_b = 0$ – базис түйін болады, сәкесінше «а» түйінде φ_a потенциалы белгісіз болады. φ_a потенциалын анықтаймыз

$$\varphi_a (g_1 + g_2 + g_3) = g_3 E_2 + J - g_1 E_1,$$

мұнда $g_1 = \frac{1}{r_1 + r_2}$; $g_2 = \frac{1}{r_3 + r_4}$; $g_3 = \frac{1}{r_5}$ - тармақтар өткізгіштігі.

Сұлбада екі түйін арасындағы кернеуді

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = \varphi_a = \frac{J + g_3 E_2 - g_1 E_1}{g_1 + g_2 + g_3}. \quad (1.21)$$

U_{ab} кернеуінің мәнін біліп Ом заңы бойынша тармақтардағы токтарды анықтаймыз (токтардың оң бағыты ерікті алынады)

$$I_1 = \frac{U_{ab} + E_1}{r_1 + r_2} = g_1 (U_{ab} + E_1);$$

$$I_2 = \frac{U_{ab}}{r_3 + r_4} = g_2 U_{ab};$$

$$I_3 = \frac{E_2 - U_{ab}}{r_5} = g_3 (E_2 - U_{ab}).$$

Осы кейіптемелерге U_{ab} кернеу мен ЭҚК «+» таңбасымен кіреді, егер олардың бағыттары тармақтардағы токтармен сәйкес келсе.

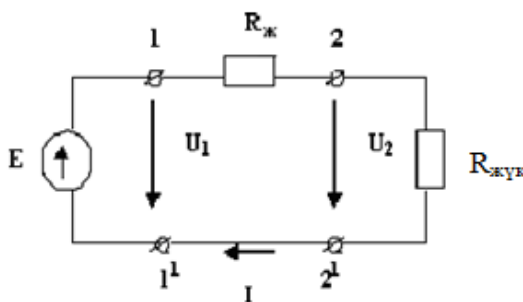
Ток көзіндегі кернеу

$$U_J = \varphi_a - \varphi_b = U_{ab}.$$

1.6 Екісымды тасымалдау желілері бойынша энергияны беру

Екісымды желісі 1.26-суретінде электр энергиясын тарататын келтірген, мұнда U_1 – желінің басындағы генератордың кернеуі; U_2 – желінің соңындағы $R_{жүк}$ кедергісі бар жүктемедегі генератордың кернеуі; $R_{ж}$ – желінің екі сымының кедергілері; 1 және 1¹, 2 және 2¹ – желінің сәйкесінше кіріс және шығыс қыспақтары.

Нақты электр тасымалдау желілерден үлкен қуатты бергенде (ондаған, жүздеген мегаватт) ПӘК $\eta = 0,94-0,97$ болады, осы кезде желінің соңындағы U_2 кернеуі тек қана 3-7% желінің басындағы U_1 кернеуден аз болады.



1.26-сурет

Желінің жұмыс режимін сипаттайтын $P_1(I)$, $P_2(I)$, $U_2(I)$, $\eta(I)$ қисық тәуелділіктері келесі теңдеулермен салынады

$$P_1 = U_1 I; \quad P_2 = R_{жүк} I^2;$$

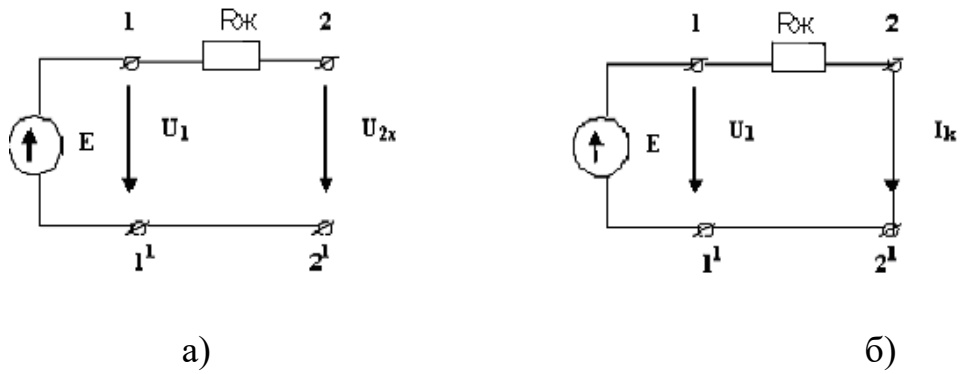
$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_{жүк}}{R_{жүк} + R_{ж}};$$

$$U_2 = U_1 - R_1 I,$$

мұндағы I – желінің тогы;

P_1 – желінің басындағы (қорек көзіндегі) қуат;

P_2 – желінің соңындағы (жүктемедегі) қуат.



1.27-сурет

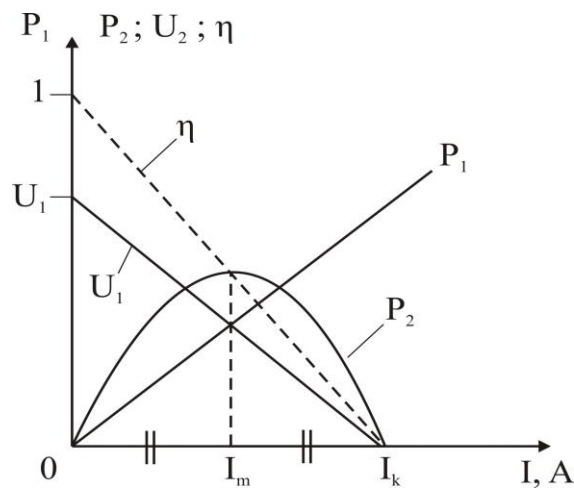
Бос жүріс режимінде жүктеме ажыратылған кезде ($R_{жүк} = \infty$, 2, 2¹ қыспақтары ажыратылған (1.27, а-суреті)), ток $I_{бж} = 0$, яғни $P_1 = 0$; $P_2 = 0$; $\eta = 0$, $U_{2бж} = U_1$.

Қысқа тұйықталу режимінде ($R_{жүк} = 0$, 2, 2¹ қыспақтары қысқа тұйықталған (1.27, б-суреті)), $I_k = \frac{U_1}{R_{ж}}$.

Осыдан, $P_1 = U_1 I_k$; $P_2 = 0$; $\eta = 0$; $U_{2к} = 0$.

Жүктеменің келісілген режимі кезінде $R_{жүк} = R_{ж}$; $\eta = 50\%$; $U_2 = U_1/2$; $I_m = U_1 / (2R_{ж}) = I_k/2$.

1.28 суретінде зерттелген тәуелділіктер келтірілген



1.28-сурет

1.7 Беттесу (суперпозиция) принципі және әдісі

Сызықты электрлік тізбектерінде ЭҚК бар контурлық токтармен контурлық ЭҚК сызықты функциялы саналады. Расында, (1.20) j контурында контурлық тогына формуласы

$$I_{jj} = \frac{1}{\Delta} \sum_{i=1}^n E_{ii} \Delta_{ij}, \quad (1.22)$$

мұнда E_{ii} – тармақта ЭҚК бары контурлық ЭҚК.

Контурларда j тармақы j контурға енгізіледі қабылданады. Сондықтан осы тармақта тоқы болатын контурлы ток болад. Егер контурлы ЭҚК тармақтарда ЭҚК арқылы аламыз, сондықтан

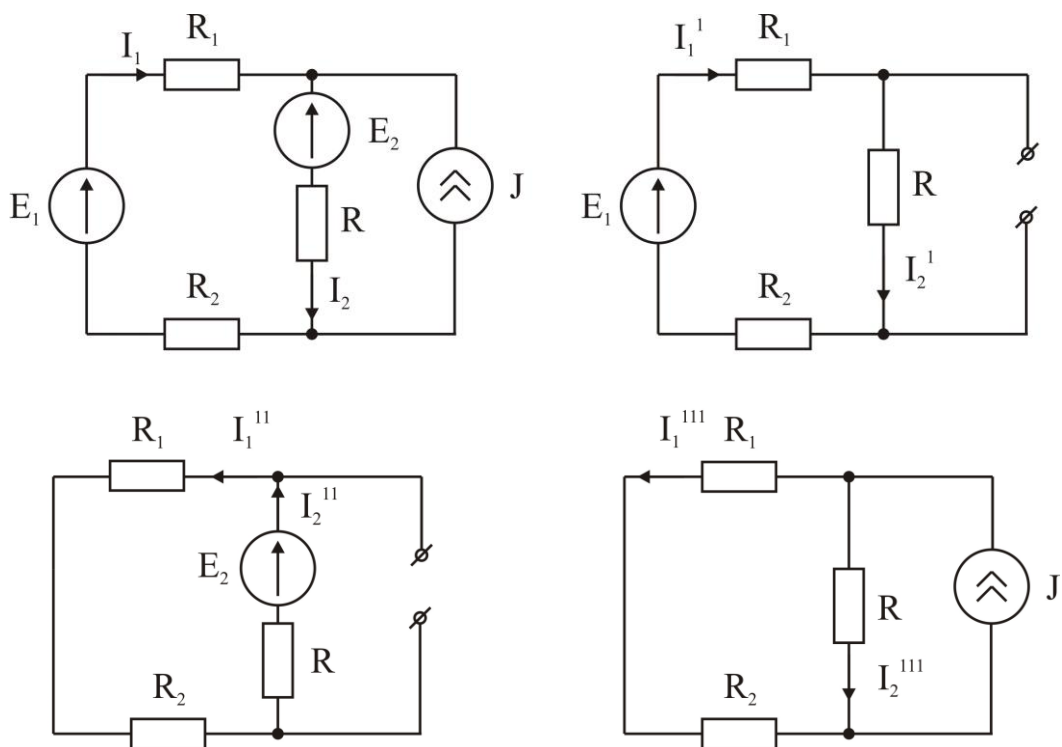
$$I_j = I_{jj} = E_1 g_{1j} + E_2 g_{2j} + \dots + E_k g_{kj} + \dots + E_n g_{nj}, \quad (1.42)$$

мұнда E_1, E_2, \dots, E_n – тармақтарда ЭҚК;

$$g_{kj} = \frac{\Delta_{kj}}{\Delta} - \text{өткізгіштіктер өлшемде болад.}$$

(1.22) теңдеуі бойынша j тармағындағы тоқы тізбектің әр ЭҚК жекелеп тудырылған токтардың алгебралық қосындысына тең. Бұл **беттесу принципі** тек қана сызықты тізбектер үшін орындалады.

Суперпозиция әдісін 1.29-суретінің сұлбасы мысалында қарастырайық.



1.29-сурет

Беттесу әдісі бойынша есептеу алгоритмі:

- басқа қорек көздердің ішкі кедергілерін қалдырып өздерін сұлбадан алып тастайды да жекелеп әр ЭҚК (ток) көзінен тармақтардағы токтарды (құрама токтарды) кезектеп есептейді;

- тармақтардағы токтар құрама токтардың алгебралық қосындысы сияқты анықталады;

Суперпозиция әдісін кедергілер қуатын есептеген кезде қолдануға болмайды, өйткені оның қуаты токтың квадратынан ($P = RI^2$) тәуелді.

E_2 ЭҚК мен J көздерінің ішкі кедергілерін (идеалды ЭҚК көзінің ішкі кедергісі нөлге тең, ал идеалды ток көзінің ішкі кедергісі шексіздікке тең) сақтап өздерін схемадан алып тастаймыз және E_1 ЭҚК көзімен тудырылатын тармақтардағы токтарды есептейміз.

E_1 ЭҚК-нен құрама токтар 1.29, б, суретіне сәйкес келесідей анықталады

$$I_1^1 = I_2^1 = \frac{E_1}{R + R_1 + R_2}$$

Егер 1.29, в, суретінен E_1 және J көздерін алып тастаса, онда E_2 ЭҚК-нен құрама токтар келесідей анықталады

$$I_2^{11} = I_1^{11} = \frac{E_2}{R + R_1 + R_2}.$$

1.29, г, суретіне сәйкес тек қана J ток көзінен құрама токтар келесі формула бойынша анықталады

$$I_1^{111} = J \frac{R}{R + R_1 + R_2};$$

$$I_2^{111} = J \frac{R_1 + R_2}{R + R_1 + R_2}.$$

Тармақтағы токтар құрама токтардың алгебралық қосындысы сияқты анықталады

$$I_1 = I_1^1 - I_1^{11} - I_1^{111}; \quad I_2 = I_2^1 - I_2^{11} + I_2^{111},$$

осы кезде құрама токтар 1.29-суретінің схемасындағы токтармен сәйкес келсе, онда олар оң таңбамен алынады

2 Бірфазалық синусоидалы тоқтың сызықты электр тізбектері

2.1 Синусоидалы электрлі шамалар

Электр тезбегінде ток және кернеулердің лездік мәні белгілі бір уақыт аралығында қайталанатын электромагниттік процесс периодты болады. Периодтық шаманың лездік мәндері қайталанатын ең аз уақыт период болады. Егер t уақытында периодтық функциясы болып табылатын $F(t)$ арқылы белгіленсе, сонда t аргументі оң немесе теріс мәніне теңдік әділ болады

$$F(t \pm T) = F(t),$$

мұнда T – мерзімі, секунд.

Жиілік, ол уақытқа кері шама, сонымен орай уақыт бірлігінде периодтар саны

$$f = \frac{1}{T}.$$

Жиілікте өлшем бірлік Герцке (Гц); 1 секунд мерзімде (с) 1 Гц жиілік болад. 50 Гц жиілікте 1 секунд кезінде синусоидалы 50 тербеліс болады.

Электрлі тізбектерде мерзімдік процестің басымдылық түрі болып синусоидалы режим саналад, бұл режим барлық тоқтар мен кернеулер бір жиіліктегі синусоидалы функциялы боладынын сипаттайды. Бұл, қорек көздердің синусоидалы тоқтары мен ЭҚК мәндері берілген кезде мүмкін. Осыдан электр қондырғылардың ең ұтымды эксплуатациялы режимі қамтамассыз етіледі.

Математикалық талдау курсынан синусоида қарапайым мерзімдік функция болып келетіні белгілі; барлық басқа синусоидалы емес мерзімдік функциялар еселі жиіліктерге ие синусоидалардың шексіз қатарына жіктелуі мүмкін. Сондықтан, айнымалы ток тізбектерінде үрдістерді зерттеу үшін біріншіден, синусоидалы ток тізбектерінің ерекшеліктерін оқып білу керек.

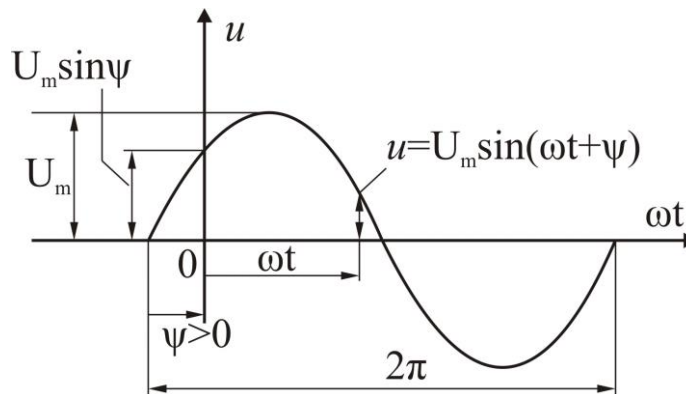
2.1-суретте синусоидалы теңдеу келтірілген

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi), \quad (2.1)$$

мұнда U_m – максимал мәні немесе амплитудасы;
 ω – бұрыштық жиілігі деп аталатын аргументтің (бұрыштың) өзгеру жылдамдығы; жиіліктің 2π -ге көбейтіндісі сияқты анықталады және радиан бөлінген секундқа (рад/с) өлшенеді

$$\omega = 2\pi f, \quad (2.2)$$

мұнда ψ – координаттың синусоиданың ығысуымен анықталатын бастапқы фаза; кері жартылай толқынның оңға өту нүктесінің абсциссасымен өлшенеді.



2.1-суреті – Синусоида функциясы

Бастапқы фазасы ψ алгебралық шаманы білдіреді. Егерде синусоида функциясы координат басынан солға қарай ығысқанда, сол ψ бұрышы оң болад және оң жаққа саналады, яғни $t = 0$ нүктесіне (2.1-суреті).

Косинусоида $\psi = \pi/2$ бастапқы фазалы синусоидалы секілді қарастырылады. Егер функция косинусоида түрінде берілсе

$$u = U_m \cos(\omega t + \psi_1),$$

онда ол алмастыру жолымен (2.1) түріне келтірілуі мүмкін

$$\psi_1 = \psi - \pi/2.$$

Сондықтан (2.1) синусоидалы функцияларға жалпы түрде косинусоидалы функциялар қосылады.

(2.1) функцияның аргументі ретінде t уақытын немесе оған сай ωt бұрышын қабылдауға болады. t аргументіне T мерзімі, ал ωt аргументіне $\omega T = 2\pi$ мерзімі сәйкес келеді. ωt аргументі бастапқы фаза сияқты радианмен беріледі.

Егер ψ бұрышы градуспен есептелсе, онда ωt аргументі градусқа аударылады (еске алатын болсақ $1 \text{ рад} = 57,3^0$ тең); бұл жағдайда мерзім 360^0 құрайды.

Синусоидалы (2.1) шаманың өзгеру деңгейін анықтайытын $\omega t + \psi$ шамасы **фазалық бұрыш** немесе **фаза** деп аталады. Уақыт өткен сайын фаза жоғарлайды, сонымен қатар фаза 2π өскен кезде синусоидалы шаманың өзгеру циклы қайталанады.

2.2 Синусоидалы ЭҚК өндіру

Өндірісте синусоидалы токты алудың ең тараған тәсілі болып синхронды генераторлар деп аталатын электрмагниттік машиналарды қолдану саналады. Олар жылулық, газдық, гидравликалық немесе басқа қозғалтқыштар арқылы айналады.

Айнымалы токтың генераторы екі бөлігі болады, яғни қозғалмайтын статор және айналмалы ротор. Оның біреуінде (көбіне роторда) полюстер болады, яғни орамасы тұрақты кернеу көзінен қоректенеді электрмагниттер немесе тұрақты магниттер. Басқасында (статорда) айнымалы ЭҚК пайда болдыратын негізгі орама болады.

Генераторда бір не бірнеше полюстар жұптары орын алады. 2.2а - суретте роторда орналасқан екі полюстар жұбы бар нақты полюсті генератор көрсетілген. 2.2б - суретте жазықтықта жайылған полюстар мен орамалардың орналасу сұлбасы көрсетілген.

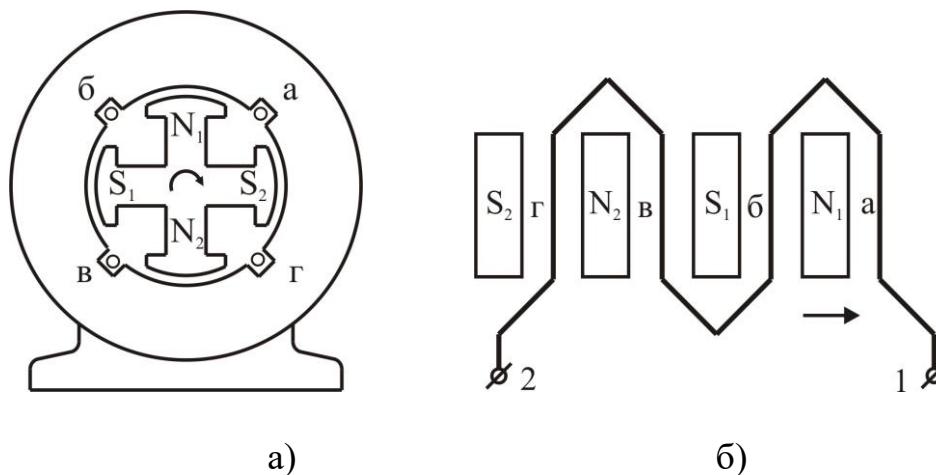
Статордың ойықтарында орналасқан ораманың әр сымында ротор айналған кезде Фарадейдің заңы бойынша ЭҚК тудырылады

$$e = Blv,$$

мұндағы B – сымның астындағы өрістің магнит индукциясы;

l – сымның ұзындығы;

v – магнит өрістің қозғалуының сызықты жылдамдығы.



2.2-сурет – ЭҚК синхронды генераторының құрылыс принципі

Халықаралық жүйеде B индукция тесламен (Тл) өлшемі.

Ол l және v мәні тұрақты деп алсақ, ол $e(t)$ ЭҚК өзгеру заңы машинаның ауалы саңылауындағы магнит индукцияның таралу

заңымен анықталады. Полюстегі қыспақтардың әдейі формалы арқасында магнит индукцияның жүруі статор және ротор арасындағы саңылаудың барлық шеңберлерінде синусоида болады; полюстегі қыспақтардың ортасында магнит индукциясының мәні ең жоғары болад, ал шетінде азаяды.

ТМД энергияжүйесінде және көптеген басқа мемлекеттерінде 50 Гц тең өндірістік жиілік қолданылады. АҚШ-та 60 Гц-қа тең жиілік қолданылады.

Авиацияда жабдықтардың салмағын азайту мақсатында айналу жиілігі жоғары машиналар қолданылады. Осында f жиілігі 400 Гц болад.

Айнымалы тоқтың тәжірибеге енеді 19 ғ. екінші жартысына қарай, онда атақты орыс электртехнигі Павел Николаевич Яблочков (1847–1894) практикада өздік шығарылған электр шамдарын қолдана бастады.

2.3 Функцияның орташа және әсерлі мәндері

T мерзімінде $f(t)$ мерзімдік функцияның орташа мәні келесі формуламен анықталады

$$F_{\text{орп}} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt. \quad (2.3)$$

Яғни, мерзімінде орташа мәнді T тіректі тікбұрыштың ұзындығына тең, ал оның ауданы $f(t)$ функциясымен және бір мерзімдегі абцисс өсімен шектелген ауданына тең екенін көреміз.

Синусоида функциясы жағдайында мерзім ішіндегі орташа мәні нөлге тең, өйткені синусоиданың оң жартытолқынның ауданы кері жартытолқынның ауданымен өтеледі. Сол себептен, бұнда функцияның орташа мәні абсолютті мәнінде болғанда не синусоиданың оң жарты толқынында сай келетін орта жарты мерзімді мәндімен білдіріледі (2.4-суреті).

Осыған сәйкес амплитудалы мәні бар синусоида токтың орташа мәнін

$$A = I_m$$

осылай

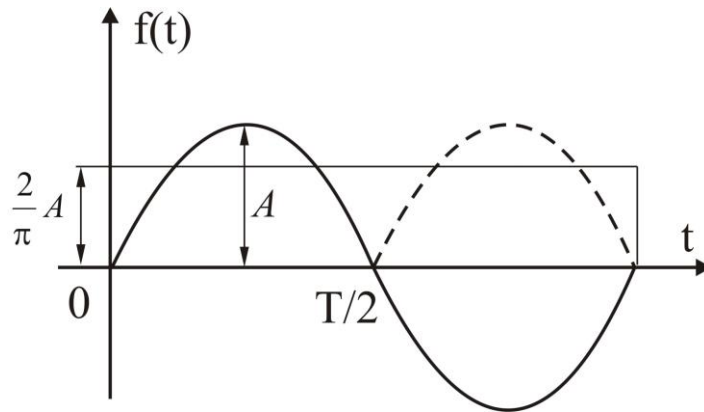
$$I_{\text{орп}} = \frac{2I_m}{T} \int_0^{T/2} \sin \omega t dt = \frac{2I_m}{\omega T} \Big|_0^{T/2} = \frac{2}{\pi} I_m \approx 0,637 I_m. \quad (2.4)$$

Солайша синусоида кернеуінің орта мәні

$$U_m = \frac{2}{\pi} U_m \approx 0.637 U_m. \quad (2.5)$$

Түзеткішті магнитті электрлі жүйелі өлшегіш аспапты мерзімдегі орташа мәнін анықтайды.

Токтың жылулық әсері, сонымен қатар бойымен бір ток өтетін екі өткізгіштің әсерлесуінің механикалық күші токтың квадратына пропорционал. Сондықтан токтың шамасын мерзім ішіндегі нақты (орташа квадраттың) мәні деп аталатын мәнімен сипаттайды.



2.4-сурет – Синусоидалы функцияның жартымерзімді орташа мәні

$f(t)$ мерзімдік функцияның нақты мәні келесі кейіптеме бойынша есептеледі

$$F = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [f(t)]^2 dt}. \quad (2.6)$$

(2.6) сәйкес әсерлік мерзімдік ток

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}. \quad (2.7)$$

(2.7) квадраттап және екі жағын rT көбейтіп келесіні аламыз

$$rI^2 T = \int_0^T ri^2 dt.$$

Бұл теңдіктен r өзгермейтін кедергісі арқылы T мерзім аралығында өтетін тұрақты ток шығаратын жылу мөлшері i нақты мерзімдік тогы шығаратын жылу мөлшеріне тең.

Осылайша әсерлік мерзімдік кернеу

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt}. \quad (2.8)$$

Синусоидалы тоқ кезінде

$$\int_0^T i^2 dt = \int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t dt = \frac{I_m^2 T}{2} \int_0^T (1 - \cos 2\omega t) dt = \frac{I_m^2 T}{2}.$$

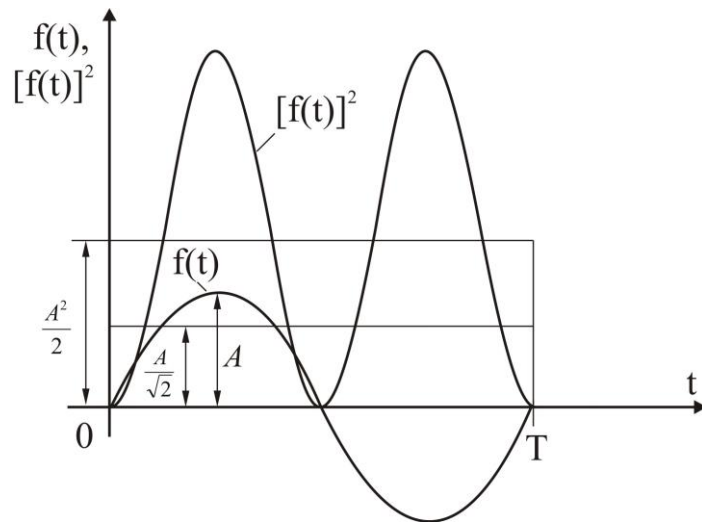
Сондықтан, (2.7) сәйкес

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \approx 0.707 I_m. \quad (2.7a)$$

Осылайша әсерлік синусоидалы кернеу

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \approx 0.707 U_m. \quad (2.8a)$$

Әсерлік мәндерді өлшеу үшін жылулық, электрмагниттік, электрдинамикалық және т.б. жүйелі аспаптар қолданылады.



2.5-сурет – Синусоидалы функцияның нақты мәні

2.4 Активті кедергідегі синусоидалы токта

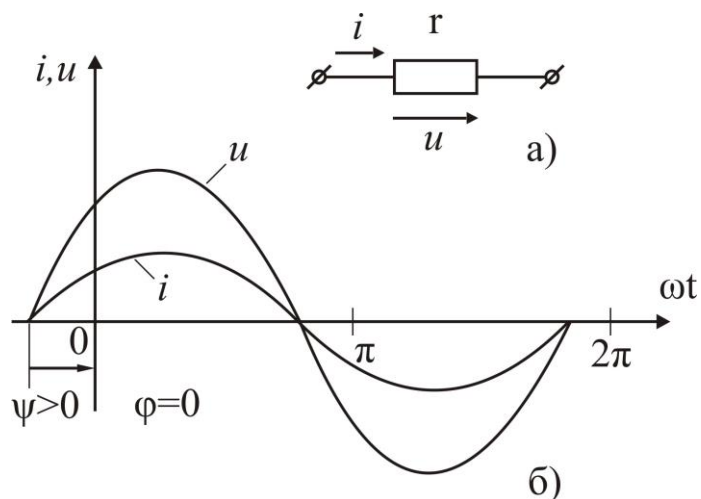
Синусоидалы кернеу

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi),$$

r кедергіге берілсе (2.6а-суреті), сонда осы кедергімен синусоидалы тогы жүреді

$$i = \frac{U_m}{r} \sin(\omega t + \psi) = I_m \sin(\omega t + \psi).$$

Сондықтан кедергінің шығысындағы кернеу және ол кедергісімен жүретін тоғында бастапқы фазалары бір болды немесе олар фазалармен сай болды деп айта аламыз: яғни ол бір уақытта өздерінің амплитудалық мәндеріне U_m және I_m жетеді, сәйкесінше бір уақытта нөлден өтеді (2.6, б сурет).



2.6-суреті – Синусоидалы тогы кедергіде келтірілген

Бірдей жиілікте, синусоидалының бастапқы фазаларының айырымы фазалық ығысу деп аталады. Бұл жағдайда u кернеуі мен i тогы нөлге тең

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 0.$$

Синусоидалы ток r кедергісі арқылы өткенде ток пен кернеудің амплитудалық және нақты мәндері Ом заңымен байланысқан

$$U_m = rI_m ;$$

$$U = rI .$$

Өткізгіштік шамасын қолданып

$$g = \frac{1}{r} ,$$

аламыз

$$I_m = gU_m ;$$

$$I = gU .$$

Кедергіде шығындалатын лездік қуат

$$p_r = ui = U_m I_m \sin^2(\omega t + \psi) = UI [1 - \cos 2(\omega t + \psi)] , \quad (2.9)$$

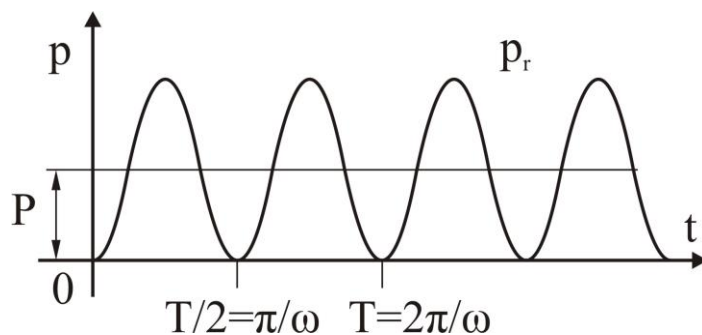
Тоғы мен кернеу жиілігімен салыстырғанда екі еселенген бұрыштық жиіліктік мәнмен өзгереді және 0 ден $2UI$ аралығында (2.7-суреті).

(2.9) формуладан p_r қисығы екі бөлікті болады: тұрақты UI қосындылаушыдан және UI амплитудасы мен бұрыштық жиілігі 2ω мең косинусоидалы функциядан.

Мерзім аралығындағы кернеудің орташа мәні

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p_r dt$$

активті қуат деп аталады және Ватт өлшемі.



2.7-суреті – Кедергіге түсетін лездік қуат ($\psi = 0$)

2.7-суретінде және (2.9) формуласымен активті қуат

$$P = UI = rI^2.$$

Сонымен қатар r кедергісі, активті қуаттың токтың әсерлік мәндінің квадратына қатынасы сияқты анықталады

$$r = \frac{P}{I^2}.$$

Беттік эффектiсi құбылысынан құйындық токтар мен кеңістікте электрмагниттің энергияның (үлкен жиіліктер кезінде) пайда болуынан, айнымалы ток кезіндегі өткізгіштіктің кедергісі тұрақты токқа қарағанда үлкен болады.

Айнымалы ток кезіндегі өткізгіштіктің кедергісі активті деп аталады.

2.5 Индуктивтілікте синусоидалы ток

L индуктивтілігімен (2.8a - суретінде) тоғы

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi).$$

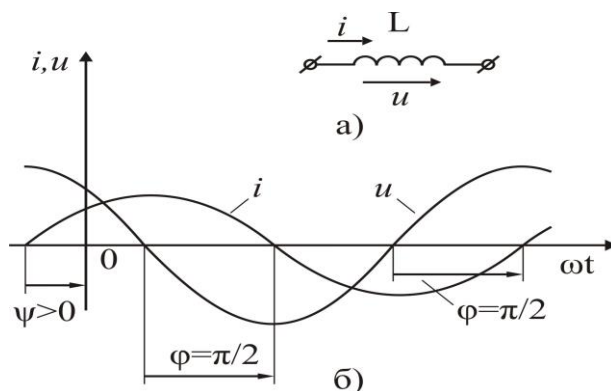
Өзіндік индукцияның ЭҚКі осындай кейіптемемен анықталады

$$e_L = -L \frac{di}{dt} = -\omega L I_m \cos(\omega t + \psi) = -U_m \sin\left(\omega t + \psi + \frac{\pi}{2}\right).$$

Сол себептен, кернеу индуктивтілікте

$$u_L = -e_L = U_m \sin\left(\omega t + \psi + \frac{\pi}{2}\right).$$

Осы кейіптемеден индуктивтілікте кернеуі тоқтан $\frac{\pi}{2}$ бұрышына озатындығын байқаймыз: кернеудің амплитудасы токтың амплитудасы бойынша $\frac{\pi}{2}$ бұрышына солға ығысқандығы (2.8,б-сурет); тоғы нөл арқылы өткенде кернеу оң немесе теріс максимумына жетеді, өйткені ол токтың нөл арқылы өткен кезде максималды болатын токтың $\frac{di}{dt}$ өзгеру жылдамдығына пропорционал болады.



2.8-суреті – Синусоидалы ток индуктивтілікте

Токтың кернеу бойынша фазалық ығысуы ретінде ток пен кернеудің бастапқы фазаларының айырымын түсінеді. Сондықтан,

осы жағдайда Кернеуге қатысты токтың φ фазалық ығысуы, бастапқы кернеу мен токтың фазалар айырымын білдіреді. Яғни, ол

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = \frac{\pi}{2}.$$

Амплитудалары, кернеу мен токтың әсерлі мәндері секілді Ом заңына сәйкес қатынаспен байланысқан

$$U_m = \omega L I_m = x_L I_m;$$

$$U = x_L I.$$

Кедергінің өлшемі өзгерісті мәнді, индуктивті кедергі дейміз

$$x_L = \omega L,$$

ал, оған кері шаманы

$$b_L = \frac{1}{\omega L},$$

индуктивті өткізгіштігі дейміз.

Сол себептен

$$I_m = b_L U_m;$$

$$I = b_L U.$$

Индуктивтілің кедергісі ол есептік мән болып саналады және онымен өзіндік индукциясы құбылысы есептеледі.

Индуктивтілікке енетін лездік қуаты

$$\begin{aligned} p_L = u i &= U_m I_m \sin\left(\omega t + \psi + \frac{\pi}{2}\right) \sin(\omega t + \psi) = \\ &= \frac{U_m I_m}{2} 2 \cos(\omega t + \psi) \sin(\omega t + \psi) = UI \sin 2(\omega t + \psi). \end{aligned}$$

Бұл 2ω бұрыштық жиілікпен және UI амплитудасынба болатын синусоидалы заңдылықпен өзгереді. Ондағы лездік қуаты

индуктивтіліктегі магнит өрісінде энергиясының өзгеру жылдамдығымен болады.

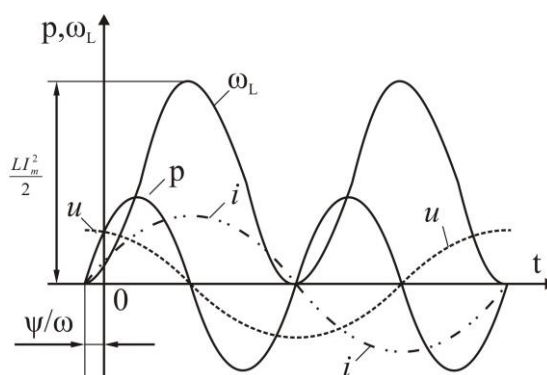
Индуктивтіліктегі магниттік өріс энергия

$$\omega_L = \frac{Li^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2} \sin^2(\omega t + \psi) = \frac{LI_m^2}{2} [1 - \cos 2(\omega t + \psi)],$$

2ω бұрыштық жиілікпен 0-дан $\frac{LI_m^2}{2}$ шектік мерзімінде өзгеред

(2.9-суреті)

Қорек көзінен түсетін энергиясы индуктивтіліктегі магниттік өрісінде уақытша жинақталад, сосын магнит өрісі жоғалғанда қорек көзіне қайтып келеді. Магнит өрісіндегі энергия индуктивтілікте тоғының амплитуда мәнінде болғанды максимумалына барады жәнеде тоқ нөлге тең болғанда төмендейді нөлге өзгерді.



2.9-суреті – Индуктивтілікке түсетін лездік қуаты мен магниттік өріс энергиясы

Сол себептен, индуктивтілік пен қорек көзі ортасында энергия тербелісі орын алады жәнеде индуктивтілікке түсетін активті қуаты нөлге тең болад.

Магнит өрісінде сақталатын максимал мәнді энергиясы

$$W_{L_{\text{макс}}} = LI^2;$$

сәйкесінше, индуктивтіліктегі кедергісі

$$x_L = \omega L,$$

осылай анықталады

$$X_L = \frac{\omega W_{L_{\text{макс}}}}{I^2}.$$

2.6 Сыйымдылықтағы синусоидалы тоғы

C сыйымдылығындағы кернеу

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi),$$

онда

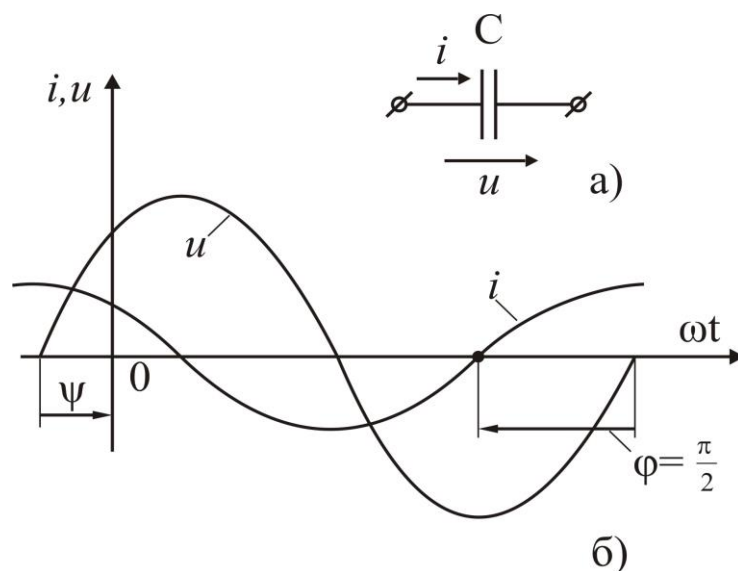
$$i = C \frac{du}{dt} = \omega C U_m \cos(\omega t + \psi) = I_m \sin\left(\omega t + \psi + \frac{\pi}{2}\right). \quad (2.10)$$

Электрлік заряд өзгерісі берілген U кернеу мәніне сай синусоида заңымен болады. Сонда, сыйымдылықтағы астарындағы оң және теріс электрлік зарядтары кезекпен жиналады тізбекте i синусоидалы ток болатындығы. Ол сыйымдылықтағы зарядтар $\left(\frac{dq}{dt}\right)$ өзгеру жылдамдығын білдіреді.

(2.10) формуласы ток шығындалған кернеуден $\frac{\pi}{2}$ бұрышына алда екендігін байқаймыз. Тоқтағы нөлдік мәніне U кернеуінің максималды (оң немесе теріс) мәндеріне сай болады. Физикалық түрінде, ол яғни былай, егер q электрлі заряды мен кернеудің максималды мәндерінде (оң не теріс), сол кезде i тоғы нөл болад

$$u = \frac{q}{C},$$

максималды мәнде болады және i тоғы нөл болад.



2.10-суреті – Синусоидалы тоғы сыйымдылықта

Тоқтың кернеу бойынша фаза бойынша ығысуына тоқ пен кернеудің бастапқы фазалар айырымын айтамыз, ол

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = -\frac{\pi}{2}.$$

Сол себептен, индуктивтіліктен өзгешілігі, ол

$$\varphi = +\frac{\pi}{2},$$

болып келеді, себебі сыйымдылық болғанда тоқтың кернеу бойынша фазалық ығысуминус таңба болады

$$\left(\varphi = -\frac{\pi}{2} \right).$$

Амплитудалық және де тоқ пен кернеудегі әсерлі мәндері секілді Ом заңдылығымен анықтаймыз

$$U_m = \frac{1}{\omega C} I_m = x_c I_m;$$

$$U = x_c I.$$

Сонымен қатар тек қана r активті кедергілі тізбектерде Ом заңын лездік кернеу мен тоқ мәндерінде алынады. Сонда, басқа жағдайларда u мен i лездік мәндері кедергілерінің өзгешілігі болғандықтан, уақыт бойынша бір мәнге ие болады және де ол физикалық және тәжірбиелік мәні болмайды.

Шама

$$x_c = \frac{1}{\omega C},$$

мәні кедергінің өлшемдігі болатындықты, сыйымдылықтық кедергі дейміз.

Ал кері шаманы

$$b_c = \omega C,$$

сыйымдылықтың өткізгіштігі дейміз. Сол себептен

$$I_m = b_c U_m;$$

$$I = b_c U.$$

Сыйымдылыққа келетін лездік қуаты

$$p_c = ui = U_m I_m \sin(\omega t + \psi) \sin\left(\omega t + \psi + \frac{\pi}{2}\right) = UI \sin 2(\omega t + \psi),$$

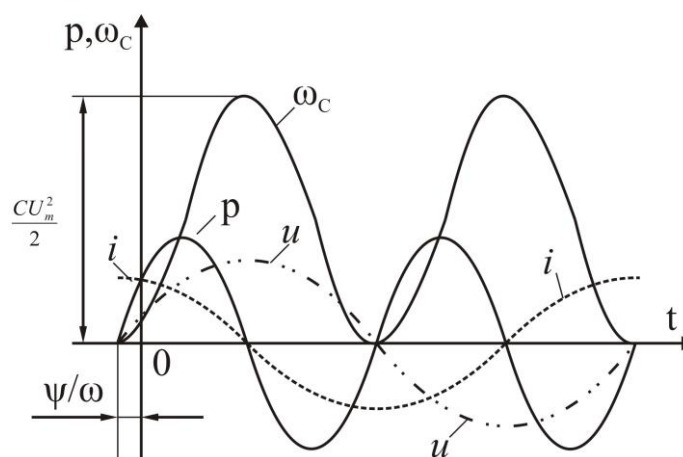
2ω бұрыштық жиілігімен UI амплитудасында синусоида бойынша өзгерді; p_c өрнегі § 2.5. p_L үшін келтірілген формуласымен.

Сыйымдылыққа түсетін лездік қуат сыйымдылықтың электр өрісінің энергиясының айналу жылдамдығына тең.

Сыйымдылықтың электр өрісіндегі энергия

$$\omega_c = \frac{Cu^2}{2} = \frac{CU_m^2}{2} \sin^2(\omega t + \psi) = \frac{CU^2}{2} [1 - \cos 2(\omega t + \psi)],$$

2ω бұрыштық жиілігімен 0 ден $\frac{CU_m^2}{2}$ шектерінде мерзімдік өзгереді (2.11-суреті).



2.11-суреті – Сыйымдылыққа түсетін лездік қуаты және электр өрісіндегі энергия

Қорек көзінен түсетін энергия сыйымдылықтың электрлік өрісіне уақытша сақталады, сәйкесінше электрлік өріс жоғалғанда қорек көзіне қайып келеді. Электрлік өріс энергия сыйымдылықтағы кернеу амплитудасының мәніне максималына болад. Сосын кернеу нөлге тең болған жағдайда төмендейді де нөлге кетед.

Сол себептен сыйымдылық болғанда қорек көзімен сыйымдылық ортасында энергиялық тербеліс орын алады және активті қуаты $P = 0$ болад.

Электрлі өрісте болатын максимал энергиясы

$$W_{c_{\max}} = CU^2,$$

тең болған себептен, сыйымдылық кедергісі

$$x_c = \frac{U}{I} = \frac{1}{\omega C},$$

келтірілгендей анықтаймыз

$$x_c = \frac{\omega W_{c_{\max}}}{I^2}.$$

2.7 r, L, C элементтерінің тізбектей жалғануы

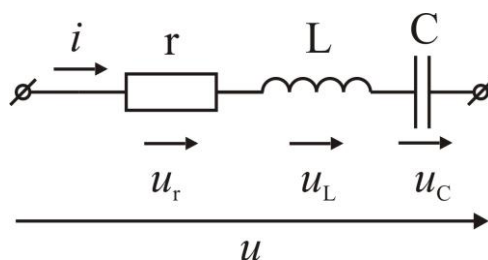
Синусоидалы тоғы

$$i = I_m \sin \omega t ,$$

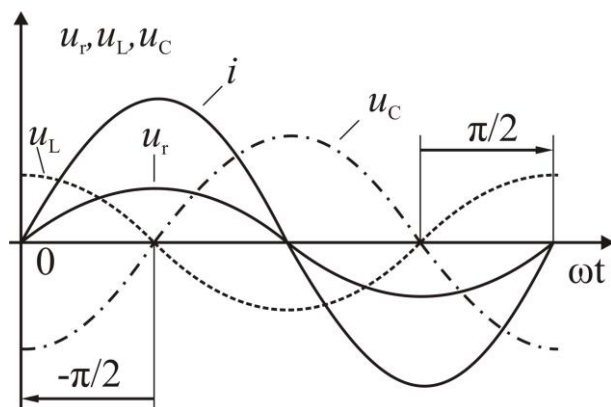
r, L, C элементтері тізбектей жалғанда электрлік тізбекпен жүргенде, ол тізбекте әрбір элементтердегі шықысына синусоида кернеулер алгебралық соммасына тең болады (Кирхгофтың екінші заңының негізінде) синусоида кернеуі орын алады

$$u = u_r + u_L + u_C .$$

r кедергісінде u_r кернеуі i тоғымен фазасымен бағыттас болады, L индуктивтілігінде u_L кернеуі тоқтан $\frac{\pi}{2}$ бұрышына алда болады, ал C сымдылығында u_C кернеуді i тоқтан $\frac{\pi}{2}$ бұрышына артта болады (2.13-суреті).



2.12-суреті – Кедергі, индуктивтілік пен сымдылықтың бірізді жалғануы



2.13-суреті – Синусоида тоғында, кедергіде, индуктивтілікте, сыйымдылықта (бірізді жалғанғанда) кернеуі

Тізбек шығысында u кернеуінің түрі

$$U_m \sin(\omega t + \varphi) = rI_m \sin \omega t + LI_m \cos \omega t - \frac{1}{\omega C} I_m \cos \omega t = rI_m \sin \omega t + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) I_m \cos \omega t = I_m [r \sin \omega t + x \cos \omega t]. \quad (2.11)$$

(2.11) теңдігі, Кирхгофтың екінші заңының тригонометриялық түрлері керенудің лездік мәндеріне келтірілген.

Яғни шамалары

$$x = x_L - x_C = \omega L - \frac{1}{\omega C},$$

таңбасына байланысты ($x > 0$) индуктивті немесе ($x < 0$) сыйымдылықты мәнді тізбекті реактивті кедергі дейміз.

Реактивті x кедергісіне қарағанда r активті кедергісі әрқашан оң таңбасына иелі болад.

U_m және φ анықтауға тригонометриялық теңдікті пайдаланайық

$$\left. \begin{aligned} m \sin \alpha \pm n \cos \alpha &= \sqrt{m^2 + n^2} \sin(\alpha \pm \varphi); \\ \varphi &= \operatorname{arctg} \frac{n}{m}. \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

Сол себептен,

$$U_m = \sqrt{r^2 + x^2} I_m ; \quad (2.13)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{x}{r}. \quad (2.14)$$

(2.13) теңдігіне сай тізбекте әсерлі кернеуі және амплитудасы мен осы тізбек бойынша өтетін тоғы Ом заңымен ортақтас

$$U_m = z I_m ;$$

$$U = z I ,$$

яғни

$$z = \sqrt{r^2 + x^2} , \quad (2.15)$$

келтірілген өрнек тізбектің толық кедергісі болады.

Активті, реактивті және жалпы кедергілер электрлік тізбектер теориясына негізгі анықтамалар пайдаланылады.

(2.11) және (2.14) формулаларында, i тоғы u кернеуден осынша бұрышқа қалатындығы келтірілген

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{x}{r} .$$

Қыспақтарындағы кернеудің мәні

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi) ,$$

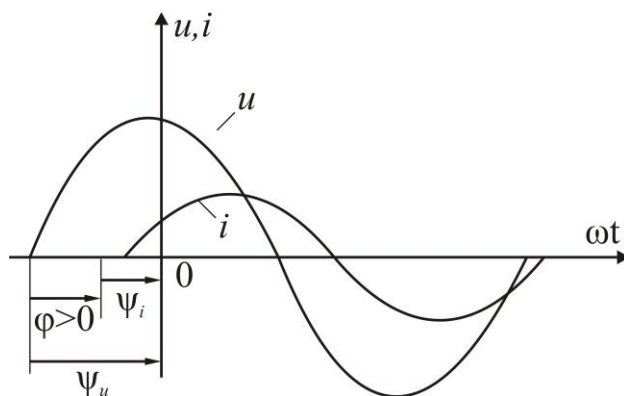
r , L және C элементтерінің тізбектей жалғануында, сәйкесінше тоқ

$$i = \frac{U_m}{z} \sin(\omega t + \psi - \varphi) .$$

Ток пен кернеудегі бастапқы фазалар айырымы φ бұрышы, ол кернеуден ток бағытына бағытталған ωt өсімен алынад және ол сүйірше немесе тік бұрыштағы мәнді

$$|\varphi| \leq \frac{\pi}{2}.$$

Тізбек индуктивтілі мәнді болады, егер $x > 0$ болса ал φ бұрышы оң болады, сонда тоқ фаза бойынша кернеудің мәнінен қалады және φ кернеуден тоқ бағытына абсцисс өсімен оң бағытына алынады (2.14-сурет).



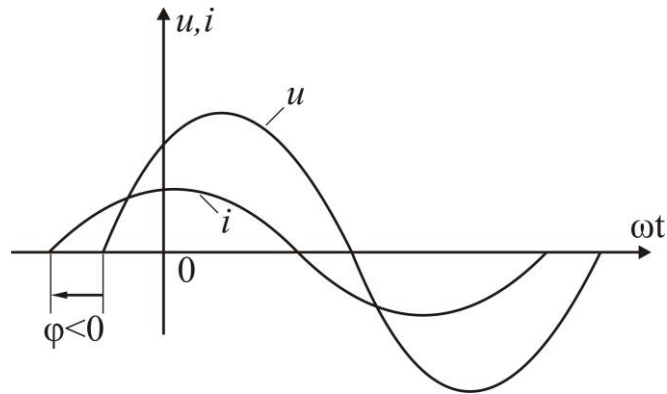
2.14-суреті – Тоқтың кернеуден қалуы

Егер φ бұрышы теріс болса тізбек сыйымдылық сипатты болады, ол $x < 0$ теңде орын алады; осында тоқ фаза бойынша кернеуден алда және φ кернеуден тоқ бағытына абсцисса өсімен солға бағытталады (2.15-суреті).

Тоқ кернеумен фаза бойынша сай, егер

$$x = x_L - x_C = 0,$$

бұл жағдайда индуктивті және сыйымдылық кедергілері өзара тең болса. Бұндай жұмыс режим кернеулер резонансы болып келеді.



2.15-суреті – Тоқ кернеуден алада болғанда

(2.14) мен (2.15) теңдіктерінен тізбектің активті мен реактивті кедергілері толық кедергісімен осындай теңдікпен келтіріледі

$$r = z \cos \varphi; \quad (2.16)$$

$$x = z \sin \varphi.$$

(2.16) теңдігінде оң мен сол жерлерінде I нақты мінді тоққа көбейте активті мен реактивті кедергілерінде нақты кернеуін алынад, сонымен қатар кернеудегі активті мен реактивті құралшысы дейміз

$$\left. \begin{aligned} U_a &= rI = z \cos \varphi I = U \cos \varphi; \\ U_p &= xI = z \sin \varphi I = U \sin \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

Активті және реактивті кедергілердегі кернеулердің лездік мәні (2.11) сәйкес алгебралық қосылады және фазалық ығысуы $\frac{\pi}{2}$ болады.

Сондықтан, активті және реактивті кернеулердің нақты мәндерін тікелей қосу арқылы тізбектің нақты кернеуін бермейді. (2.17) сәйкес кернеудің активті және реактивті құраушылары нақты қосындысы кернеумен осы теңдікпен анықтаймыз

$$U = \sqrt{U_a^2 + U_p^2}.$$

U_a мен U_p мәндері тікбұрыш үшбұрышының катеттері ретінде аламыз, ал U гипотенузасы болад; дәл сондай тікбұрышты үшбұрыш r , x мен z мінді жинақталады.

r және L элементтерінің тізбектей жалғанған тізбекте индуктивті орауышыны көрсетуге орауыш сапасын келтіреміз

$$Q_L = \frac{x_L}{r} = \frac{\omega L}{r},$$

Онда орауышқа φ фазалар ығысу бұрышында тангенсіне теңдігі. r кедергісі қаншама төмен мәнділігі, осы орауышта сапалылық соншама үлкен мінділік.

Автоматика, радиотехника мен аспап жасауда орын алатын индуктивті орауыштар сапалығы $Q_L = 200 \div 300$. мінділіктен аспайды. Жоғары сапалылықты болуға пьезоэлектрлі резонатор қолданысад.

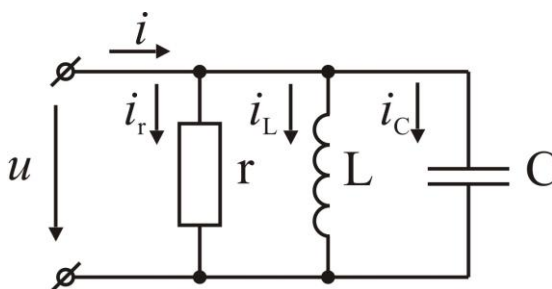
2.8 r, L, C элементтерінің параллельді жалғануы

r, L, C элементтері параллельді жалғанған электрлі тізбекте қысқыштарында (2.16-сурет) синусоидалы кернеу

$$u = U_m \sin \omega t,$$

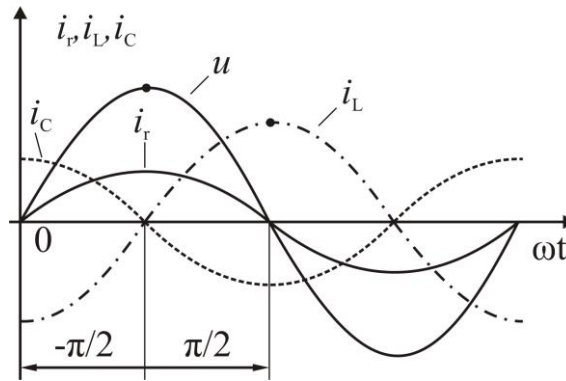
сонда, осы тізбекте орын алатын синусоида тоқтардың алгебралық соммасы жалпы ток мәнді иеленеді (Кирхгофтың бірінші заңның негізінде)

$$i = i_r + i_L + i_C.$$



2.16-суреті – Кедергі, индуктивтілік, сыйымдылықтардың параллельді жалғануы

r кедергісінде i_r тоқы u кернеумен фазамен бірдей болад, L индуктивтілікте i_L тоқы бұрышымен кернеуден артта қалад, ал C сыйымдылығында i_C тоқы $\frac{\pi}{2}$ бұрышында кернеуден алда болады (2.17-суреті).



2.17-суреті – Синусоидал кернеу кедергі, индуктивтілікте және сыйымдылықтағы (параллелді жалғанғанда) тоқтары

Сол себептен тізбекте суммалы i тоқы

$$I_m \sin(\omega t - \varphi) = \frac{1}{r} U_m \sin \omega t - \frac{1}{\omega L} U_m \cos \omega t + \omega C U_m \cos \omega t =$$

$$U_m \left[\frac{1}{r} \sin \omega t - \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right) \cos \omega t \right] = U_m (g \sin \omega t - b \cos \omega t). \quad (2.18)$$

(2.18) теңдігі лездік тоқтарда Кирхгофтың бірінші заңының тригонометриялық түрінде келтілген. Онда болады

$$b = b_L - b_C = \frac{1}{\omega L} - \omega C,$$

ол тізбектегі реактивті өткізгіштік дейміз және ол таңбаға байланысты индуктивтілікте ($b > 0$) не сыйымдылықта ($b < 0$) мәнді болады. Реактивті өткізгіштікте

$$g = \frac{1}{r},$$

мәні әрқашан оң мәнді және активті өткізгіштігі дейміз.

I_m және φ табуға (2.12) теңдікті пайдаланамыз

$$I_m = \sqrt{g^2 + b^2} U_m = y U_m; \quad (2.19)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{g}. \quad (2.20)$$

(2.19)-дан осы болады

$$I_m = yU_m,$$

не

$$I = yU,$$

мұнда

$$y = \sqrt{g^2 + b^2}. \quad (2.21)$$

келтірілген тізбектегі толық өткізгіштік.

Активті, реактивті және толық өткізгіштіктер электр тізбектерінің теориясында қолданылатын негізгі түсініктер қатарында.

(2.20) сәйкесінше i тоқы u кернеуден келтірілген бұрышқа артта болады

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{b}{a} = \operatorname{arctg} \frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{g}.$$

Егерде r , L , C элементтері параллельді қосылған тізбекте қысқыштарында кернеуі

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi),$$

берілсе, ол тоқтың анықталуы

$$i = yU_m \sin(\omega t + \psi - \varphi).$$

Ток жіне кернеудің бастапқы фазаларының арасындағы айырымдағы φ бұрышы кернеуден тоққа ұмтылған ωt өсімен есептеледі жәнеде сүйір немесе тік бұрышқа иеленеді

$$|\varphi| \leq \frac{\pi}{2}.$$

Тізбекте индуктивтілікті болады, егер $b > 0$ болса φ бұрышы оңды болар; сонда тоқ фаза бойынша кернеуден қалады.

Тізбекте сыйымдылықты болады, егер $b < 0$ болса φ бұрышы терісті болар; сонда тоқ фаза бойынша кернеуден алда болады.

Тоқ кернеумен бағытгас, егер

$$b = b_L - b_C = 0,$$

ол индуктивтік пен сыйымдылықта өткізгіштіктер бірдей болса. Электр тізбектерінде бұл режимді тоқтар резонансы дейміз.

(2.20) және (2.21) теңдеулерінен тізбектегі активті және реактивті өткізгіштіктер толық өткізгішпен өзара байланысы

$$g = y \cos \varphi; \quad (2.22)$$

$$b = y \sin \varphi.$$

(2.22) теңдігінің оң және сол бөліктерін U нақты кернеуіне көбейткенде активті және реактивті өткізгіштіктер иемденсе тармақтарда нақты тоқтар болады және олар тоқтың активті және реактивті бөлшектері шығады

$$\left. \begin{aligned} I_a &= gU = y \cos \varphi U = I \cos \varphi; \\ I_p &= bU = y \sin \varphi U = I \sin \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

Тоқтың активті және реактивті құраушылары тоқтың соммасының нақты мәні байланысты

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2}.$$

I_a және I_p мәні тікбұрышты үшбұрыштың катеттері болады, ал I гипотенузасы шығады; ол тікбұрышты үшбұрыш g, b, y мәндері шығады. r және C элементтері параллельді жалғанған тізбектің сыйымдылығын келтіруге конденсатордың сапалылығы болад

$$Q_c = \frac{b_c}{g} = \omega C r$$

Ол конденсатордың $|\varphi|$ бұрышының тангенсі болады. Кері шама, конденсатордың диэлектрлік шығындарының бұрыш тангенсі деп аталады

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{Q_c},$$

Диэлектрлік шығындардың δ бұрышы $|\varphi|$ бұрышын 90° -қа дейін толтырады).

r кедергісі неғұрлым үлкен болса, конденсатордың сапалылығы соғұрлым үлкен болады және шығындар бұрышы төмендейді.

2.9 Синусоидалы ток тізбегінде қуаты

Электрлік тізбектегі кернеу

$$u = U_m \sin \omega t,$$

тоғы

$$i = I_m \sin(\omega t - \varphi).$$

Тізбектегі лездік қуаты

$$p = U_m I_m \sin \omega t \sin(\omega t - \varphi) = UI [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)], \quad (2.24)$$

екі бөлігінен болады: $UI \cos \varphi$ тұрақты шама мен тоқ пен кернеу жиілікпен салыстырғанда екі есе көп жиілікті синусоида бөлігінен.

T уақытында өзгерудің екі цикл жасайтын екінші құраушыда орташа мән нөл болады. Сол себептен келтілген тізбекке түсетін активт қуаты

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = UI \cos \varphi. \quad (2.25)$$

$\cos \varphi$ көбейткішті қуаттың коэффициент дейміз. (2.25)-те активті қуаттың тоғы мен кернеуде нақты мәндер қуаты коэффициентке көбейтілінетін секілді анықталады. φ бұрыш нөлде болғанда, $\cos \varphi$ бірге тамандай, сол себептен U мен I берген мәнінде қорек көзінен қабылдағыштан жоғары активті қуаты болады.

Өндірістік электрқондырғыларының қуат коэффициентін көтеру маңызды технико-экономикалық міндет болып саналады.

(2.16) және (2.22) ескеретіндігін активті қуат теңдеуі болад

$$P = z I^2 \cos \varphi = r I^2;$$

$$P = y U^2 \cos \varphi = g U^2.$$

Сонымен қатар активті қуат кернеу ($U_a = U \cos \varphi$) немесе токтың ($I_a = I \cos \varphi$) активті бөліктерінен болады

$$P = U_a I;$$

$$P = UI_a.$$

Лездік пен активті қуаттары бар жалпы теңдеулері келтірілген өзгеше кездерде пайдаланылады, ол $\varphi = 0$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$ мен $\varphi = -\frac{\pi}{2}$.

(2.24) сәйкесінше лездік қуатты желісінде 2ω екі есе жиілікпен өзгереді және уақытпен өзгереді

$$P = UI \cos \varphi,$$

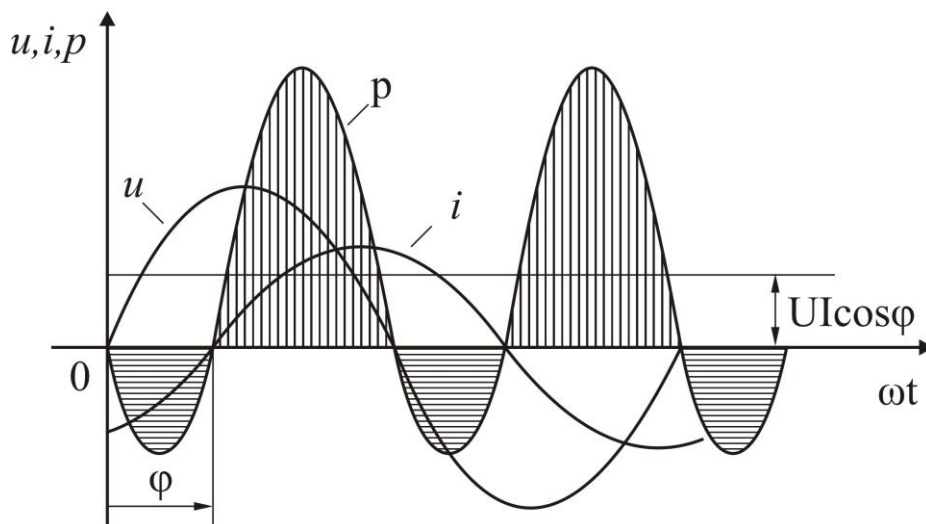
артта қалад (2.18-сурет).

Активті-реактивті тізбекте жалпы жағдайда қарайық, мысалға тізбекте индуктивті мен кедергі болсын; сонда

$$0 < \varphi < \frac{\pi}{2},$$

сәйкес

$$0 < \cos \varphi < 1.$$



2.18-суреті – Актив-индуктивті тізбегінде болатын қуаты

i және i таңбасы бірдей болса уақыт аралығына лездік қуаты оң болад, энергия қорек көзден қабылдағышына болады және кедергіде тартады да индуктивтіліктегі магнит өрісіне жинақталады.

i және i таңбалары бірдей емес болғанда уақыт аралығында лездік қуаты теріс таңбалы болад және энергия біреуі қабылдағыштан қорек көзіне қайтып келеді. 2.18-суретінде, уақыттың көп бөлігінде лездік қуаты оң таңбасы болад, сол себептен p қисығында оң жағы аймақты p қисымында кері аймағынан басым болады. Нәтижесінде мерзім ішіндегі орташа қуат, яғни активті қуат, $P > 0$ болады.

Активті–сиымдылықты тізбек кезінде осындай жағдай қайталанады

$$\left(0 > \varphi > -\frac{\pi}{2} \right).$$

Электр энергиясының көзі болып айнымалы токтың генераторлары саналатын электр жүйелеріндегі қуат генераторлары айналдыратын бірінші реттік қозғалтқыштар арқылы алынады. Синусоидалы тербеліс электронды немесе жартылайөткізгішті аспаптар арқылы жасалатын радиотехникада және электроникада қуат, электронды генераторларды немесе басқа түрлі құрылғыларды қоректендіретін тұрақты токтың көздері арқылы алынады.

Тізбектің нақты токтары мен кернеулердің көбейтіндісіне тең шама

$$S = UI, \quad (2.26)$$

тізбектің толық қуаты деп аталады және вольт-ампермен (ВА) өлшенеді. Айта кетсек, лездік қуаттың синусоидалы құраушысының амплитудасы (2.24) толық қуатқа тең.

(2.25) және (2.26) негізінде қуат коэффициенті активті қуаттың толық қуатқа қатынасы сияқты анықталады

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}.$$

Электр тізбектерін есептеген кезде және машықтануда реактивті қуат түсінігін қолданады және келесі формуламен есептейді

$$Q = UI \sin \varphi,$$

бұл реактивті токтың тұтыну (немесе шығару) өлшемі болып келеді.

Бұл қуат ВАр (вольт-ампер реактивті) деп аталатын бірлікпен өлшемденеді.

Сондықтан,

$$S^2 = P^2 + Q^2; \quad \sin \varphi = \frac{Q}{S}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{Q}{P}.$$

(2.16) мен (2.22) ескеріп реактивті қуаттың өрнегін келесідей түрлендіруге болады

$$Q = zI^2 \sin \varphi = xI^2;$$

$$Q = yU^2 \sin \varphi = bU^2.$$

Сонымен қатар, реактивті қуат токтың реактивті құраушысы ($I_p = I \sin \varphi$) немесе кернеудің реактивті құраушысы ($U_p = U \sin \varphi$) арқылы шығарылуы мүмкін

$$q = UI_p;$$

$$Q = U_p I.$$

φ бұрышы үшін алдында қабылданған таңбалар ережесіне сәйкес, қалып тұрған ток кезде реактивті қуат оң болады (индуктивті жүктеме), ол озып тұратын ток кезде реактивті қуат кері болады (сиымдылықты жүктеме).

Индуктивтілік пен сиымдылыққа келтіретін реактивті қуат келесі түрде келтірілуі мүмкін

$$Q_L = UI \sin \frac{\pi}{2} = UI = \omega LI^2 = \omega \frac{LI_m^2}{2} = \omega W_{L\max};$$

$$Q_C = UI \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) = -UI = -\omega CU^2 = -\omega \frac{CU_m^2}{2} = -\omega W_{C\max},$$

мұндағы $W_{C\max}$ және $W_{L\max}$ – индуктивтілікке және сиымдылықта жиналатын энергияның максималды мәндері.

Индуктивтілік пен сымдылықтан тұратын тізбектің реактивті-
қуат магниттік және электрлік өрістерде жиналатын энергияның
максималды мәндердің айырымына пропорционал

$$Q = \omega(W_{L\max} - W_{C\max}). \quad (2.27)$$

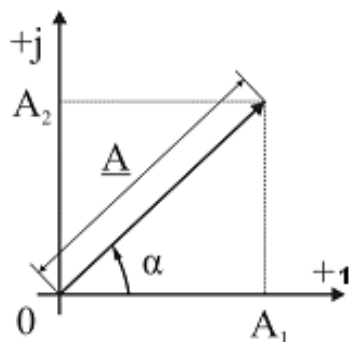
3 Комплекстік сандар мен векторлық диаграммаларды электрлік тізбектерді есептеуде қолдану

3.1 Синусоидалы функцияларды айналатын векторлардың проекциясы түрінде келтіру

Алдыңғы тарауда қарастырылған синусоидалы токтың электрлік тізбектерін есептеудің тригометриялық түрі өзара индуктивтіліктен контурлар мен қорек көздердің көп санынан тұрмайтын қарапайым электрлік тізбектер үшін ғана қолданылады.

Күрделі электрлік тізбектерді есептеу үшін есептеудің тригометриялық түрін қолдану қиындыққа әкеледі, сондықтан тұрақты токтың тізбектерін есептейтін әдістер сияқты, айнымалы ток тізбегін есептейтін әдістер керек. Ең ыңғайлы әдіс болып комплекстік амплитудалар (комплекстік әдіс) әдісі саналады. Ол синусоидалы функцияларды айналатын векторлармен алмастыруда негізделген. Әрі қарай ЭТН курсы және басқа электртехникалық пен радиотехникалық пәндер осы әдіске негізделген.

Комплекстік жазықтықтағы әр нүкте, сол нүктенің радиус-векторы сияқты анықталатыны белгілі, яғни вектордың басы координат басымен сәйкес келеді, ал соңы берілген комплекстік санына сәйкес келетін нүктеде орналасқан (3.1-сурет)



3.1-сурет – Комплекстік санды бейнелейтін вектор

Комплекстік санды жазудың көрсеткіштік және полярлық түрлерін қолданып келесіні аламыз

$$\underline{A} = Ae^{j\alpha} = A\angle\alpha;$$

мұндағы A – модуль;

α – аргумент немесе фаза;

$$j = \sqrt{-1},$$

j - жорымал бірлік, электр техникасында i әрібі токты білдіргендіктен

$$i = \sqrt{-1},$$

белгілеуі қолданылмайды.

Эйлер формуласын қолданып комплекстік санның тригонометриялық түрін алуға болады

$$\underline{A} = A \cos \alpha + jA \sin \alpha,$$

Немесе алгебралық түрін

$$\underline{A} = A_1 + jA_2,$$

Мұндағы

$$A_1 = A \cos \alpha;$$

$$A_2 = A \sin \alpha.$$

Осыдан,

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2;$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{A_2}{A_1}.$$

Оң бағытта айналатын вектор, яғни ω бұрыштық жылдамдығымен сағат тіліне қарсы келесі өрнекпен анықталуы мүмкін

$$A e^{j(\omega t + \alpha)} = \underline{A} e^{j\omega t}, \quad (3.1)$$

мұндағы

$$\underline{A} = Ae^{j\alpha} = A\angle\alpha,$$

берілген векторды $t=0$ уақыт кезінде көрсететін комплекстік амплитуда (3.2-сурет). Басқаша айтқанда, бұл комплекстік шама уақыттан тәуелді емес, модулі мен аргументі берілген функцияның амплитудасы мен бастапқы фазасына тең.

$e^{j\omega t}$ көбейткіші айналдыру операторы болып келеді; A комплекстік амплитуданы $e^{j\omega t}$ көбейтсек, бұл A векторын оң бағытта ωt бұрышына бұруды білдіреді.

(3.1) комплекстік функциясын тригонометриялық түрде жазамыз

$$Ae^{j(\omega t + \alpha)} = A\cos(\omega t + \alpha) + jA\sin(\omega t + \alpha),$$

Осыдан

$$A\sin(\omega t + \alpha),$$

синусоидалы фазасы j көбейткішісіз алынған (3.1) комплекстік функцияның жорымал бөлігі сияқты қарастырылады немесе айналу векторының жорымал бөлігіне проекциясы сияқты.

Бұл былай жазылады

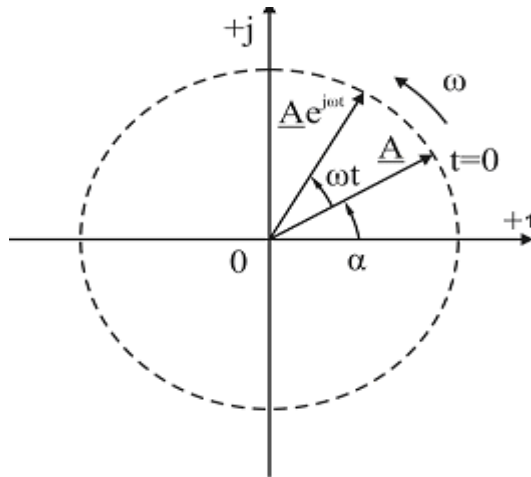
$$A\sin(\omega t + \alpha) = \text{Im}(\underline{A}e^{j\omega t}).$$

Im символы (3.1) комплекстік функцияның жорымал бөлігі алынатынын білдіреді

$$A\cos(\omega t + \alpha) = \text{Re}(\underline{A}e^{j\omega t}),$$

мұндағы Re символы комплекстік функцияның нақты бөлігі алынатынын білдіреді.

Егер синусоидалы функциялар бір жиілікке ие болса, онда осы функцияларға сәйкес келетін векторлар бірдей бұрыштық жылдамдықпен айналады және олардың арасындағы бұрыш өзгермейді.



3.2-сурет – Айналу векторы

3.3, а-суретінде екі синусоидалы функциялар көрсетілген

$$u_1 = U_{1m} \sin(\omega t + \psi_1),$$

және бірдей ω бұрыштық жиілігіне ие

$$u_2 = U_{2m} \sin(\omega t - \psi_2),$$

функциясы. u_1 функциясы фаза бойынша u_2 функциясынан озып тұрады және фазалардың ығысуы баспатқы фазалардың айырымына тең

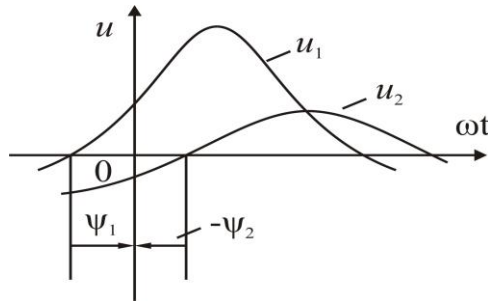
$$\varphi = \psi_1 - (-\psi_2) = \psi_1 + \psi_2.$$

Осы бұрыш 3.3, б-суретінде көрсетілген векторларды өзара құрастырады.

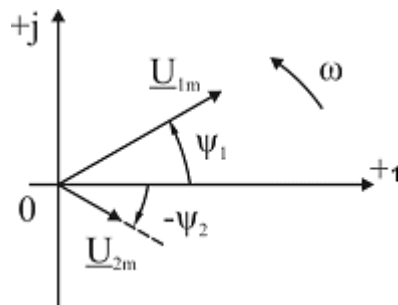
Бастапқы фазалар тең болса, яғни фазалардың ығысуы нөлге тең болған кезде векторлар бір жаққа бағытталған (фаза бойынша сәйкес келеді).

Егер фазалардың ығысуы 180° тең болса, онда векторлар бір-біріне қарама-қарсы бағытталған.

Векторлардың өзара орналасуын ескере отырып салынған векторлардың жиынтығын бейнелейтін диаграмма векторлық диаграмма деп аталады.



а – синусоидалар арасындағы фазалардың ығысуы



б – векторлардың арасындағы фазалардың ығысуы

3.3-сурет

Векторлық диаграммалардан айырықша лездік мәндердің қисықтары уақыт диаграммалары деп аталады.

Жиіліктері бірдей синусоидалы функцияларды вектор түрінде келтіру, осы функциялардың қосу және алу операцияларын жеңілдетеді. Екі вектордың проекциясының қосындысы, сол векторлардың геометриялық қосындысының проекциясына тең болғандықтан, нәтижелі қисықтың амплитудасы мен бастапқы фазасы векторлық диаграммадан табылуы мүмкін.

Мысалы, егер екі синусоидалы функцияларға A және B комплекстік амплитудалары сәйкес келсе, онда осы синусоидалы функциялардың қосындысына комплекстік амплитуда сәйкес келеді

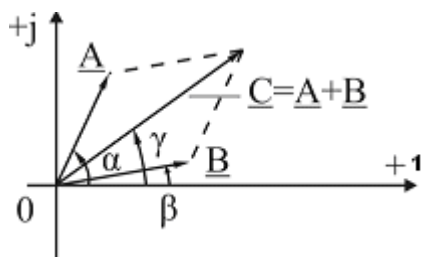
$$\underline{C} = \underline{A} + \underline{B},$$

(3.4, а-сурет). Графикалық құрастырудан келесі шығады

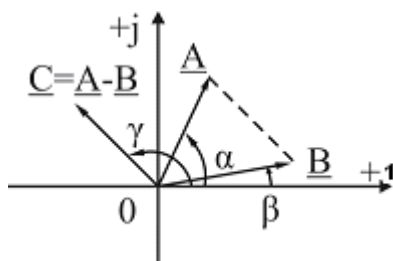
$$C = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos(\alpha - \beta)}; \quad (3.2)$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{A \sin \alpha + B \sin \beta}{A \cos \alpha + B \cos \beta}. \quad (3.3)$$

Мұндағы γ бұрышы косинус пен синустың таңбаларын анықтайтын алым мен бөлім таңбаларын ескеріп табылады.



а) векторларды қосу



б) векторларды алу

3.4-сурет – Векторлар анықтау

Егер \underline{B} векторы \underline{A} векторынан алынса (3.4, б-сурет), (3.2) және (3.3) β бұрыш $\beta + \pi$ немесе $\beta - \pi$ ауыстырылады.

3.2 Комплекстік түрдегі Ом және Кирхгоф заңдары

r , L , C элементтері бірізді және параллель қосылған жағдайларда, комплекстік амплитудалар әдісінің қолданысын қарастырайық.

3.2.1 r , L , C элементтерінің тізбекті қосылуы

Кирхгоф теңдеуінде r , L , C параметрлары

$$u = ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt, \quad (3.4)$$

және тізбектегі синусоидалы кернеу

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi),$$

берілсін, ал ізделулі шама болып i ток саналады. Осында, синусоидалы токтың қалыптасқан режимі қарастырылғандықтан, осы дифференциалды теңдеудің шешімі келесі түрдегі синусоидалы форманы беру тиіс

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi - \varphi),$$

мұндағы I_m және $(\psi - \varphi)$ – белгісіз токтың әрі амплитудасы мен бастапқы фазасы.

Алдыңғы параграфқа сәйкес берілген синусоидалы кернеу $\underline{U}_m e^{j\omega t}$ комплекстік функциясымен бейнеленеді, ал ізделулі синусоидалы ток $\underline{I}_m e^{j\omega t}$ комплекстік функциясымен; кернеу мен токтың комплекстік амплитудалары келесіге тең

$$\underline{U}_m = U_m e^{j\omega t};$$

$$\underline{I}_m = I_m e^{j(\psi - \varphi)}.$$

(3.4) теңдеуіндегі синусоидалы функцияларды қосу, дифференциалдау және интегралдау, комплекстік функциялардың жорымал бөліктері үшін сондай математикалық операцияларымен алмастырылады

$$\begin{aligned} \operatorname{Im}(\underline{U}_m e^{j\omega t}) &= r \operatorname{Im}(\underline{I}_m e^{j\omega t}) + L \frac{d}{dt} \operatorname{Im}(\underline{I}_m e^{j\omega t}) + \\ &+ \frac{1}{C} \int \operatorname{Im}(\underline{I}_m e^{j\omega t}) dt. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Комплекстік функциялардың жорымал бөлігі бойынша операциялар алынған нәтижеден жорымал бөлігін шығару арқылы комплекстік функциялардың өздері бойынша операцияларға алмастырылуы мүмкін. Бұл қосу, операцияларының \underline{I}_m символдық операциясы бойынша коммутативтілігімен түсіндіріледі

$$\operatorname{Im}(\underline{U}_m e^{j\omega t}) = \operatorname{Im} \left(r \underline{I}_m e^{j\omega t} + L \frac{d}{dt} \underline{I}_m e^{j\omega t} + \frac{1}{C} \int \underline{I}_m e^{j\omega t} dt \right).$$

Алынған теңдеу уақыттың кез-келген мерзімі үшін қанағаттандырады. Сондықтан жорымал бөлік алынатын, жақшаның ішіне еңгізілген комплекстік өрнек бір-біріне тең болу керек. Дифференциалдау және интегралдау жүргізіп, келесіні аламыз

$$\underline{U}_m e^{j\omega t} = r \underline{I}_m e^{j\omega t} + j\omega L \underline{I}_m e^{j\omega t} + \frac{1}{j\omega C} \underline{I}_m e^{j\omega t}. \quad (3.6)$$

(3.6) теңдеудің барлық бөліктерін $e^{j\omega t}$ көбейткішке қысқарту нәтижесінде комплекстік алгебралық теңдеу шығады

$$\underline{U}_m = r \underline{I}_m + j\omega L \underline{I}_m + \frac{1}{j\omega C} \underline{I}_m. \quad (3.7)$$

\underline{I}_m тогы жақшаның сыртына шығарылуы мүмкін. Осы кезде, қарастырылатын электрлік тізбектің комплекстік кедергісі үшін шартты белгі еңгізіледі

$$\underline{Z} = r + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = r + jx. \quad (3.8)$$

Сондықтан комплекстік амплитудалар үшін Ом заңын өрнектейтін теңдеуді

$$\underline{U}_m = \underline{Z} \underline{I}_m, \quad (3.9)$$

аламыз.

Теңдеудің екі бөлігін $\sqrt{2}$ бөліп, комплекстік нақты мәндері үшін Ом заңын аламыз

$$\underline{U} = \underline{Z}I. \quad (3.10)$$

Комплекстік нақты синусоидалы ток (комплекстік ток) – модулі мен аргументі, сәйкесінше нақты синусоидалы токқа және оның бастапқы фазасына тең комплекстік шама. Сондықтан, электрлік тізбектің комплекстік кедергісі берілген тізбектің комплекстік кернеуінің сол тізбектегі комплекстік токқа қатынасына тең.

(3.8) өрнегіндегі \underline{Z} комплекстік кедергі алгебралық түрінде келтірілген. Осы шаманы тригонометриялық және көрсеткіштік (полярылық) түрлерінде көрсетейік

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z} &= z \cos \varphi + jz \sin \varphi; \\ \underline{Z} &= ze^{j\varphi} = z \angle \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

мұндағы $z = |\underline{Z}|$ – тізбектің толық кедергісін көрсетілген \underline{Z} комплекстік санның модулі, ал φ – \underline{Z} комплекстік санның аргументі

$$\begin{aligned} z &= \sqrt{r^2 + x^2}; \\ \varphi &= \operatorname{arctg} \frac{x}{r}. \end{aligned}$$

(3.9) негізінде токтың комплекстік амплитудасы

$$\underline{I}_m = \frac{\underline{U}_m}{\underline{Z}} = \frac{U_m}{z} e^{j(\psi - \varphi)} = \frac{U_m}{z} \angle (\psi - \varphi),$$

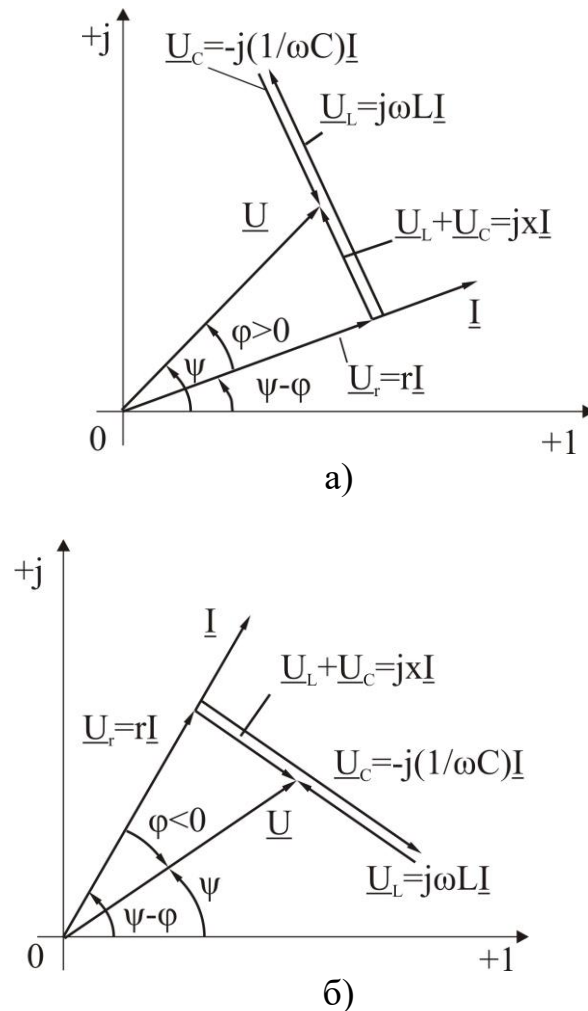
мұндағы $\psi - \varphi$ токтың бастапқы фазасы. Сондықтан, ізделулі ток тригонометриялық түрде былай жазылады

$$i = \operatorname{Im}(Ie^{j\omega t}) = \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t + \psi - \varphi),$$

және ол алдында алынған нәтижемен сәйкес келеді.

3.5-суретінде комплекстік жазықтықта (3.1) теңдеуін геометриялық түрі берілген. (3.5, а) суреті бойынша тізбектің реактивті кедергісі индуктивті сипатқа ие ($x > 0$) және ток фаза бойынша кернеуден қалып тұрады ($\varphi > 0$). (3.5, б) суреті бойынша тізбектің реактивті кедергісі сиымдылықты сипатқа ие ($x < 0$) және ток фаза бойынша кернеуден озып тұрады ($\varphi < 0$).

Тізбектің таза реактивті жағдайы кезінде ($r = 0$), егер тізбектің кедергісі индуктивті болса, ток кернеуден фаза бойынша $\frac{\pi}{2}$ бұрышына қалып тұрады, ал тізбектің кедергісі сиымдылықты болса ток кернеуден фаза бойынша $\frac{\pi}{2}$ бұрышына озып тұрады.



3.5-сурет – r, L, C бірізді тізбегі үшін векторлық диаграмма, $x < 0$ кезінде

3.5-суретінде келтірілген векторлық диаграммалардан келесіні көреміз

$$\underline{U}_r = r\underline{I},$$

– r кедергісіндегі кернеу (I тогымен фаза бойынша сәйкес келеді),

$$\underline{U}_L = j\omega L\underline{I};$$

– L индуктивтілігі кернеу (I тогынан $\frac{\pi}{2}$ бұрышына озып тұр) және

$$\underline{U}_C = -j\frac{1}{\omega C}\underline{I};$$

– C сиымдылықтағы кернеу (I тогынан $\frac{\pi}{2}$ бұрышына қалып тұр).

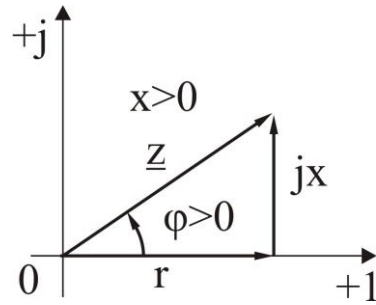
\underline{U}_r , \underline{U}_L және \underline{U}_C векторларының геометриялық қосындысы тізбекке жұмсалған кернеуді береді

$$\underline{U} = \underline{U}_r + \underline{U}_L + \underline{U}_C.$$

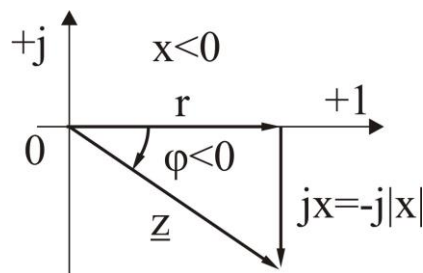
Катеттері болып \underline{U}_r және $\underline{U}_L + \underline{U}_C$, ал гипотенузасы болып \underline{U} саналатын тікбұрышты үшбұрышты кернеулер үшбұрышы деп аталады; \underline{U}_r және $\underline{U}_L + \underline{U}_C$ сәйкесінше, кернеудің активті және реактивті құраушылары болып келеді.

Егер осы үшбұрыштың барлық жақтарын – векторларын I векторына бөлсе, онда кернеулер үшбұрышына сәйкес кедергілер үшбұрышы шығады және ол сағат тілі бойынша $\psi - \varphi$ бұрышына бұрылған болады.

Кедергілер үшбұрышы (3.11) теңдеуінің геометриялық түрін көрсетеді. Оның қалпы U және I бастапқы фазалардан тәуелді емес; r кедергісі комплекстік жазықтықтың оң бағытта нақты бөлігінде салынады, ал x реактивті кедергісі таңбасынан тәуелді жорымал бөліктің оң ($x > 0$) немесе кері ($x < 0$) бағытында (3.6, а және б сурет) салынады.



а) кедергілер үшбұрышы $x > 0$ кезде



б) кедергілер үшбұрышы $x < 0$ кезде

3.6-сурет – Кедергілер үшбұрышы

Кедергілер үшбұрышындағы φ бұрышы r катетынан Z гипотенузасына қарай саналады, кернеулер үшбұрышы үшін φ бұрышы $U_r = rI$, дан $U = zI$ қарай саналады.

3.2.2 r , L және C параллель қосылуы

Комплексті амплитудаларға пропорционал комплекстік нақты мәндері үшін жазумен шектеліп, Кирхгофтың бірінші заңына сәйкес келесіні аламыз

$$Ig\underline{U} + \frac{1}{j\omega L}\underline{U} + j\omega C\underline{U} = \underline{I}_r + \underline{I}_L + \underline{I}_C; \quad (3.12)$$

(3.12) формуласындағы $\underline{I}_r = g\underline{U}$ кедергідегі ток болып келеді және кедергідегі U кернеуімен фаза бойынша сәйкес келеді;

$$\underline{I}_L = -j\frac{1}{\omega L}\underline{U};$$

индуктивтіліктегі ток (кернеуден $\frac{\pi}{2}$ бұрышына қалып тұрады);

$$\underline{I}_C = j\omega C \underline{U};$$

сиымдылықтағы ток (кернеуден $\frac{\pi}{2}$ бұрышына озып тұрады)

$$\underline{Y} = g - j\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right) = g - jb, \quad (3.13)$$

өрнегі қарастырылатын тізбектің толық өткізгіштігін көрсетеді. g және b тізбектің активті және реактивті өткізгіштіктері

$$\underline{I} = \underline{Y} \underline{U}, \quad (3.14)$$

теңдеуі комплекстік түрдегі Ом заңын көрсетеді. Сондықтан, электрлік тізбектің комплекстік тогының, оның шықпаларындағы комплекстік кернеуге қатынасы сияқты анықталады.

Комплекстік өткізгіштің тригонометриялық және көрсеткіштік (полярылық) түрінде жазылуы

$$\underline{Y} = y \cos \varphi - jy \sin \varphi;$$

$$\underline{Y} = ye^{-j\varphi} = y \angle -\varphi;$$

мұндағы $y = |Y|$ – тізбектің толық өткізгіштігін көрсететін \underline{Y} комплекстік санның модулі, ал $(-\varphi)$ – Y комплекстік санының аргументі

$$y = \sqrt{g^2 + b^2};$$
$$\arctg \frac{b}{g}.$$

(3.14) негізінде комплекстік ток келесіге тең

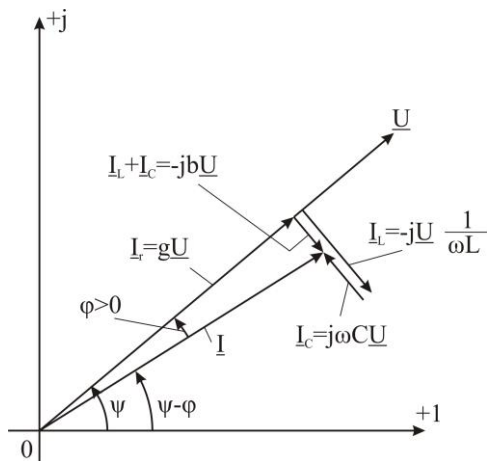
$$\underline{I} = y U e^{j(\psi - \varphi)} = y U \angle (\psi - \varphi),$$

және ол синусоидалы токқа сәйкес келеді

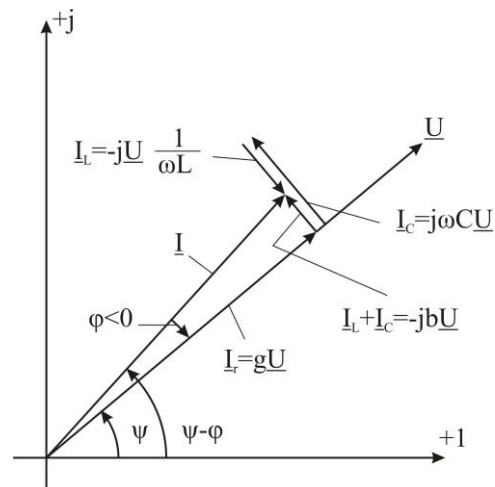
$$i = \text{Im}(\underline{I}e^{j\omega t}) = yU_m \sin(\omega t + \psi - \varphi).$$

(3.7) суретінде комплекстік жазықтықта (3.12) теңдеуінің геометриялық түрі берілген. 3.7, а суреті бойынша тізбектің реактивті өткізгіштігі индуктивті сипатқа ие ($b > 0$) және ток фаза бойынша кернеуден қалып тұрады ($\varphi > 0$). 3.7, б суреті бойынша тізбектің реактивті өткізгіштігі сиымдылықтық сипатқа ие ($b < 0$) және ток фаза бойынша кернеуден озып тұрады ($\varphi < 0$).

Катеттері болып \underline{I}_r және $(\underline{I}_L + \underline{I}_C)$, ал гипотенузасы болып \underline{I} саналатын тікбұрышты үшбұрышты токтар үшбұрышы деп аталады; \underline{I}_r және $(\underline{I}_L + \underline{I}_C)$ сәйкесінше, \underline{I}_a және \underline{I}_p активті және реактивті құраушылары болып келеді



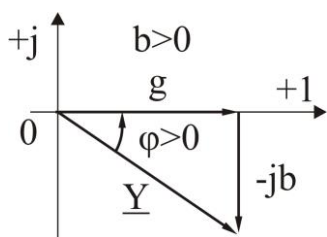
а) r, L, C параллель тізбек үшін векторлық диаграмма $b > 0$ кезінде



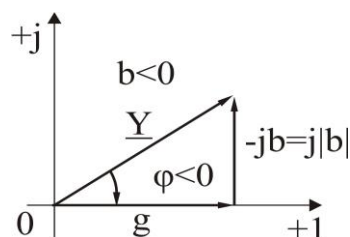
б) r, L, C параллель тізбек үшін векторлық диаграмма $b < 0$ кезінде

3.7-суреті

Егер осы үшбұрыштың барлық жақтарын – векторларын \underline{U} векторына бөлсе, онда токтар үшбұрышына сәйкес және φ бұрышына сағат тілі бойынша бұралған өткізгіштіктер үшбұрышы шығады. Өткізгіштіктер үшбұрышы (3.13) өрнегінің геометриялық түрін көрсетеді: g өткізгіштігі комплекстік жазықтықтың оң бағытта нақты бөлігінде салынады, ал b реактивті өткізгіштігі таңбасынан тәуелді жорамал бөліктің оң ($b > 0$) немесе кері ($b < 0$) бағытында (3.8, а және б сурет) саналады.



а) өткізгіштіктер үшбұрышы $b > 0$ кезінде



б) өткізгіштіктер үшбұрышы $b < 0$ кезінде

3.8-сурет

Өткізгіштіктер үшбұрышындағы φ бұрышы Y гипотенузасынан g катетына қарай саналады, токтар үшбұрышы үшін φ бұрышы $I = YU$ деп $I_r = gU$ қарай саналады.

3.1-кестесінде тізбектің негізгі элементтерінің жалпы түрде (дифференциалды, интегралды) теңдеулері берілген және синусоидалы режим кезінде тригонометриялық және комплекстік түрлері.

3.1-кесте – Тізбек элементтерінің теңдеулері

Элемент	Жалпы түрі	Синусоидалы режим	
		Тригонометриялық түрі	Комплекстік түрі
Кедергі	$u = ri$ $i = gu$	$u = rI_m \sin(\omega t + \psi)$ $i = gU_m \sin(\omega t + \psi)$	$\underline{U} = r\underline{I}$ $\underline{I} = g\underline{U}$
Индуктивтілік	$u = L \frac{di}{dt}$ $i = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u dt$	$u = \omega L I_m \sin(\omega t + \psi + 90^\circ)$ $i = -\frac{1}{\omega L} U_m \cos(\omega t + \psi)$	$\underline{U} = j\omega L \underline{I}$ $\underline{I} = -j \frac{1}{\omega L} \underline{U}$
Сыымдылық	$u = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i dt$ $i = C \frac{du}{dt}$	$u = \frac{1}{\omega C} I_m \sin(\omega t + \psi - 90^\circ)$ $i = \omega C U_m \cos(\omega t + \psi)$	$\underline{U} = -j \frac{1}{\omega C} \underline{I}$ $\underline{I} = j\omega C \underline{U}$

Индуктивтілік элементтің комплекстік кедергісі $j\omega L$ тең, ал сымдылықтық элементтің комплекстік кедергісі $\frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C}$ тең екеніне назар аудару керек; сәйкесінше комплекстік өткізгіштіктер $\frac{1}{j\omega L} = -j\frac{1}{\omega L}$ және $j\omega C$.

r , L , C элементтерінің әртүрлі қосылуы кезінде тізбектің комплекстік кедергілері мен өткізгіштіктері келтірілген.

3.2-кесте – Комплекстік қарсы тұрудың көрсеткіші

Тізбек	\underline{Z} бірізді қосылғанда	\underline{Y} параллель қосылғанда
r, L	$r + j\omega L$	$\frac{1}{r} - j\frac{1}{\omega L}$
r, C	$r - j\frac{1}{\omega C}$	$\frac{1}{r} + j\omega C$
r, L, C	$r + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$	$\frac{1}{r} - j\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)$

3.3 Тізбек бөлігінің кедергілері мен өткізгіштіктері арасындағы тәуелділік

Тізбектің кез-келген бөлігінің $\underline{Z} = r + jx$ комплекстік кедергісі белгілі болса, жазудың комплекстік түрін қолданып тізбек бөлігінің комплекстік өткізгіштігі

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{r + jx} = \frac{r}{r^2 + x^2} - j \frac{x}{r^2 + x^2} = g - jb. \quad (3.15)$$

Сонымен қатар, тізбек бөлігінің комплекстік өткізгіштігі белгілі болса

$$\underline{Y} = g - jb,$$

онда, сол бөліктің комплекстік кедергісі

$$\underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}} = \frac{1}{g - jb} = \frac{1}{g^2 + b^2} + j \frac{b}{g^2 + b^2} = r + jx. \quad (3.16)$$

(3.15) және (3.16) өрнектері, x реактивті кедергі мен b реактивті өткізгіштік тізбектің бір бөлігі кезінде бірдей таңбаға ие екенін көрсетеді.

Сонымен қатар, өткізгіштіктің әр қосылғышы (g және b) активті және де реактивті кедергілерден (r және x) тәуелді болады.

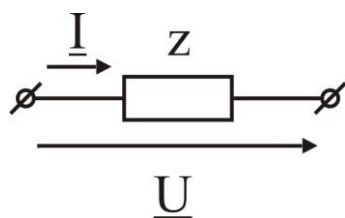
$$g = \frac{1}{r} \quad \text{және} \quad b = \frac{1}{x},$$

қатынастары жеке жағдайларда ғана әділетті, мысалы r L , C элементтері жеке қарастырылған кезде

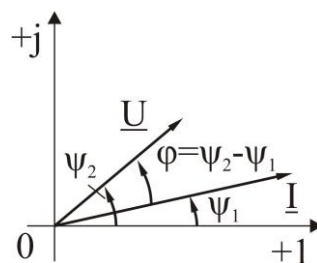
$$b_L = \frac{1}{x_L} = \frac{1}{\omega L};$$
$$b_C = \frac{1}{x_C} = \omega C.$$

3.4 Қуаттың комплекстік түрде жазылуы

Электрлік тізбек арқылы синусоидалы ток өтсін және де тізбек шықпаларындағы ток пен кернеудің оң бағыттары сәйкес келгендей алынсын (3.9-сурет)



а) Оң бағыт



б) Оң комплекстік кернеу мен ток

3.9-сурет

Комплекстік ток пен кернеу сәйкесінше тең

$$\underline{I} = I \angle \psi_1,$$

және

$$\underline{U} = U \angle \psi_2.$$

Токтың кернеу бойынша фазалық ығысуы бастапқы фазалардың айырымына тең

$$\varphi = \psi_2 - \psi_1.$$

U -ді I тогымен ілесетін

$$* \underline{I} = I \angle -\psi_1,$$

комплекстік мәнге көбейтеміз

$$* \underline{U} \underline{I} = UI \angle (\psi_2 - \psi_1) = UI \angle \varphi.$$

Осыдан

$$\tilde{S} = \underline{U} I^* = UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi = P + jQ.$$

\underline{U} кернеуі активті және реактивті құраушылардың қосынды сияқты қарастырылса (§ 3.2 қара)

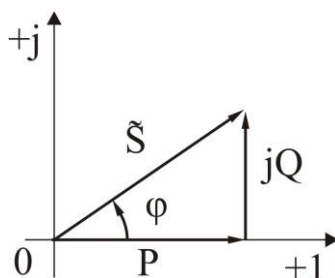
$$\underline{U} = \underline{U}_a + \underline{U}_p,$$

онда, осы құраушыларды I тогына көбейтіп активті және реактивті қуаттарды аламыз

$$\underline{U}_a I^* + \underline{U}_p I^* = U \cos \varphi I \angle 0^\circ + U \sin \varphi I \angle \frac{\pi}{2} = P + jQ.$$

Қуат активті және реактивті ток арқылы шығарылуы мүмкін. Сондықтан, \tilde{S} комплекстік шаманың нақты бөлігі активті қуатты, ал жорымал бөлігі реактивті қуатты анықтайды.

Комплекстік жазықтықта \tilde{S} (комплекстік қуат) тікбұрышты үшбұрыштың гипотенузасы, ал P мен Q катеттері болады (3.10-сурет).



3.10-сурет – Комплекстік жазықтықтағы қуаттар үшбұрышы

3.10-суретінде бейнеленген қуаттар үшбұрышы кедергілер үшбұрышына ұқсас

$$\frac{Q}{P} = \frac{x}{r} = \operatorname{tg} \varphi.$$

Егер комплекстік ілесетін кернеуді комплекстік токқа көбейтсек келесіні аламыз

$$\underline{U} \underline{I}^* = UI \cos \varphi - jUI \sin \varphi = P - jQ.$$

Сондықтан, тізбек шықпаларындағы P және Q қуаттары келесідей жазылуы мүмкін

$$P = \frac{1}{2}(\underline{U} \underline{I}^* + \underline{U}^* \underline{I});$$

$$Q = \frac{1}{2j}(\underline{U} \underline{I}^* - \underline{U}^* \underline{I}).$$

Тізбектің комплекстік кедергісін есептеу үшін \tilde{S} комплекстік қуат пен I токтың нақты мәндері белгілі болса жеткілікті

$$\tilde{S} = \underline{U} \underline{I}^* = \underline{Z} \underline{I} \underline{I}^* = \underline{Z} I^2,$$

Осыдан

$$\underline{Z} = \frac{\tilde{S}}{I^2} = \frac{P}{I^2} + j \frac{Q}{I^2}.$$

(2.27) өрнегін қолданып келесіні аламыз

$$\underline{Z} = \frac{P}{I^2} + j \frac{\omega}{I^2} (W_{L\max} - W_{C\max}).$$

Комплекстік кедергіні анықтаудың энергетикалық әдісі комплекстік өткізгіштіктер үшін де қолданады

$$\tilde{S} = \underline{U} \underline{I}^* = \underline{U} \underline{U}^* \underline{Y} = U^2 \underline{Y}^*,$$

Осыдан

$$\underline{Y}^* = \frac{\tilde{S}}{U^2},$$

мұндағы \underline{Y}^* – \underline{Y} -мен ілесетін комплекстік өткізгіштік.

Сондықтан,

$$\underline{Y} = \frac{P}{U^2} - j \frac{Q}{U^2} = \frac{P}{U^2} + j \frac{\omega}{U^2} (W_{C\max} - W_{L\max}).$$

Сонымен, тізбектің активті кедергісі мен өткізгіштігі тізбек тұтынатын активті қуаттан тәуелді, ал реактивті кедергі мен өткізгіштік электрлік және магнит өрістерінде жиналатын энергияның максималды мәндерінің айырымынан тәуелді (§ 2.5, 2.6 және 2.9 қара).

3.5 Активті қуаттың максимумын қорек көзінен қабылдағышқа беру шарттары

Қорек көзінен комплекстік кедергісі белгілі болғанда жүктеменің комплекстік кедергісін, қорек көзінен қабылдағышқа максималды активті қуат берілгендей үшін таңдайды.

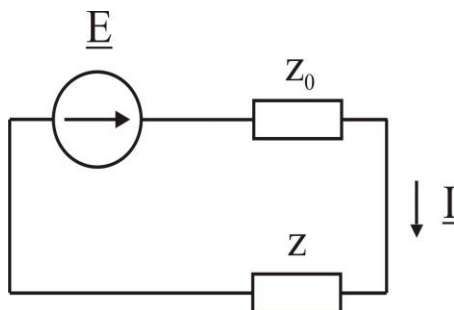
Кернеу көзі мен жүктеменің комплекстік кедергілерін келесідей белгілейік

$$\underline{Z}_0 = r_0 + jx_0,$$

және

$$\underline{Z} = r + jx,$$

(3.11-суретті қара).



3.11-сурет – Қорек көзінен қабылдағышқа энергияны беру

Жүктемемен тұтынылатын активті қуат

$$P = rI^2 = \frac{rE^2}{(Z_0 + Z)^2} = \frac{rE^2}{(r_0 + r)^2 + (x_0 + x)^2}.$$

Біріншіден, x реактивті кедергіні өзгертеміз. r -дің кез-келген мәні кезінде ток пен активті қуат ең үлкен мәніне жетеді $x = -x_0$. Осы кезде

$$P = \frac{rE^2}{(r_0 + r)^2}.$$

Енді алынған функцияның максимум шарттарын табайық; мұндағы r – айнымалы шама, яғни $\frac{dP}{dr} = 0$ кезінде келесіні аламыз

$$(r_0 + r)^2 - 2r(r_0 + r) = 0,$$

осыдан

$$r = r_0.$$

Табылған теңдіктер негізінде, қорек көзінен қабылдағышқа активті қуаттың максимумын беру шарты келесідей болады

$$r_0 = r; \quad x_0 = -x, \quad (3.17)$$

Осы шарт орындалған кезде, қабылдағыш

$$P_{\max} = \frac{E^2}{4r_0}$$

қуатын тұтынады және П.Ә.К. қабылдағышпен тұтынатын активті қуаттың тізбектің активті кедергісімен тұтынатын қосынды қуатына қатынасы сияқты анықталады және 0,5 тең болады.

Егер (3.17) шарты орындалмаса, онда берілетін активті қуаттың максималды қуаттан ауытқуы келесідей

$$\frac{P_{\max} - P}{P_{\max}} = \frac{(r_0 - r)^2 + (x_0 + x)^2}{(r_0 + r)^2 + (x_0 + x)^2}.$$

Егер қорек көзінің реактивті кедергісі активті кедергімен салыстырғанда аз болса, онда қабылдағыштың кедергісін қорек көзінің активті немесе толық кедергісіне тең етіп алады.

Мысалы, $Z_0 = 618 \angle -14^\circ /$ және $Z = 618 \angle 0^\circ$ болсын, онда қабылдағышқа келетін активті қуат максималды мүмкін қуаттан 1,5% ерекшеленеді; осы жағдайда реактивті кедергінің компенсациялауы керек емес.

Жоғарыда келтірілген формулалар тұрақты токтың тізбектері үшін де әділетті; ол кезде комплекстік шамалар нақты шамаларға ауыстырылады.

3.6 Қуаттар тепе-теңдігі

Энергияның сақталу заңынан келесі шығады. Кез-келген электрлік тізбек үшін активті қуаттардың тепе-теңдік заңы сақталады. Қорек көздері шығаратын активті энергия барлық қабылдағыштармен тұтынылатын активті энергияға тең.

Сонымен қатар, берілетін реактивті қуаттың қосындысы тұтынылатын реактивті қуаттың қосындысына тең.

Түйінінің саны u тең электрлік тізбек үшін Кирхгофтың бірінші заңы бойынша $u-1$ теңдеу жазуға болады

$$\underline{I}_{k1} + \underline{I}_{k2} + \dots + \underline{I}_{k,q-1} + \underline{I}_{kq} = 0,$$

мұнда барлық токтардың оң бағыттары k түйінімен $1, 2, \dots, q$ түйіндеріне қарай қабылданған.

Осы теңдеулердің әр біреуін комплекстік кернеуге көбейтіп (сәйкес түйіннен q түйініне қарай саналады) және осы көбейтінділерді қосып келесіні аламыз

$$\underline{U}_{1q}(\underline{I}_{12} + \underline{I}_{13} + \dots + \underline{I}_{1q}) + \underline{U}_{2q}(\underline{I}_{21} + \underline{I}_{23} + \dots + \underline{I}_{2q}) + \dots + \underline{U}_{q-1,q}(\underline{I}_{q-1,1} + \underline{I}_{q-1,2} + \dots + \underline{I}_{q-1,q}) = 0,$$

$$\underline{U}_{kq} - \underline{U}_{mq} = \underline{U}_{km},$$

және

$$\underline{I}_{mk} = -\underline{I}_{km},$$

ескеріп алатынымыз

$$\underline{U}_{12}\underline{I}_{12} + \underline{U}_{13}\underline{I}_{13} + \dots + \underline{U}_{q-1,q}\underline{I}_{q-1,q} = 0.$$

Сонымен, электр тізбегінің барлық тармақтарымен тұтынылатын комплекстік қуаттың қосындысы нөлге тең; сондықтан қуаттардың нақты және жорамал бөліктерінің алгебралық қосындысы да жекелеп нөлге тең болады.

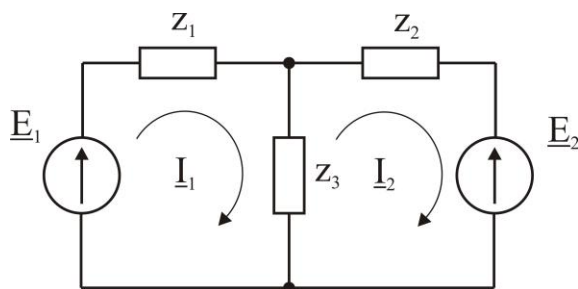
Басқаша айтқанда, барлық тармақтармен тұтынылатын активті қуаттардың алгебралық қосындысы нөлге тең және тұтынылатын реактивті қуаттардың алгебралық қосындысы да нөлге тең болады.

Тұрақты ток тізбектерінің жағдайында қорек көздердегі қуаттардың қосындысы кедергіге шығындалатын қуаттарға тең және де қорек көздердегі қуаттардың таңбасы жоғарыда көрсетілген ереже бойынша анықталады: қорек көзінен өтетін қуат оң таңбалы болады, егер E ӘҚК мен I тогы сәйкес келсе, кері таңбалы болады, егер E ӘҚК мен I тогы қарама-қарсы бағытталса, соңғы жағдайда, энергия көзі ретінде аккумулятор болса, онда EI қуаты оның зарядталуына шығындалады, ал генератор болса, онда EI қуаты оның механикалық жұмысына шығындалады (генератор қозғалтқыш режимінде жұмыс істейді).

4 Күрделі электрлік тізбектерді есептеу әдістері

4.1 Контурлық токтар әдісі

Контурлық токтар әдісі тәжірибеде кең қолданылатын күрделі электрлік әдісі болып табылады. Бұл әдіс бойынша, тармақтардағы токтардың орнына контур бойынша түйықталған және Кирхгофтың екінші заңына негізделген контурлық токтар алынады.



4.1-сурет – Контурлық токтар әдісіне суреттеме

Мысал ретінде 4.1-суретінде екіконтурлық электрлік тізбек көрсетілген, мұндағы I_1 және I_2 - контурлық токтар. Z_1 және Z_2 кедергілердегі токтар сәйкес келетін контурлық токтарға тең; Z_3 кедергісіндегі ток екі контур үшін жалпы болып келеді және I_1 мен I_2 контурлық токтардың айырымына тең, өйткені Z_3 тармағында бұл токтар қарама-қарсы бағытталған. Егер Z_3 тармағындағы ізделулі токтың оң бағыты I_1 контурлық тогының бағытымен сәйкес келсе, онда тармақтағы ток $I_1 - I_2$ тең болады. Кері жағдайда $I_2 - I_1$ тең болады.

Контурлар үшін жазылатын теңдеулер саны Кирхгофтың екінші заңы бойынша анықталады және тәуелсіз контурлардың санына тең болады, яғни тармақтар саны b , ал түйіндер саны y тең электрлік схемадағы $b - y + 1$ теңдеулер жүйесін есептеумен анықталады. Сонымен 4.1-суретінің схемасында $y = 2$, $b = 2$, сондықтан теңдеулердің саны (тәуелсіз контурлардың саны) $3 - 2 + 1 = 2$ тең.

Контурға кіретін комплекстік кедергілердің қосындысын контурдың өзіндік кедергісі, ал екі немесе бірнеше контурларға кіретін комплекстік кедергіні осы контурдың жалпы кедергісі немесе олардың өзара кедергісі деп атайық.

Контурлық токтардың оң бағыттары ерікті алынады. Контурдың айналу бағыты контурлық токтың таңдалған оң бағытымен сәйкес

алады. Сондықтан, Кирхгофтың екінші заңы бойынша теңдеулер құрастырған кезде контурдың өзіндік кедергісіндегі берілген контурлық токтан кернеудің кемуі плюс таңбасымен алынады. Жалпы кедергідегі көршілес контурдың тогынан кернеудің кемуі минус таңбасымен алынады, егер осы кедергідегі контурлық токтар қарама-қарсы бағытталса, мысалы 4.1-суретіндегі схемада контурлық токтардың бағыттары сағат тілі бойынша алынған.

Екі тәуелсіз контуры бар берілген электрлік сұлба үшін (4.1-сурет) Кирхгофтың екінші заңы бойынша екі теңдеу жазылуы мүмкін

$$\begin{cases} \underline{E} = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3)\underline{I}_1 - \underline{Z}_3\underline{I}_2; \\ -\underline{E}_2 = -\underline{Z}_3\underline{I}_1 + (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3)\underline{I}_2, \end{cases} \quad (4.1)$$

мұндағы $\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3$ - 1 және 2 контурлардың өзіндік кедергілері; \underline{Z}_3 - 1 және 2 контурлардың жалпы кедергісі.

Алдында айтып кеткендей $\underline{Z}_{(ii)}$ өзіндік кедергісі плюс таңбасымен кіреді, өйткені контурдың айналу бағыты \underline{I}_i контурлық тогының оң бағытымен сәйкес қабылданады. $\underline{Z}_{(ik)}$ жалпы кедергілері минус таңбасымен кіреді, егер олардағы \underline{I}_i және \underline{I}_k токтары қарама-қарсы бағытталса.

4.2 Түйіндік кернеулер әдісі

Түйіндік кернеулер әдісі бойынша Кирхгофтың бірінші заңы негізінде базистік түйінге қатысты электрлік тізбектердің түйіндеріндегі потенциалдар анықталады. Осы потенциалдық айырымы түйіндік кернеулердеп аталады, және де олардың бағыты тілімен, қарастырылатын түйіннен базистік түйінге қарай бағытталған.

Егер базистік түйіннің потенциалын нөлге тең деп қабылдасақ, онда басқа түйіндер мен базистік түйін арасындағы кернеу осы түйіндердің потенциалдарына тең болады.

4.2-суретінде 1,2,3 түйіндері бар және екі ток көзі бар электрлік сұлба бейнеленген. Базистік ретінде 3 түйінін қабылдайық және 1 мен 2 нүктелердегі кернеулерді \underline{U}_1 және \underline{U}_2 арқылы бейнелейік.

Сондықтан, тармақтардағы комплекстік өткізгіштіктер

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1};$$

$$\underline{Y}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2};$$

$$\underline{Y}_3 = \frac{1}{\underline{Z}_3}.$$

Берілген үш түйіні бар электрлік тізбек үшін Кирхгофтың бірінші заңы бойынша екі теңдеу жазылуы мүмкін:

1 түйіні үшін

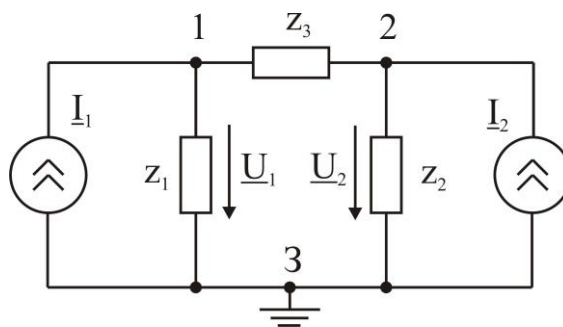
$$\underline{I}_1 = \underline{Y}_1 \underline{U}_1 + \underline{Y}_3 (\underline{U}_1 - \underline{U}_2) = (\underline{Y}_1 + \underline{Y}_3) \underline{U}_1 - \underline{Y}_3 \underline{U}_2;$$

2 түйіні үшін

$$\underline{I}_2 = \underline{Y}_2 \underline{U}_2 + \underline{Y}_3 (\underline{U}_2 - \underline{U}_1) = -\underline{Y}_3 \underline{U}_1 + (\underline{Y}_2 + \underline{Y}_3) \underline{U}_2.$$

$\underline{Y}_1 + \underline{Y}_3$ шамасы 1 түйінінде қосылатын тармақтардың комплекстік өткізгіштіктерінің қосындысына тең және 1 түйінінің өзіндік өткізгіштігі деп аталады; \underline{Y}_3 шамасы 1 және 2 түйіндер арасындағы тармақтың комплекстік өткізгіштігіне тең және ол

теңдеуге минус таңбасымен кіреді де 1 және 2 түйіндері арасындағы жалпы өткізгіштік (өзара өткізгіштік) деп аталады.

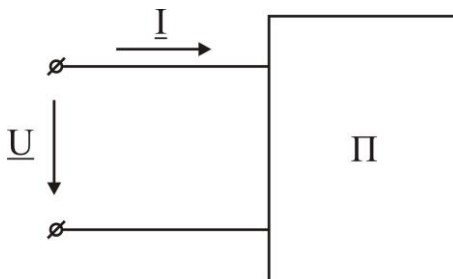


4.2-сурет – Түйіндік кернеулер әдісінің иллюстрациясы

Егер ток көзінің токтары мен тармақтардағы комплекстік өткізгіштіктер берілген болса, онда түйіндік кернеулер теңдеулерін бірлесіп есептеу арқылы анықталады.

5 Тізбек элементтері бірізді және параллель қосылған кездегі резонанс

Пассивті екіұштық (5.1-сурет) бір немесе бірнеше индуктивтіліктен және бір немесе бірнеше сиымдылықтан тұрсын.



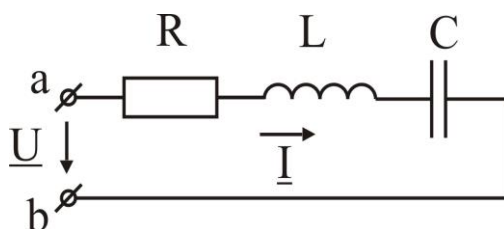
5.1-сурет

Резонанстық деп кіріс кедергісі таза активті $Z = \frac{U}{I} = Ze^{j\varphi}$ болатын екіұштық режимін айтады.

Осы кезде $\varphi=0$ болады және тізбек кірісіндегі ток пен кернеу фаза бойынша сәйкес келеді. Екіұштықпен тораптан тұтынылатын реактивті қуат нөлге тең болады.

5.1 Кернеулер резонансы

R , L ,C элементтері тізбекті қосылған (5.2-сурет) тізбектегі резонансты кернеулер резонансы деп атайды.



5.2-сурет

Анықтама бойынша \underline{I} тогы фаза бойынша \underline{U} кернеуі мен сәйкес келеді. Бұл, ab қыспақтары жағынан өлшенген тізбектің кіріс кедергісі таза активті

$$\underline{Z} = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$

болса ғана мүмкін. Басқаша айтқанда \underline{Z} -тің жорамал бөлігі нөлге тең болуы керек, яғни индуктивтіліктік пен сымдылықтың кедергілер өзара тең болуы керек

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \quad (5.1)$$

мұндағы ω_0 – резонанстық бұрыштың жиілігі.
Басқаша жазуда

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (5.2)$$

Осы кезде ток тек қана резистормен шектеледі

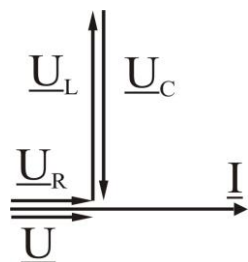
$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{R}. \quad (5.3)$$

Онда индуктивтіліктегі кернеудің кемуі (5.1) шарты бойынша сымдылықтағы кернеудің кемуіне тең болады

$$U_L = U_C = \omega_0 L I = \omega_0 L \frac{U}{R} = QU,$$

мұндағы $Q = \frac{\omega_0 L}{R}$ - резонанстық контурдың сапалылығы.

Q бойынша резонанстық режимде индуктивтілігі кернеу тізбек кірісіндегі кернеуден үлкен болады. Расында да векторлық диаграммадан (5.3 сурет) көретін болсақ резонанс кезінде $U_L \gg IR$. Сондықтан, элементтері бірізді жалғанған тізбектегі резонанс кернеулер резонансы деп аталады.



5.3-сурет

Q сапалылығы 300 және одан да жоғары мәндерге жетуі мүмкін. Резонанстық режимге жету үшін L немесе C және де ω жиілікті өзгерту керек.

R, L, C элементтері бірізді жалғанған тізбектің комплекстік кедергісінің модулі

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = R \sqrt{1 + \frac{\omega_0^2 L^2}{R^2} \left(\frac{\omega L}{\omega_0 L} - \frac{1}{\omega_0 L \omega C}\right)^2} = R \sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}.$$

Онда R, L, C тізбегіндегі токтың әсерлік мәні келесіге тең

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \quad (5.4)$$

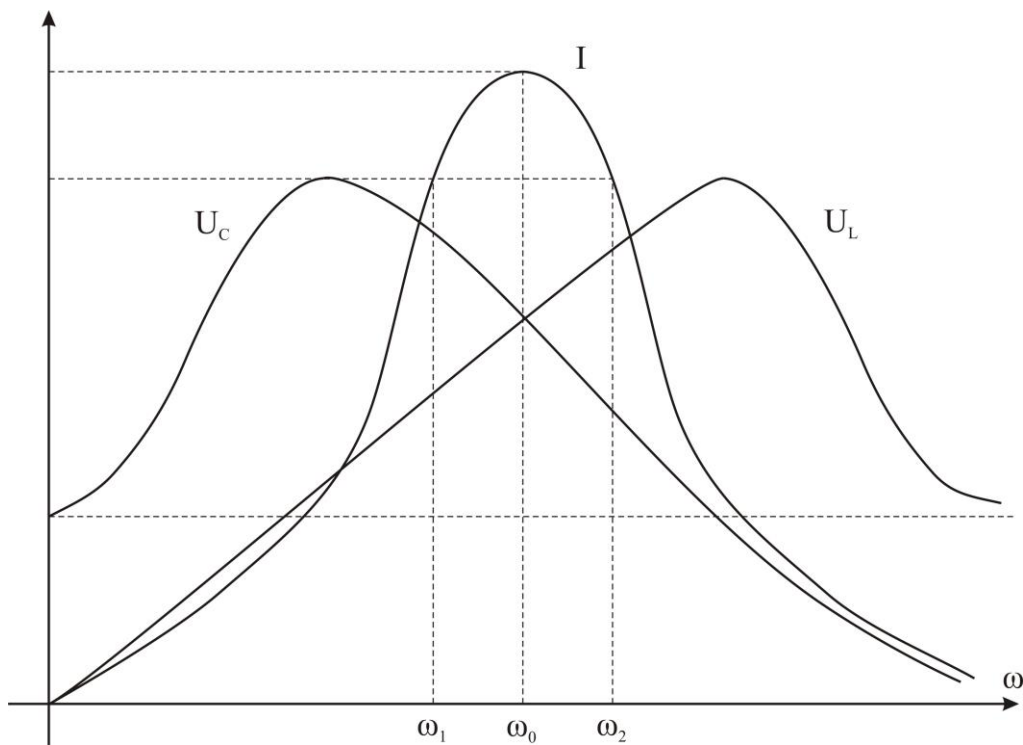
Талдау көрсетуі бойынша, егер $\omega \rightarrow 0$, онда $I \rightarrow 0$. Физикалық түрде бұлай түсіндіріледі, егер тұрақты тоқтағы сыйымдылық тізбек қиылысуын білдіреді.

Егер $\omega \rightarrow \infty$, сонымен қатар $I \rightarrow 0$, ωL индуктивті кедергінің шексіздікке дейін ұлғаюымен түсіндіріледі.

Аса жоғарғы ток $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$ және $I = \frac{U}{R}$ болғанда,

$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ орын алады.

Тізбектің басқа да өзгермейтін параметрлері жағдайында R неғұрлым төмен болса, $I = f(\omega)$ қисық түрі соғұрлым өткір болады. Резонансты контурдың $\omega_2 = \omega_1$ өткізу жолы 5.4 сурет арқылы анықталады.



5.4-сурет

Индуктивтіліктегі кернеуді келесіде көрсетуге болады

$$U_L = \omega L \cdot I = U \frac{\frac{\omega L}{R} \cdot \frac{\omega_0}{\omega_0}}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} = U \cdot \frac{Q \frac{\omega}{\omega_0}}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} \quad (5.5)$$

(5.5) сәйкес, $\omega \rightarrow 0$ болғанда $U_L = U$, өйткені тұрақты токқа индуктивтілік кедергі жасамайды.

$\omega \rightarrow \infty$ болғанда $U_L = U$, себебі барлық кіруші кернеу индуктивтілікке қосылады.

Әрі қарай келесіні көрсетуге болады, U_L максимумы $\omega_L > \omega_0$ жиілігінде орын алады.

Сыйымдылықтағы кернеудің әрекет етуші мәні (5.4) көрсетілген.

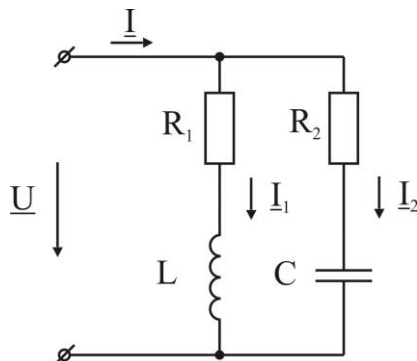
$$U_c = \frac{1}{\omega C} + I = U \frac{\frac{1}{\omega CR}}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} \quad (5.6)$$

$\omega \rightarrow 0$ болғанда, $U_c \rightarrow U$ болады

$\omega \rightarrow \infty$ болғанда, $U_c \rightarrow 0$ болады

5.2 Токтар резонансы

Екі параллель тармақтары бар тізбектегі резонанс токтар резонансы деп аталады



5.5-сурет

Сұлбадағы (5.4 сурет) бірінші тармақтың комплекстік кедергісі $(R_1 + j\omega L)$, ал сымдылығы бар екінші тармақтың комплекстік кедергісі $(R_2 - \frac{j}{\omega C})$ болсын.

Осы тармақтардың комплекстік өткізгіштіктері

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{R_1 + j\omega L} = \frac{R_1 + j\omega L}{R_1^2 + (\omega L)^2} = \frac{R_1}{R_1^2 + (\omega L)^2} - j \frac{\omega L}{R_1^2 + (\omega L)^2} = q_1 - j b_1,$$

$$\underline{Y}_2 = \frac{1}{R_2 - \frac{j}{\omega C}} = \frac{R_2 + \frac{j}{\omega C}}{R_2^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = \frac{R_2}{R_2^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} + j \frac{\frac{1}{\omega C}}{R_2^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = q_2 + j b_2 \quad (5.7)$$

Тармақтардағы токтардың комплекстік әсерлік мәндері былай анықталады

$$\underline{I}_1 = \underline{U} \underline{Y}_1 = \underline{U} (q_1 - j b_1),$$

$$\underline{I}_2 = \underline{U} \underline{Y}_2 = \underline{U} (q_2 + j b_2). \quad (5.8)$$

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \underline{U} [(q_1 + q_2) - j (b_1 - b_2)].$$

Резонанстық режимінің анықтамасы бойынша екіұштықтың кіріс I тогы таза активті болуы тиіс, яғни оның комплексі фаза бойынша U кернеудің комплексімен сәйкес келуі керек.

(5.6) сәйкес, осының шарты келесідей $b_1 - b_2 = 0$.

Немесе (5.5) ескеріп сұлбадағы токтар резонансының шарты келесідей

$$\frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} = \frac{1}{R^2 + (\omega L)^2} \omega C \quad (5.9)$$

Жеңілдік үшін $R_2 = 0$ деп қабылдайық, онда резонанс шарттары үшін

$$\frac{\omega L}{R_1^2 + (\omega L)^2} = \omega C. \quad (5.10)$$

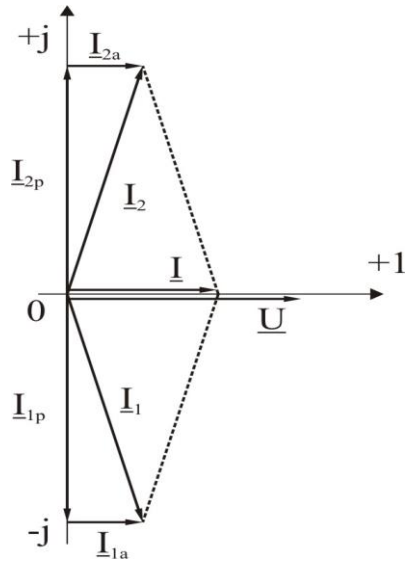
Тәжірибеде орауыштың активті кедергісі индуктивтіліктің кедергісінен көп есе аз болады ($R_1 \ll X_L$). Онда, R_1 -ді ескермей, идеалды параллель тізбек үшін резонанс шартының өрнегін аламыз

$$\omega_0^2 LC \cong 1 \text{ немесе } \omega_0 \cong \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (5.11)$$

(5.11) кейіпмедегі ω_0 шығындары жоқ контурдың резонанстық жиілігі ($R_1 = R_2 = 0$).

Токтар резонансына жету үшін L , C және ω өзгерту керек.

Тармақталмаған тізбек бөлігіндегі ток резонанс кезінде параллель тармақтардағы токтардан аз болады, ал $R_1 \approx 0$ $R_2 = 0$ кезінде I тогы I_1 және I_2 токтарымен салыстырғанда шексіз аз болады (5.5 сурет). Осыдан токтар резонансы атауы шығады.



5.6-сурет

Резонанс тоғының жалпы шартынан табуға болады

$$\omega = \omega_0 \sqrt{\frac{4C - R_1^2}{4C - R_2^2}}. \quad (5.12)$$

Егер түбір астында оң болса, онда (5.11) мәні болады.

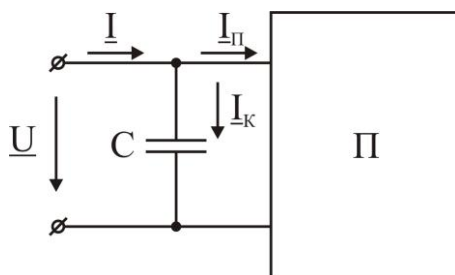
$R_1 = R_2$ болғанда, $\omega = \omega_0$ аламыз.

$L/C = R_1^2 = R_2^2$ болған кезде, $\omega = \omega_0 \sqrt{\frac{0}{0}}$ аламыз, яғни резонанс әр жиілікте орын алады.

5.3 Фазалар ығысу компенсациясы

Айнымалы токтың өндірістік тұтынушылары (асинхронды қозғауғыштар және трансформаторлар) активті-индуктивті токты тұтынады. Осы токтың реактивті құрастырушысын және де желі мен генераторларда энергияның жоғалуына тәуелді болатын толық тұтынылатын тоғын азайту үшін, баламалы тұтынушыларға статикалық конденсаторлардың электр көзін қосады (сурет 5.7).

Осыдан U және I арасындағы фазалардың ұғысуы азаяды. Оны фазалар ұғысу компенсациясы немесе реактивті қуат компенсациясы деп атайды. $\cos\varphi = 0,92...0,95$ - тізбек қуатының коэффициентіне ұмтылуын қамтамасыз етеді.



5.7-сурет

Статикалық конденсаторларды қолдана отырып, керексіз резонанс құбылыстардың мүмкін болатын есептеу керек.

6 Индуктивті байланысқан тізбектер

6.1 Негізгі анықтамалар мен түсініктемелер

ЭҚК тудырылатын кез келген ораммен байланысқан магнит өрісінің өзгеруі кезінде, электрмагниттік индукцияның заңына сәйкес, ағын өзгеруі пайда болғанынан магнит ағының өзгеру жылдамдығымен анықталады. Орамдардың көп санынан тұратын орауышта ЭҚК тудырылады, ол ағынілесуінің өзгеру жылдамдығына тәуелді болады, яғни берілген орауыштың жеке орамдарымен ілескен қосынды магнит ағындарның өзгеру жылдамдығына. Егер, орауыштың барлық орамдары бойынша бірдей магнит ағыны өтсе, онда ағынілесу магнит өрісінің орам санына көбейтіндісі сияқты анықталады.

Осыған дейін синусоидалы токтың тізбектерін қарастырған кезде, өзіндік индукция құбылысы ескерілетін, яғни тізбектің тоғымен шартталатын өзіндік индукцияның ағынілесуі өзгерген кезде, электрлік тізбекте ЭҚК тудырылады. Өзіндік индукцияның ағынілесуінің токқа қатынасы скаляр шамамен сипатталады – L индуктивтілігімен.

Енді бізге өзара индукция құбылысын қарастыру керек, яғни басқа электрлік тізбектің тоғымен шартталатын өзара индукцияның ағынілесуі өзгерген кезде, электрлік тізбекте ЭҚК тудырылатын тізбектерді индуктивті байланысқан тізбектер деп аталады.

Бір электрлік тізбектегі өзара индукцияның ағынілесуі басқа тізбектің тоғымен қатынасы өзара индуктивтілікпен M сипатталады.

Егер, бірінші тізбектің $\omega_1 \Phi_{M2}$ ағынілесуі екінші тізбектің i_2 тоғымен шартталса, онда тізбектің өзара индуктивтілігі келесідей анықталады

$$M_{12} = \frac{\omega_1 \Phi_{M2}}{i_2}. \quad (6.1)$$

Сәйкесінше, егер екінші тізбектің $\omega_2 \Phi_{M1}$ ағынілесуі бірінші тізбектің i_1 тоғымен шартталса, онда

$$M_{21} = \frac{\omega_2 \Phi_{M1}}{i_1}. \quad (6.2)$$

Сызықты электрлік тізбектер үшін әрдайым, келесі теңдік орындалады

$$M_{12} = M_{21},$$

Айтылғандардың негізінде, индуктивті байланысқан тізбектер үшін өзаралық қасиеттері тұжырымдалады; егер, бірінші тізбекте өтетін ток екінші тізбекте өзара индукцияның ағынілесуін $\omega_2 \Phi_{M1}$ шартталса, онда екінші тізбек арқылы өтетін сондай ток бірінші тізбекте, шамасы сондай $\omega_1 \Phi_{M2}$ өзара индукцияның ағынілесуін шарттайды.

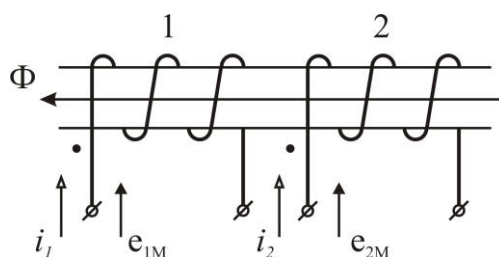
6.2 Индуктивті байланысқан орауыштардың полярлығы

Токтың және онымен құрылатын магнит ағының оң бағыттары оң жүрісті бұранда ережесімен келісіп анықталады. Екі индуктивті байланысқан орауыштардағы i_1 және i_2 токтарының оң бағыттарын келісілген деп санайық, егер олармен жасалған өзіндік индукция мен өзара индукция магнит ағындарының оң бағыттары сәйкес келсе.

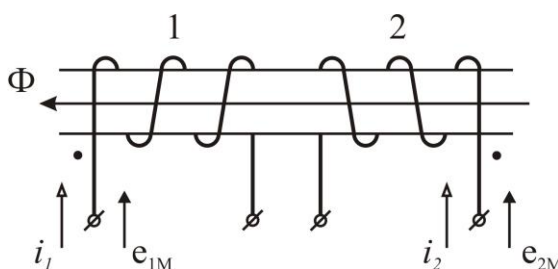
6.1 а және б суреттерде, жалпы магнит өзекшеге орнатылған индуктивті байланысқан орауыштар көрсетілген; мұнда орамдарды орау бағыты бойынша i_1 және i_2 токтары үшін оң бағыттары таңдалған, бұл бағыттар кезінде әр орауыштағы өзара индукция мен өзіндік индукцияның магниттік ағындары сәйкес келеді. Сондықтан, 6.1 а және б суретінде токтардың келісілген бағыттары көрсетілген.

Екі индуктивті байланысқан орауыштардағы i_1 және i_2 токтарының келісіліп бағытталуы кезінде, осы орауыштардың шықпаларында қатысты i_1 және i_2 токтары бірдей бағытталған және аттас келсе бірполярлық деп аталады.

6.1 а суретінде, екі орауыштың орамдары бір бағытта оралған, аттас шықпалар болып нүктемен белгіленген шықпалар болады.



а) Индуктивті байланысқан орауыштардағы токтардың келісілген бағыттары



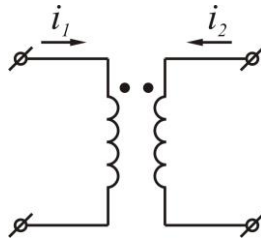
б) Орамдары қарама- қарсы бағытта оралған, индуктивті байланысқан орауыштардың токтардың келісілген бағыттары.

6.1-сурет – Жалпы магнит өзекшеге орнатылған индуктивті байланысқан орауыштар

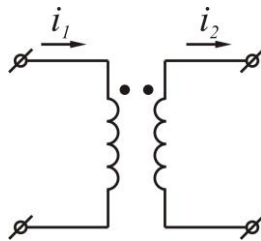
Егер, i_1 және i_2 токтарының бірдей бағыттары кезінде, индуктивті байланысқан орауыштардың аттас шықталарына қатысты әр орауыштың индукциясы мен өзара индукциялар қосылады.

Аттас шықпалар туралы түсінікті енгізгендіктен, электрлік сұлбаларды сызған кезде индуктивті байланысқан катушкалардың орамдарының оралуын көрсетуге болады, ол схемада олардың аттас шықпаларын орналастырған жеткілікті. 6.2-суретінде, аттас шықпалары i_1 және i_2 токтарының таңдалған оң бағыттары көрсетілген, екі индуктивті байланысқан орауыштардың сызбалық бейнелеуі көрсетілген. 6.2, а суретінде i_1 және i_2 токтары келісіп бағытталған, ал 6.2, б суретінде қарама- қарсы.

Өзіндік индукция ЭҚК оң бағыты токтың оң бағытымен сәйкес таңдалады; сондықтан магниттік ағын мен өзіндік индукция мен байланысты. Дәл солай, өзара индукция ЭҚК e_{1M} оң бағыты i_2 тогымен 1 орауышта тудырылатын i_2 тогының оң бағытымен сәйкес келетіндей қабылданады.



а) Аттас шықпалары мен таңдалған қалыптары белгіленген индуктивті байланысқан орауыштардың сызбалық бейнелеуі



б) i_1 және i_2 токтары қарама-қарсы бағытталған, аттас шықпалары мен таңдалған қалыптары белгіленген индуктивті байланысқан орауыштардың сызбалық бейнелеуі

6.2-сурет – Аттас шықпалары i_1 және i_2 токтарының таңдалған оң бағыттары

Сәйкесінше, i_1 тоғымен 2 орауышта тудырылатын e_{2m} өзара индукция ЭҚК оң бағыты i_2 тоғының оң бағытымен сәйкес келеді. Осындай шарттар мен i_1 және i_2 токтарының келісіліп бағытталуы кезінде, өзара индукция ЭҚК кейіптемесінде өзіндік индукцияның ЭҚК таңдалған қалыптары мен қорытынды кейіптемесінде сияқты «минус» таңбасы бар, сонымен қатар, магниттік ағынмен тудырылатын индукция ЭҚК оң бағыттары оң жүрісті бұранда ережесімен байланысты

$$\left. \begin{aligned} e_{1M} &= -\frac{\omega_1 d\Phi_{M2}}{dt} = -M \frac{di_2}{dt}; \\ e_{1M} &= -\frac{\omega_2 d\Phi_{M1}}{dt} = -M \frac{di_1}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (6.3)$$

1 орауыш арқылы i_1 тоғы өтетін жағдайды қарастырайық және де $\frac{di_1}{dt} > 0$. (6.3) негізінде 2 орауышта өзара индукция ЭҚК пайда болады

$$e_{2M} = -M \frac{di_1}{dt} < 0.$$

Осы жағдайда, i_1 тоғы кіретін 2 орауыштың шықпасындағы потенциал 2 орауыштың екінші шықпасындағы потенциалдан жоғары болып қалады.

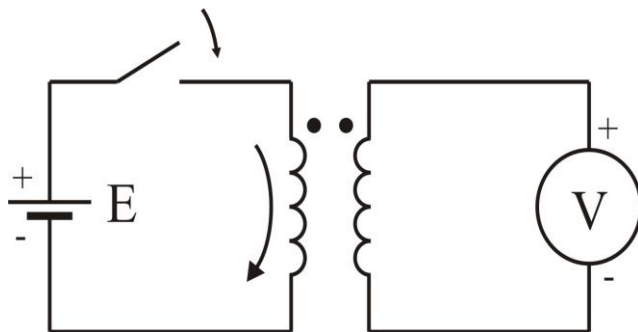
Осыған келесі қорытынды жасауға болады егер, екі индуктивті байланысқан орауыштардың аттас шықпаларының біреуіне жоғарлатылған токты жіберсе, онда екінші орауыштың аттас шықпасында потенциал жоғарлайды.

Берілген қасиет бойынша индуктивті байланысқан орауыштардың аттас шықпаларын тәжірибелі табуға болады.

Олардың біреуі тұрақты кернеудің көрек көзінің тізбегіне қосылады. Ол басқасына тұрақты токтың вольтметрі қосылады (6.3-сурет).

Егер, көрек көзінің тізбегін тұйықталған кезде, өлшеу құралының бағдары көрсетімдердің оң жағына ауытқыса, онда индуктивті байланысқан орауыштардың электр энергия көзінің оң полюсіне және өлшеу құралының оң шықпасына қосылған шықпалар аттас болып келеді.

Енді i_1 және i_2 токтарының қарама-қарсы бағытталған жағдайын қарастырайық, ол 6.2, б суретінде сызбалық бейнеленген, мұнда i_1 және i_2 токтары аттас шықпалар бойынша әртүрлі бағытталған.



6.3-сурет – Аттас шықпаларды тәжірибелі анықтау

Токтардың қарама-қарсы бағытталуы кезінде, өзіндік индукция мен өзара индукция магнит ағындарының оң бағыттары өзара индукция ЭҚК қарама-қарсы болады және кейіптемесінде қосу таңбасы болады

$$\left. \begin{aligned} e_{1M} &= \frac{\omega_1 d\Phi_{M2}}{dt} = -M \frac{di_2}{dt}; \\ e_{1M} &= \frac{\omega_2 d\Phi_{M1}}{dt} = -M \frac{di_1}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (6.4)$$

Екі индуктивті байланысқан орауыштардың тізбектегі қосылуын қарастырайық (6.4, а және б суреті).

Токтар келісіліп бағытталған кезде (6.4, а суреті), өзара индукцияның ЭҚК

$$e_{1M} = -M \frac{di_2}{dt}$$

және

$$e_{2M} = -M \frac{di_1}{dt}$$

Токтармен бағыты бойынша сәйкес келетін, контурды сондай бағыт бойынша айналған кезде, өзара индукция ЭҚК-ті кернеумен ауыстырылуы мүмкін

$$u_{1M} = -e_{1M}$$

$$u_{2M} = -e_{2M}$$

$i_1 = i_2 = i_3$ екінің ескеріп екі орауыштағы қосынды кернеу келесіге тең

$$\begin{aligned} u_c &= r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} + r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} = \\ &= (r_1 + r_2) i + (L_1 + L_2 + 2M) \frac{di}{dt} \end{aligned} \quad (6.5)$$

Алынған өрнек токтардың келісіліп бағытталуы кезінде екі тізбекті қосылған индуктивті байланысқан орауыштар, $r_1 + r_2$ активті

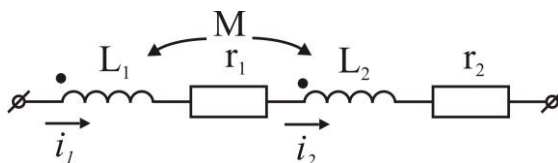
кедергілеріне және $L_1 + L_2 + 2M$ индуктивтіліктеріне ие болатын баламалы орауыш көрсетеді

Сондықтан, тізбектеп қосылған орауыштардағы токтардың келісіліп бағытталуы кезінде өзара индукцияның болуы тізбек индуктивтілігін жоғарлатады.

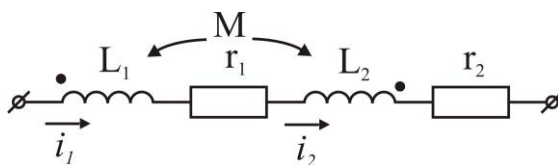
Токтардың қарама-қарсы бағытталуы кезінде (6.4, б сурет) контурды токтың бағыты бойынша айналған кезде өзара индукциядан кернеудің кемуі минус таңбасымен болады

$$\begin{aligned}
 u_e &= r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} + r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} = \\
 &= (r_1 + r_2) i + (L_1 + L_2 - 2M) \frac{di}{dt}.
 \end{aligned}
 \tag{6.6}$$

Берілген өрнек токтардың қарама-қарсы бағытталуы кезінде екі тізбектеп қосылған индуктивті байланысқан орауыштар, $r_1 + r_2$ активті кедергілеріне және $L_1 + L_2 - 2M$ индуктивтілігіне ие болатын баламалы орауыш көрсетеді.



а) тізбектеп қосылған индуктивті байланысқан орауыштардағы токтардың келісіліп бағытталуы



б) тізбектеп қосылған индуктивті байланысқан орауыштардағы токтардың қарама-қарсы бағытталуы

6.4 –сурет – Екі индуктивті байланысқан орауыштардың тізбектегі қосылуы

Сондықтан, тізбектеп қосылған орауыштардағы токтардың қарама-қарсы бағытталуы кезінде өзара индукцияның болуы тізбек индуктивтілігін төмендетеді.

Айтылғандардың негізінде келесі қорытынды жасауға болады: токтр келісіліп бағытталған кезде өзара индукциядан кернеудің кемуі қосу таңбасына ие, ал қарама-қарсы кезінде минус таңбасына ие болады.

6.3 Өзара индукциясы бар тізбекті комплекстік түрде есептеу

Токты комплекстік түрде келтіріп токтар келісіліп бағытталған жағдай үшін өзара индукция ЭҚК өрнегін комплекстік түрде аламыз

$$-M \frac{d}{dt} I_m e^{j\omega t} = -j\omega M I_m e^{j\omega t},$$

осыдан өзара индукцияның комплекстік әсерлік ЭҚК

$$\underline{E}_M = -j\omega M \underline{I}$$

және сәйкесінше өзара индукциядан кернеудің кемуі

$$\underline{U}_M = j\omega M \underline{I}$$

мұнда $j\omega M$ - өзара индукцияның комплекстік кедергісі; радиотехникада оны байланыс кедергісі деп атайды.

(6.6) және (6.7) сәйкес келетін комплекстік кернеулер келесідей жазылады

$$\begin{aligned}\underline{U}_c &= [r_1 + r_2 + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)]\underline{I}; \\ \underline{U}_\beta &= [r_1 + r_2 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)]\underline{I};\end{aligned}$$

Осыдан, өзара индуктивтілікті M табудың келесі тәсілі шығады: егер токтар келісіліп бағытталған, элементтері бірізді қосылған тізбектің индуктивті кедергісін X_c арқылы белгілеп, ал осы кедергіні қарама-қарсы бағытталуы кезінде X_β арқылы белгілеп, яғни

$$\begin{aligned}x_{кел} &= \omega(L_1 + L_2 + 2M); \\ x_{к-к} &= \omega(L_1 + L_2 - 2M);\end{aligned}\tag{6.8}$$

онда екінші теңдікті біріншіден азайтып келесіні аламыз

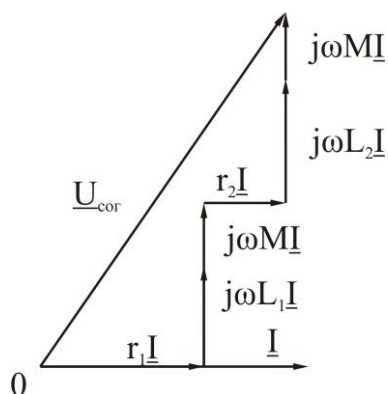
$$M = \frac{x_c - x_\beta}{4\omega}$$

6.5-суретінде, екі тізбектеп қосылған индуктивті байланысқан орауыштардың, токтары келісіліп және қарама-қарсы бағытталған жағдайлары үшін векторлық диаграммалары бейнеленген. Векторлық диаграмма оларды салған кезде $L_1 > M$ және $L_2 > M$ деп қабылданды. Осы кезде, токтар келісіліп және қарама-қарсы бағытталса да ток қосынды кернеуден \underline{U} фаза бойынша қалып тұрады. Егер $L_1 < M$ деп алсақ, онда осы жағдайда да ток қалып тұрады

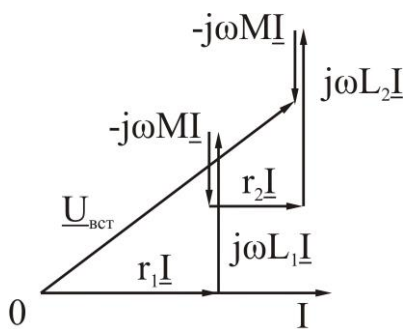
$$L_1 + L_2 - 2M > 0$$

$L_1 < M$ және $L_2 < M$ шарттары әрдайым бола алмайды. Өзара индуктивтілігі бар тармақталған электрлік тізбектердің есептеу реті 6.6-суретінің сұлбасының үлгісінде төменде көрсетілген. Сұлбаға кіретін L_1 , L_2 және L_3 элементтері индуктивті байланысқан деп қабылданады. Берілген болып \underline{E}_1 және \underline{E}_2 ЭҚК болады және тізбектің барлық параметрлері \underline{I}_1 , \underline{I}_2 және \underline{I}_3 токтары ізделулі.

Егер әр контурда тек қана бір индуктивті байланысқан элемент болса, онда контурлық токтар үшін теңдеулер жазу қиындық туғыздырмайтын. Берілген жағдай үшін тармақтардағы токтар үшін теңдеулердің тікелей Кирхгофтың 1-ші және 2-ші заңдары бойынша жазған ыңғайлы. Контурдың айналуын \underline{I}_1 және \underline{I}_2 токтардың бағыттары бойынша жасаса, кернеудің теңдеулерін құрастырған кезде өзара индукцияның кедергісіндегі кернеудің кемуін ескеріп Кирхгофтың екінші заңы бойынша құрастырады.

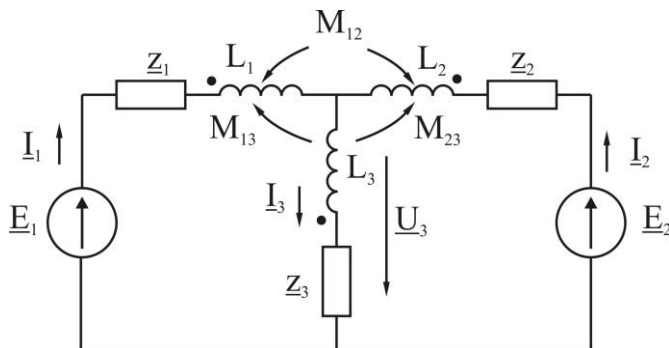


а) токтары келісіліп бағытталған кездегі векторлық диаграмма



б) токтары қарама-қарсы бағытталған кездегі векторлық диаграмма

6.5-сурет – Екі тізбектеп қосылған индуктивті байланысқан орауыштардың, токтары келісіліп және қарама-қарсы бағытталған жағдайлары үшін векторлық диаграммалары



6.6-сурет – Өзара индукциясы бар тармақталған электрлік тізбек

Токтары келісіліп бағытталған кезде, өзара индукцияның кедергісіндегі кернеудің кемуі оң таңбасымен кіреді ($\underline{U}_M = j\omega MI$). ал карама-қарсы кезінде теріс таңбасымен ($\underline{U}_M = -j\omega MI$)

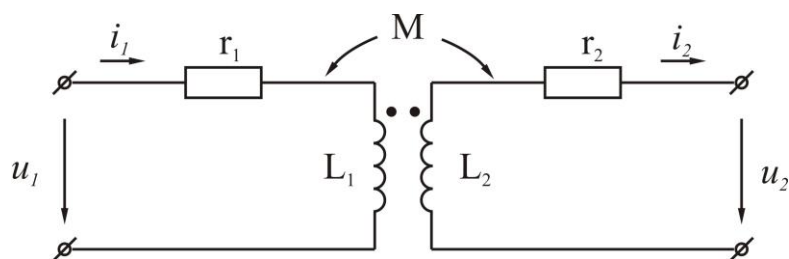
$$\begin{aligned}\underline{E}_1 &= (Z_1 + j\omega L_1)\underline{I}_1 + j\omega M_{12}\underline{I}_2 - j\omega M_{13}\underline{I}_3 + \underline{U}_3; \\ \underline{E}_2 &= (Z_2 + j\omega L_2)\underline{I}_2 + j\omega M_{12}\underline{I}_1 - j\omega M_{23}\underline{I}_3 + \underline{U}_3; \\ \underline{U}_1 &= (Z_3 + j\omega L_3)\underline{I}_3 + j\omega M_{13}\underline{I}_1 - j\omega M_{23}\underline{I}_2; \\ \underline{I}_1 + \underline{I}_2 &= \underline{I}_3;\end{aligned}$$

мұндағы \underline{U}_3 - сұлбаның түйіндері арасындағы кернеу. Теңдеулердің есебі токтарды береді.

Сондықтан, өзара индуктивтілігі бар кездегі тармақталған электрлік тізбектің есебі өзара индукцияның кедергісіндегі кернеудің кемуін ескеріп жоғарыда жазылған әдіспен біреуімен келтірілуі мүмкін.

6.4 Магнитөзекшесі жоқ трансформатордың (ауалы трансформатор) алмастыру сұлбасы мен теңдеулері

Трансформатор – бұл энергияны бір тізбектен электромагниттік индукция арқылы басқа тізбекке беретін аппарат. Ол көптеген мақсаттар үшін қолданылады, бірақ айнымалы кернеу мен токтарды түрлендіру үшін жиі қолданады. Осыдан «трансформатор», яғни түрлендіру деген ат шығады. Трансформатор жалпы магнитөзекшеге орнатылған екі немесе бірнеше индуктивті байланысқан орамалардан тұрады.



6.7-сурет – Магнитөзекшесі жоқ трансформатор

Осы параграфта, магнитөзекшесі жоқ екіорамды трансформатор қарастырылады. Бұл трансформатор, электравтоматикасы, өлшеу техникасы мен байланыс құралдарындағы сызықты электр тізбектерінің маңызды бөлшегі болуы мүмкін трансформатордың қорек көзіне қосылатын орамасы бірінші реттік деп аталады, ал жүктеме қосылатын орама екінші реттік. Сәйкесінше, осы орамалардың шықпаларындағы кернеу мен токтар бірінші реттік және екінші реттік деп аталады. Трансформатор орамаларының шықпаларындағы номерлығы берілген кезде, 6.7 суретіндегі сұлбада токтар қарама-қарсы бағытталған.

Токтары қарама-қарсы бағытталған кездегі дифференциалдық түрдегі трансформатор теңдеуі келесідей

$$u_1 = r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt};$$
$$-u_2 = r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

Егер токтар мен кернеулер синусоидалы болса, онда комплекстік түрдегі трансформатор теңдеуі келесідей жазылады

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_1 &= (r_1 + j\omega L_1)\underline{I}_1 - j\omega M \underline{I}_2 \\ -\underline{U}_2 &= (r_2 + j\omega L_2)\underline{I}_2 - j\omega M \underline{I}_1 \end{aligned} \right\} \quad (6.8)$$

Бұл теңдеулер келесі теңдеулерге тепе-тең

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= [r_1 + j\omega(L_1 - M) + j\omega M]\underline{I}_1 - j\omega M \underline{I}_2; \\ -\underline{U}_2 &= [r_2 + j\omega(L_2 - M) + j\omega M]\underline{I}_2 - j\omega M \underline{I}_1; \end{aligned}$$

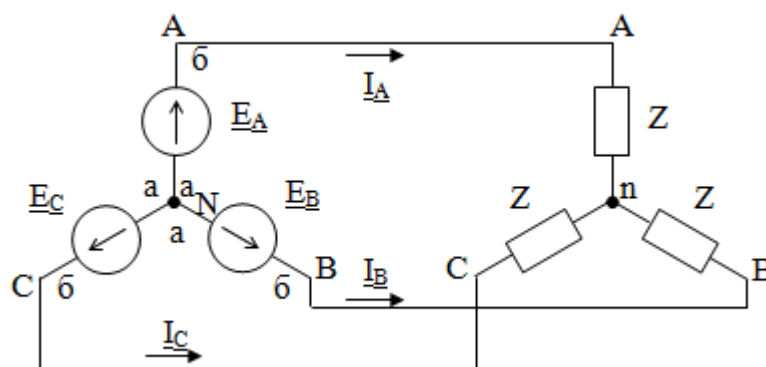
Соңғы теңдеулер, 6.8-суретіне сәйкес келетін контурлық теңдеулер. Сондықтан, бұл сұлба магнитөзекшесі жоқ трансформатордың алмастыру сұлбасы ретінде қарастырылуы мүмкін. Алмастыру сұлбада 6.8 суретінен ерекшелігі трансформатордың бірінші және екінші реттік тізбектері индуктивті емес, ал гальваникалық байланысқан. Егер $L_1=L_2$, онда $L_1-M>0$ және $L_2-M>0$, өйткені байланыс коэффициенті

$$K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} < 1.$$

7 Үшфазалық тоқ тізбектері

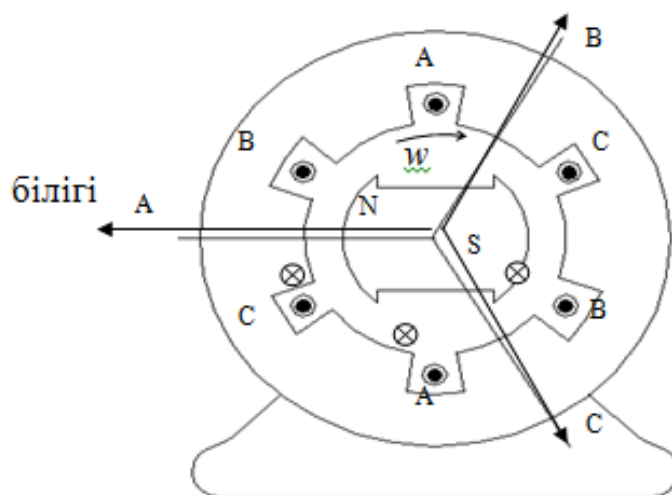
7.1 Үшфазалық электр тізбектері

Үшфазалық электр тізбегі үш бірфазалық тізбектің жинақталуы түрінде келуі мүмкін. Онда бір-біріне қатысты бірден үштен екі мерзімге немесе $2\pi/3$ бұрышына жылжытылған бір жиілікті ЭҚК болады. Үшфазалық тізбектің бұл үш құрамды бөліктері фазалар деп аталады және төменде олардың А,В,С әріптік мәндері жазылған.



7.1-сурет – Байланысқан үшфазалық тізбек

Байланысқан үшфазалық тізбектің техника-экономикалық артықшылықтарының арқасында олар кең қолданысқа ие болды.



7.2-сурет – Үшфазалық синхронды генератордың орындалу принципі

Байланысқан үшфазалық тізбек алу үшін жеке-жеке бірфазалық генераторлардың қажеті жоқ, оның орнына сұлбалы түрде 7.2-суретте келтірілген үшфазалық генератор қолданылады.

ЭҚК индукциялайтын орамалар статордың ойықтарына орналастырылады. Фазалардың орамалары бір-бірінен $120^\circ/p$ бұрыш қашықтығында орналасқан. Мұндағы p – полюстердің жұп сандары. 7.2-суретінде келтірілген екіполюсті генератор жағдайында $p = 1$ және бұрыш 120° - қа тең болады.

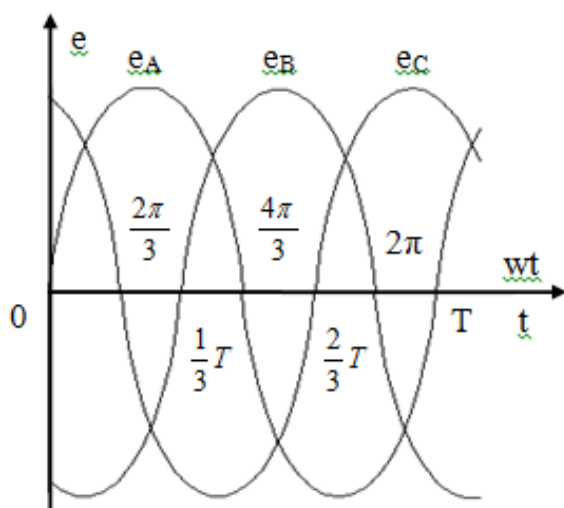
7.3, а суретте көрсетілген үшфазалық генератордың лездік ЭҚК-сі аналитикалық түрде келесідей бейнеленеді

$$e_A = E_m \sin \omega t;$$

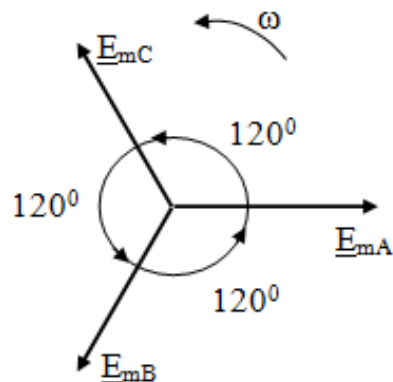
$$e_B = E_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right);$$

$$e_C = E_m \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right).$$

Орамдағы ЭҚК-нің оң бағыты 7.2-суретінде нүктемен және крешпен бейнеленген; мұндағы нүкте – тілдің ұшын, ал крештер – ЭҚК-нің оң бағытына сәйкес келетін тілдің шетін білдіреді (уақыттың еркін сәтінде ЭҚК-нің оң бағытын ЭҚК-нің нақтылы бағытымен араластырмаған жөн).



а) лездік ЭҚК



б) векторлік диаграммасы

7.3-сурет – Үшфазалық генератор

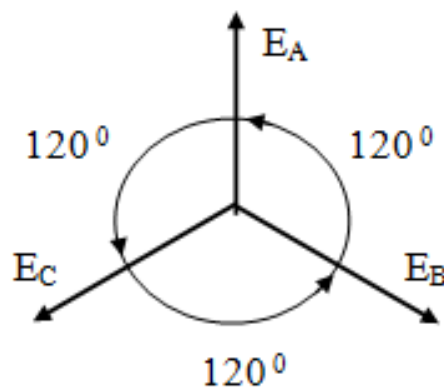
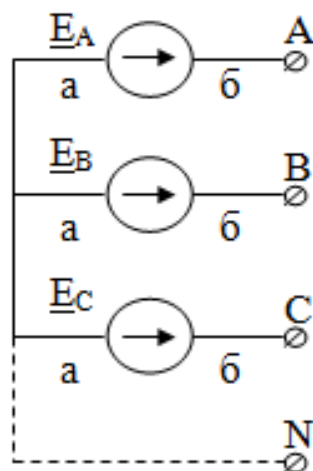
Генератордың үш формасының сәйкестік күшіне байланысты роторды айналдыру кезінде оған амплитудасы мен жиілігі бірдей ЭҚК енгізіледі. Мұндағы ЭҚК фаза бойынша бір-біріне қатысты мерзімдік үштен біріне жылжытылған. 7.3, б суретіне сәйкес осы ЭҚК бейнелейтін векторлар модуль бойынша тең және 120° бұрышында орналасқан.

ЭҚК-нің лездік мәндері 7.3, б суретте көрсетілген ω бұрыштық жылдамдықпен (7.2-суретінде ротордың орналасу жағдайы $t=0$ сәйкес келеді) оң бағытта айналатын симметриялы жұлдыз түзетін \underline{E}_{mA} , \underline{E}_{mB} және \underline{E}_{mC} үш вектордың сәйкес проекцияларына тең.

1889 жылы айнымалы тоқтың байланысқан үшфазалық тізбегін жасап шығару, электр техника тарихында маңызды оқиға ретінде орын алды. Бұндай тізбекті ең алғаш жасаған атақты орыс инженері, ғалым Михаил Осипович Доливо-Добровольский (1862-1919). Ол үшфазалық тоқтың электр энергиясының генерациялануы, тасмалдануы, үйлестірілуінің және қайта түрлеуінің негізгі буындарын топтастырған. Нақтырақ айтсақ: үшфазалық генератор, трансформатор және асинхронды қозғалтқышты алғаш жасаған. М.О. Доливо-Добровольскийдің айнымалы тоқтың қарапайым және ең арзан қозғалтқышы болып табылатын асинхронды қозғалтқышты ойлап табуы үшфазалық тоқтың техникалық және экономикалық артықшылықтары электр техникасы әлемінде заманға сай жетекші рөлге ие. Үшфазалық айнымалы тоқтың авиацияда да рөлі артты.

7.2 Жұлдыз және үшбұрыш қосылыс

Әрбір фазалық ораманың екі шекті нүктесі немесе екі шегі болады. Олар шартты түрде ораманың басы мен аяғы деп аталады. Генератор орамасының қай жағынан оң ЭҚК бағытталса, сол жағы оның басы болып есептеледі. 7.1-суретте генератордің фазалық орамасының біратаулы шықпалары **б** (басы) **а** (аяғы) әріптерімен белгіленген. 7.1 сұлба суретінде келтірілген үшфазалық генератордің орама қосылысы – жұлдыз деп талады: генератордің фазалық орамаларының барлық ұштары бір ортақ нүктеде байланысқан. Әрі қарай бар істі оң тайландыру үшін біз генератордің фазаларын 120° бұрышта орналастырамыз, ал оларды 7.4,а суретінде бейнеленгендей параллель орналастырамыз. Генератордің фазалық орамаларының ортақ нүктесі – бейтарап нүкте деп аталады. Белгілі бір шартқа байланысты 7.4 суретінде N әрпімен бейнеленген бейтарап нүкте жеке шықпаға шығарылуы мүмкін.

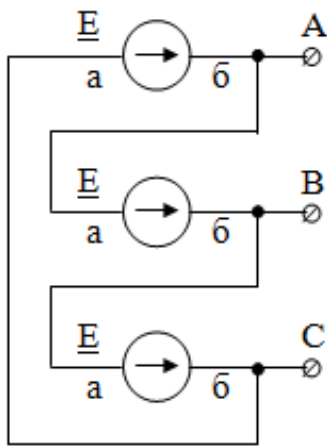


а – сұлба;

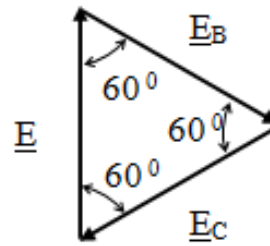
б – ЭҚК-нің векторлық диаграммасы

7.4-сурет – Үшфазалық генератордің жұлдыз қосылысы

7.5, а суретіне сәйкес үшфазалық генератордың орамаларын үшбұрыш етіп қосқанда, бірфазалық ораманың басы келесі реттегі фазалық ораманың аяғымен қосылғанда, барлық үш орамалар тұйық үшбұрыш түзетіндей етіп орналастырылуы тиіс. Сонда мұндағы үшбұрыш контурындағы ЭҚК-нің бағыттары сәйкес келеді және ЭҚК-нің қосындысы нөлге тең болады. Генератордың қосылысқан орамаларының ортақ нүктелері желілік өткізгіш немесе жүктеме қосылатын шықпаларға шығарылады.



а – сұлба;



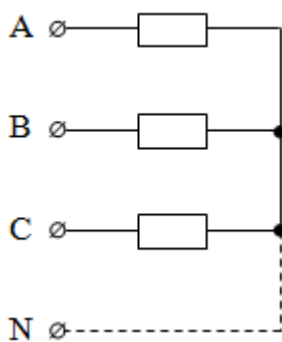
б – ЭҚК-нің векторлық диаграммасы

7.5-сурет – Үшфазалық генератордің үшбұрыш қосылысы

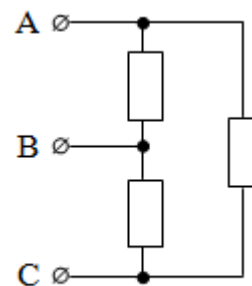
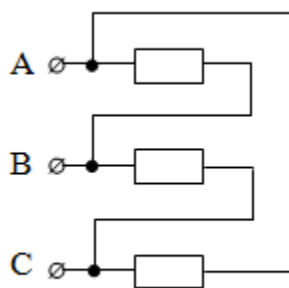
Жүктеме болмағанда яғни үшбұрыш қосылысты генератор орамаларындағы бос жүріс режимі кезінде тоқ айналымы жүрмейді, себебі үшфазалық ЭҚК-нің қосындысы 7.5, б суретінде көрсетілгендей нөлге тең болады.

7.4, а және 7.5, а суреттеріндегі сұлбаларды ықшамдау үшін генератордің ЭҚК-сі ғана көрсетілген; орамалар және олардың кедергілері көрсетілмеген.

Үшфазалық тізбекте жүктеме 7.6, а суретінде келтірілгендей жұлдыз қосылыс немесе 7.6, б және в суреттерінде келтірілгендей үшбұрыш қосылыс түзуі мүмкін.



а) жүктеменің жұлдызша қосылуы;



б), в) жүктеменің үшбұрыштап қосылуы

7.6-сурет – Үшбұрыш қосылыс

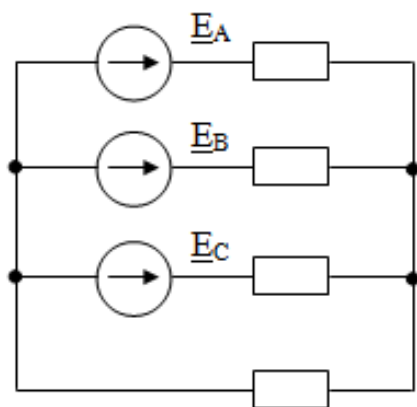
Тәжірибиеде қосылыстың әртүрлі құрастырмалар қолданылады, мысалы:

а) генератор жұлдыз түрінде, ал жүктеме – жұлдыз немесе үшбұрыш түрінде қосылуы мүмкін;

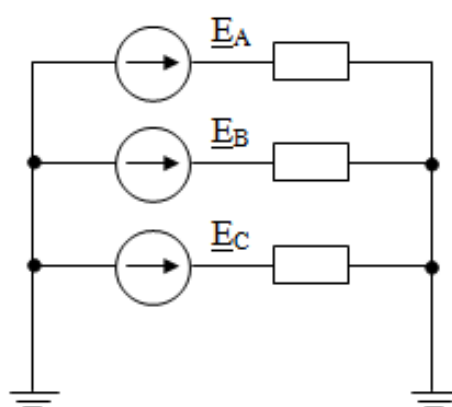
б) генератор үшбұрыш түрінде, ал жүктеме – үшбұрыш немесе жұлдыз түрінде қосылуы мүмкін.

7.7-суретінің сұлбасы бойынша жүктемені жұлдыз түрінде қосу, барлық үш фазалардың біркелкі жүктемесі кезінде ғана қолданылады. Бірақ фазалардың тең дәрежелі жүктемеленуі тәжірибиеде тұрақты орындалмайды (мысалы, жарықтандыру жүктемесі кезінде). Фазалардағы кедергілердің біртекті жүктемесі кезінде яғни жүктеменің жұлдызы сәулелерінің кедергісінде біркелкі болмайды. Сонымен қатар, 7.7- суреті сұлбасына сәйкес жүктеменің бір фазасын қосуға немесе өшіруге болмайды. Бұл жағынан жүктемені үшбұрыш қосудың артықшылығы бар: фазалардың яғни үшбұрыш жақтарының бірдей болмауы мүмкін, тіпті шектен тыс жағдайларда бір-біріне тәуелсіз қосылып, ажыратылулары мүмкін.

Егер 7.7 а және б суреттерінде бейнеленген бейтарап нүктелері бейтарап өткізгіш арқылы немесе жер арқылы қосылған болса, генератор мен жүктемені жұлдызды қосу кезінде де мұндай мүмкіндік болады.



а) бейтарап өткізгіші;



б) жер арқылы қосылған бейтарап нүктелері бар жұлдыз

7.7 Сурет – Жұлдыз қосылыс

Ұшақтар мен кемелердегі бейтарап өткізгіші қызметін генератор мен жүктемелердің бейтарап нүктелері қосылатын арнайы метал тұлға атқарады. Генератордың фазалық орамаларында ыпта салынатын

электр қозғаушы күштер, оның шықпаларындағы кернеу, жүктеме фазасындағы кернеу және ондағы тоқ – сәйкесінше, фазалық ЭҚК кернеу мен тоқ деп аталады да, E_{ϕ} , U_{ϕ} және I_{ϕ} түрінде белгіленеді. Желілік өткізгіштер арасындағы кернеу және ондағы тоқ желілік деп аталады және $U_{\text{л}}$ и $I_{\text{л}}$ түрінде белгіленеді. Фазаларды жұлдызды қосу кезінде, фазалық тоқтар желілік тоқтарға тең болады: $I_{\phi} = I_{\text{л}}$. Фазаларды үшбұрышты қосу кезінде, фазалық кернеу сәйкес желілік кернеуге тең болады: $U_{\phi} = U_{\text{л}}$.

Үшфазалық тізбек жұмысының симметриялы және симметриялы емес режимдері болады. Симметриялы режим кезінде барлық үш фазаның кедергілері бірдей болады және ЭҚК симметриялы жүйе құрады; олай болмағанда, симметриялы емес режим орын алады.

7.3 Үшфазалық тізбектің симметриялы жұмыс режимі

Үшфазалық тізбектің есебі өзге күрделі тізбектердегідей әдетте кешенді түрде жүзеге асады. Генератордың фазалық ЭҚК-лері бір-бірінен 120° қашықтықта орналасқандықтан, математикалық жазудың ықшамдылығы үшін фазалық оператор яғни кешенді мөлшер қолданылады

$$a = e^{j120^\circ} = \cos 120^\circ + j \sin 120^\circ = -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Векторды a операторына көбейту вектордың оң бағытта 120° -қа бұрылуын білдіреді (сағат тілінің жүрісіне қарсы). Сәйкесінше, векторды a^2 көбейткішіне көбейту вектордың оң бағытта 240° -қа бұрылуын немесе ол вектордың бірақ кері бағыттағы 120° -қа бұрылуын білдіреді.

Ендеше,

$$a^2 = e^{j240^\circ} = e^{-j120^\circ} = -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Егер A фазасының ЭҚК-сі \underline{E}_A -ға тең болса, сәйкесінше B және C фазаларының ЭҚК-сі де тең болады

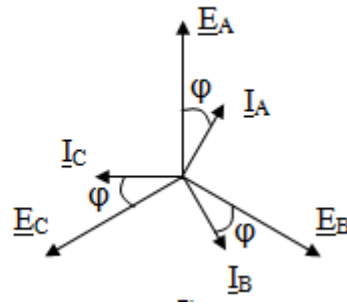
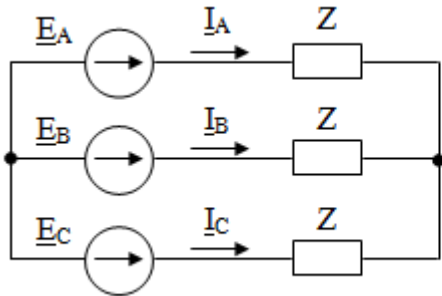
$$\underline{E}_B = a^2 \underline{E}_A; \quad \underline{E}_C = a \underline{E}_A.$$

7.8, а суретінде бейнеленгендей генератор мен жүктеме жұлдыз қосылыс түзгендегі үшфазалық тізбектің симметриялы режимінің қарапайым жұмысы кезінде, ЭҚК-нің және тоқтың векторлік диаграммасы 7.8, б суретінде бейнеленгендей түрге ие болады.

7.8, б суретінде әрбір фазадағы ток сол фазадағы ЭҚК-ден $\varphi = \arctg \frac{x}{r}$ бұрышына кейіндеп отырады, мұндағы r және x – фазалардың активті және реактивті кедергілері.

Бірфазалық тізбекте ток қалай табылса, A фазасында да дәл солай табылады, себебі симметриялы режимде генератор мен жүктеменің бейтарап нүктелері бірдей потенциалды ретінде қабылданып, қосылуы мүмкін

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{E}_A}{Z}.$$



а – үшфазалық тізбек;

б – векторлық диаграмма

7.8-сурет – Үшфазалық тізбектің симметриялы жұмыс режимі

Сәйкесінше, В және С фазаларындағы тоқтар \underline{I}_A тоғы арқылы жүреді

$$\underline{I}_B = a^2 \underline{I}_A; \quad \underline{I}_C = a \underline{I}_A.$$

Симметриялы режим кезінде бейтарап өткізгіштің болуы ешқандай өзгеріс енгізбейді, себебі үш фаза тоқтарының қосындысы нөлге тең болады да, онда тоқ болмайды

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = (1 + a^2 + a) \underline{I}_A = 0.$$

Осылайша, үшфазалық тізбектің симметриялы жұмыс режимі кезінде есеп бірфазалық тізбек есебіне ұқсас етіліп фазалардың біреуінің негізінде шығарылады.

Бұл кезде кері (бейтарап) өткізгіштің кедергісі есепке алынбайды, себебі онда тоқтың да, кернеудің де төмендеуі болмайды. Генератордан алыстау шамасына байланысты жүктеменің бейтарап нүктесіне дейін кернеудің төмендеуімен анықталатын фазалық кернеу модуль және фаза бойынша өзгереді. Желілік кернеу сәйкес фазалық кернеулердің айырымы ретінде анықталады, мысалы $\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B$. Симметриялы режим кезінде үшфазалық желінің кез келген жерінде

желілік және фазалық кернеулердің модульдері арасында келесі арақатынас сақталады

$$U_{\text{Л}} = \sqrt{3} U_{\text{Ф}}$$

Шыныда да, $\underline{U}_{\text{AB}} = \underline{U}_{\text{A}}(1 - a^2) = \sqrt{3}\underline{U}_{\text{A}} \angle 30^\circ$, яғни $\underline{U}_{\text{AB}}$ фаза бойынша \underline{U}_{A} -ны 30° -қа ілгерілейді, сонда U_{AB} модулі U_{A} -дан $\sqrt{3}$ есе көбірек болады.

Үшбұрышты қосылыс кезінде желілік тоқ Кирхгофтің бірінші заңына сәйкес фазалық тоқтардың айырымы ретінде анықталады және симметриялы режим кезінде арақатынас сақталады $I_{\text{Л}} = \sqrt{3} I_{\text{Ф}}$.

Генератор немесе жүктеме фазаларын үшбұрышты қосуды есептеу үшін, фазаларды жұлдыз түрінде эквивалентті қосуды алмастыру қажет; соның нәтижесінде фазалары үшбұрышты қосылған үшфазалық тізбектің есебі жұлдызды қосылыс түзген эквивалентті үшфазалық тізбектің есебіне әкеледі. Жұлдыз сәулелері (Z_{Y}) мен үшбұрыш (Z_{Δ}) жақтары кедергілерінің арасында кедергі үшбұрышының эквивалентті жұлдызға қайта түрлену формуласынан шығатын $Z_{\text{Y}} = \frac{1}{3} Z_{\Delta}$ арақатынасы орын алады. Бұл қатынас симметриялы үшфазалық жүктеменің кедергісі үшін де, симметриялы үшфазалық генератордың кедергісі үшін де әділ. Соның өзінде жұлдыз қосылысты эквивалентті генератордың фазалық ЭҚК-сі үшбұрыш қосылысты берілген генератордың фазалық ЭҚК-сінен $\sqrt{3}$ есе аз етіп алынады (сонымен қоса олар 30° бұрышқа шегерілуі тиіс). Оны генератор кернеудің векторлық потенциалды диаграммасынан оңай қарастыруға болады.

Симметриялы үшфазалық жүктеменің активті қуаты төмендегідей анықталады

$$P = 3U_{\text{Ф}}I_{\text{Ф}} \cos \varphi.$$

Жүктемені жұлдызды қосқанда $U_{\text{Л}} = \sqrt{3} U_{\text{Ф}}$ және $I_{\text{Л}} = I_{\text{Ф}}$, ал жүктемені үшбұрышты қосқанда $U_{\text{Л}} = U_{\text{Ф}}$ және $I_{\text{Л}} = \sqrt{3} I_{\text{Ф}}$ болатындығын еске алғанда, қосудың түрлеріне тәуелсіз үшфазалық тізбектің активті қуаты желілік кернеу арқылы бейнелетіндігі, ал тоқ келесі түрде бейнеленгендігі байқалады

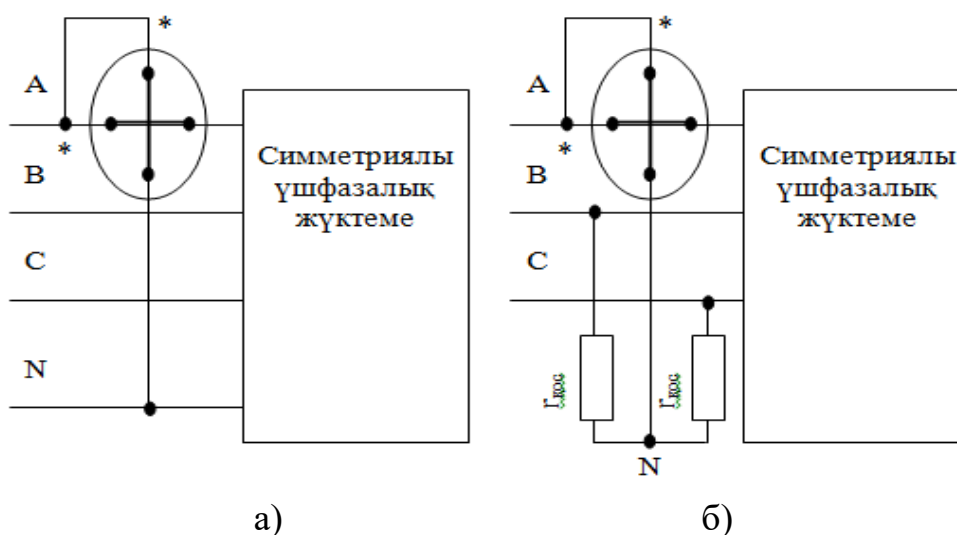
$$P = \sqrt{3}U_{\text{Л}}I_{\text{Л}} \cos \varphi,$$

мұндағы φ – фазалық тоқтың біратаулы фазалық кернеуге қатысты жылжу бұрышы. Осыған ұқсас симметриялы үшфазалық жүктеменің реактивті және толық қуаттар үшін келесідей формула түзіледі

$$Q = \sqrt{3}U_{\text{Л}}I_{\text{Л}} \sin \varphi ;$$

$$S = \sqrt{3}U_{\text{Л}}I_{\text{Л}} .$$

Келтірілген анықтамалар жүктемені жұлдыздыдан үшбұрышты қосылысқа (немесе керісінше) ауыстырғанда, оның активті және реактивті қуаттары өзгермейтіндігін білдірмейді. Жүктемені берілген желілік кернеу кезінде жұлдыздыдан үшбұрышты қосылысқа өзгерткенде, фазалық ток $\sqrt{3}$ есе, желілік ток – 3 есе өседі де, соның есебінен қуат та 3 есеге көбейеді.



7.9-сурет – Активті қуатты симметриялы режим кезінде өлшеу

Симметриялы үшфазалық жүктеменің бейтарап нүктесі шығарылған болса, онда активті қуатты 7.9,а суретіндегі сұлбаға сәйкес қосылатын бір ваттметрмен өлшеуге болады. (ваттметрдің біратаулы немесе кезекті және параллель тізбектерінің генераторлық шықпалары 7.9, а суретінде жұлдызшалармен белгіленген). Ваттметрдің үш есе артылған көрсеткіші үш фазаның қосынды активті қуатына тең.

Егер бейтарап нүкте шығарылмаса немесе жүктеме үшбұрышты қосылса, 7.9,б суретін пайдалануға болады. Мұнда шамалары

бойынша ваттметрдің параллель кедергісіне тең ваттметрдің параллель тізбегі мен екі қоспа активті кедергі $r_{\text{кос}}$ жасанды бейтарап 0^* нүктені түзеді.

Қуаттардың қосындысын алу үшін жоғарыдағыдай ваттметрдің көрсеткіштері үш есеге артылады.

7.10-суретінде симметриялы үшфазалық тізбектегі бір ваттметрдің көмегімен реактивті қуатты өлшеу әдісі көрсетілген: ваттметрдің кезекті тізбегі А фазасына, ал параллелі – В және С фазаларының арасына қосылған, соның өзінде ваттметрдің генераторлық шықпалары А және В фазаларына қосылған.

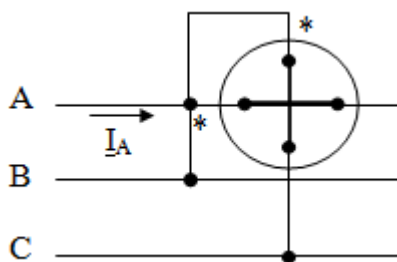
Бұл жағдайда ваттметр көрсеткіші мынаған тең

$$U_{BC} I_A \cos(\varphi - 90^\circ) = U_{BC} I_A \sin \varphi .$$

Реактивті қуаттың қосындысын алу үшін көрсеткіш $\sqrt{3}$ -ке көбейтіледі.

Активті қуатты толық қуатқа бөлу арқылы, біз келесіні аламыз

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} .$$



7.10-сурет – Реактивті қуатты симметриялы режим кезінде өлшеу

7.4 Үшфазалық тізбектің симметриялы емес жұмыс режимі

Үшфазалық тізбектегі симметриялы еместік әртүрлі себептерге байланысты болуы мүмкін:

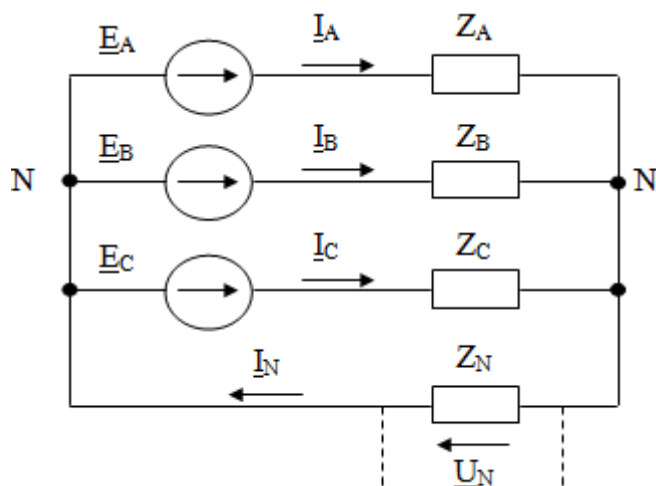
- а) фазалардың біртекті кедергілері (симметриялы емес жүктеме);
- б) симметриялы емес қысқа тұйықталу (мысалы, екі фаза арасында немесе фаза және бейтарап арасында);
- в) фазалардың ажырауы;
- г) ЭҚК-нің теңсіздіктері және т.б.

Симметриялы емес режим кезінде үшфазалық тізбектегі тоқ пен кернеудің есебі бірфазалық тізбектің есебіне ұқсас әдіспен шығарылуы мүмкін.

Мұндай тізбек контурлік тоқ, түйіндік кернеу және басқа да әдістермен есептелуі мүмкін. Сұлбада екі-ақ түйін арасында кернеу болғандықтан, бұл жағдайда N' және N бейтарап нүктелері арасындағы түйіндік кернеуді келесі формула бойынша (кернеудің ығысуы) анықтаған жөн

$$\underline{U}_{N'N} = \underline{U}_N = \frac{Y_A \underline{E}_A + Y_B \underline{E}_B + Y_C \underline{E}_C}{Y_A + Y_B + Y_C + Y_N}, \quad (7.1)$$

мұндағы Y_A, Y_B, Y_C және Y_N – сәйкес тармақтардың өткізгіштері.



7.12-сурет – Жұлдыз қосылысты симметриялы емес үшфазалық тізбек (бейтарап өткізгіші бар)

Бірнеше нұсқаны қарастырайық (фазалар арасындағы өзара индукциясыз).

7.4-суретінде бейнеленген бейтарап өткізгішпен жұлдызды қосылған симметриялы емес үшфазалық тізбек 7.12-суретінде бейнеленген симметриялы емес үшфазалық тізбек үш ЭҚК-сі бар үшконтурлы тізбек ретінде қарастырыла алады.

Одан кейін тоқтарды табамыз

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= Y_A (\underline{E}_A - \underline{U}_N / N); & \underline{I}_N &= \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C \\ \underline{I}_B &= Y_B (\underline{E}_B - \underline{U}_N / N); & \underline{I}_N &= \underline{U}_N / N \cdot Y_N \\ \underline{I}_C &= Y_C (\underline{E}_C - \underline{U}_N / N). \end{aligned}$$

Симметриялы үшфазалық тізбекте $Y_A = Y_B = Y_C$, сондықтан $\underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C = 0$ кезінде \underline{U}_N кернеуі нөлге тең.

Белгілі бір фазаның немесе бейтарап өткізгіштің ажырау жағдайына берілген фазаның өткізгіштігінің немесе бейтарап өткізгіштің нөлге теңдігі сәйкес келеді.

(7.1) анықтамасы негізінде $Y_N = 0$ деп есептегендегі бейтарап өткізгіштің болмаған жағдайында, келесідей өрнек құралады

$$\underline{U}_N = \frac{Y_A \underline{E}_A + Y_B \underline{E}_B + Y_C \underline{E}_C}{Y_A + Y_B + Y_C}.$$

7.4 шықпасында желілік кернеулері берілген жұлдызды қосылған (бейтарап өткізгішсіз) симметриялы емес үшфазалық жүктеме 7.13-суретінде бейнеленген.

Жұлдызды қосылған жүктеменің шықпаларында \underline{U}_{AB} , \underline{U}_{BC} және \underline{U}_{CA} желілік кернеулері берілсе, онда жұлдыздың фазаларындағы тоқ келесі түрде анықталады. Жүктеменің шықпаларындағы фазалық кернеулерді $\underline{U}_A; \underline{U}_B; \underline{U}_C$ арқылы белгілегенде, 7.13 суретіне сәйкес, келесіні анықтаймыз

$$\underline{I}_A = Y_A \underline{U}_A; \underline{I}_B = Y_B \underline{U}_B; \underline{I}_C = Y_C \underline{U}_C,$$

мұндағы Y_A, Y_B, Y_C – жүктеме фазаларының өткізгіштіктері.

Үш фазаның токтары қосындысының нөлге теңдігі келесі формуламен беріледі

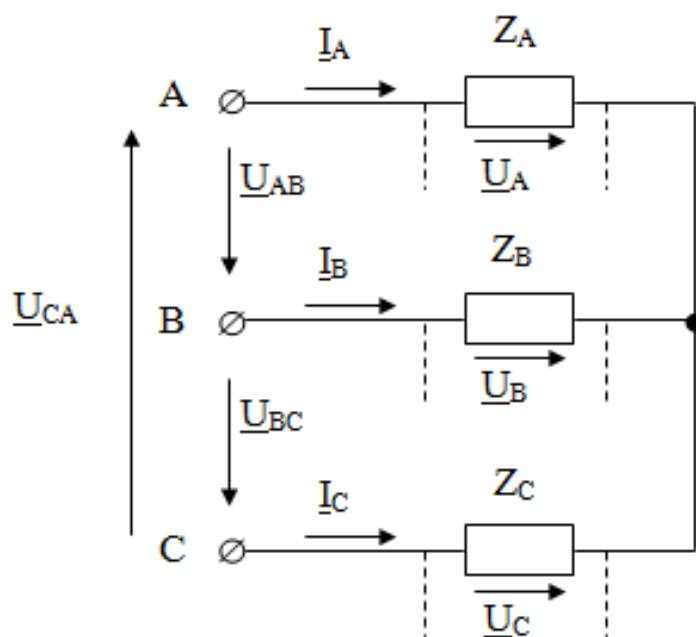
$$Y_A \underline{U}_A + Y_B \underline{U}_B + Y_C \underline{U}_C = 0 \quad (7.2)$$

\underline{U}_B және \underline{U}_C фазалық кернеу \underline{U}_A арқылы бейнеленуі мүмкін және берілген желілік кернеу арқылы

$$\underline{U}_B = \underline{U}_A - \underline{U}_{AB}; \quad \underline{U}_C = \underline{U}_{CA} + \underline{U}_A. \quad (7.3)$$

(7.3) формуласын (7.2) өрнекке қою келесі нәтижеге әкеледі

$$\underline{U}_A = \frac{Y_B \underline{U}_{AB} - Y_C \underline{U}_{CA}}{Y_A + Y_B + Y_C}.$$

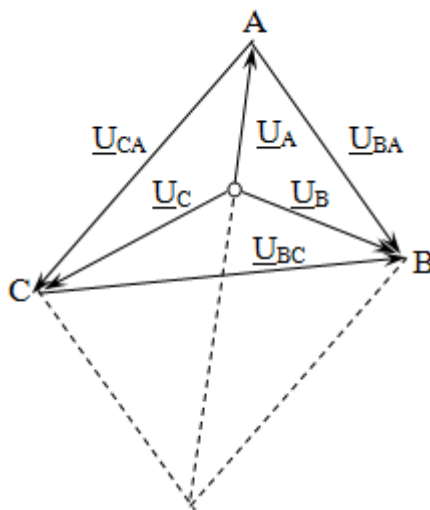


7.13-сурет – Жұлдыз қосылысты (бейтарап өткізгішсіз) симметриялы емес үшфазалық жүктеме

Жүктеменің фазалық кернеуі бойынша фазалық токтар табылады. $Y_A = Y_B = Y_C$ симметриялы жүктеме жағдайында фазалық кернеудің векторы сәйкес желілік кернеуде құрылған параллелограм диагоналінің үштен біріне тең. Бұл жағдайда фазалық кернеуі кернеу үшбұрышының тартым орталығын (медианнің қиылысу нүктесі) үшбұрыштың шыңымен қосатын векторлармен анықталады.

Индекстерді айнала алмастыру арқылы келесіні табамыз (АВСА және т.б., кезектесу ретімен)

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_B &= \frac{Y_C \underline{U}_{BC} - Y_A \underline{U}_{AB}}{Y_A + Y_B + Y_C}; \\ \underline{U}_C &= \frac{Y_A \underline{U}_{CA} - Y_B \underline{U}_{BC}}{Y_A + Y_B + Y_C}. \end{aligned} \right\} \quad (7.4)$$



7.14-сурет – Фазалық кернеуді табу

7.14-суретінде (7.4) кейіптеме бойынша А фазасына құрылым жасалынған

$$\underline{U}_A = \frac{1}{3}(\underline{U}_{AB} - \underline{U}_{CA}) = -\frac{1}{3}(\underline{U}_{BA} + \underline{U}_{CA}).$$

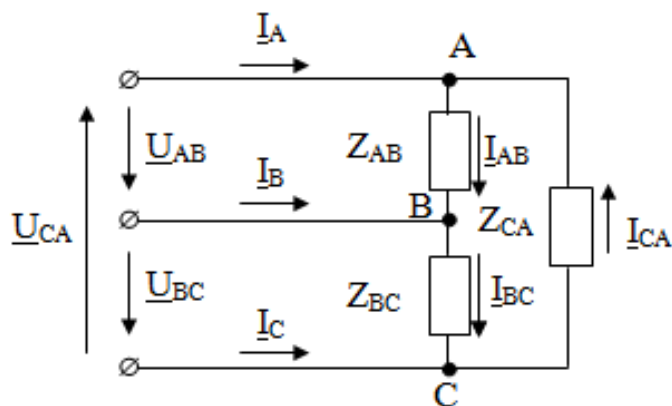
Мысалға жұлдызды қосылысты конденсатор мен екі бірдей электр шамдарынын құрылған фазалардың уақыт бойынша алма кезек ауысуын анықтауға арналған фазакөрсеткіш сұлбасын қарастырайық. Мәселен, конденсатор А фазасына, ал шамдар В және С фазаларына қосылды делік; конденсатордың сыйымдылық кедергісі модуль бойынша шам кедергісіне тең етіп алынады, яғни $Z_A = -jx_c$, $Z_B = Z_C = r$, мұнда $x_c = r$. Шамдардағы кернеу теңсіздігі ол шамдардың қызуы әртүрлі болатындығынан байқалады. Жоғарыда келтірілген (7.4) анықтамаға сәйкес, кернеу арақатынасы желілік кернеудің симметриясы кезінде тең болады

$$\frac{U_B}{U_C} = \frac{|a^2 - a - j(1 - a^2)|}{|j(a - 1) - (a^2 - a)|} = \frac{|3.23 + j0.866|}{|0.23 + j0.866|} \approx 3.73.$$

Сәйкесінше, В фазасына қосылған шам (яғни екінші шам қосылған фазадан ілгері жүретіні), кейіндеп келе жатқан шамға карағанда жарығырақ жанады.

Конденсатордің орнына индуктивті орауышты оның индуктивті кедергісін модулі бойынша шамның кедергісіне шамамен тең болатындай етіп алып, қолдануға болады. Бұл жағдайда кейіндеп келе жатқан фазадағы шам жарығырақ жанады. Бұл арақатынас та тікелей векторлық диаграммадан алынуы мүмкін.

7.4.3 Үшбұрыш қосылысты симметриялы емес үшфазалық жүктеме шықпасында берілген кернеулерімен 7.15-суретінде бейнеленген.



7.15-сурет – Үшбұрыш қосылысты симметриялы емес үшфазалық жүктеме

Егер үшбұрыш қосылысты симметриялы емес үшфазалық жүктеме шықпаларында 7.15 суретінде бейнеленгендей \underline{U}_{AB} , \underline{U}_{BC} және \underline{U}_{CA} желілік кернеулері берілсе, онда жүктеме кедергілеріндегі

тоқ мынаған тең болады $\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{Z_{AB}}$, $\underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{BC}}{Z_{BC}}$, және $\underline{I}_{CA} = \frac{\underline{U}_{CA}}{Z_{CA}}$.

Желідегі тоқ жүктеменің сәйкес тоқтарының айырымы ретінде анықталады., мысалы: $\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_{AB}}{Z_{AB}} - \frac{\underline{U}_{CA}}{Z_{CA}} = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}$ және т.б. Егер үшбұрыш қосылысты симметриялы емес үшфазалық жүктеме шықпасында жұлдыз қосылысты қайнар көздің \underline{U}_A , \underline{U}_B және \underline{U}_C

фазалық кернеулері берілсе, онда жүктеме шықпасындағы желілік кернеу сәйкес фазалық кернеудің айырымдары ретінде анықталады, нәтижесі жаңа ғана 7.15 суретінде қарастырылған есепке сәйкес келеді.

7.5 Симметриялы емес үшфазалық тізбектің қуаты

Қуатты жазудың кешенді түрін пайдалана отырып, үшфазалық тізбек қуатына арнап жалпы анықтама шығаруға болады

$$\underline{S} = \underline{U}_A \cdot \underline{I}_A^* + \underline{U}_B \cdot \underline{I}_B^* + \underline{U}_C \cdot \underline{I}_C^* \quad (7.5)$$

Бұл мәннің нақтылы бөлігі активті қуатты сипаттайды

$$P = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C.$$

Симметриялы емес үшфазалық тізбек пайдаланатын қосынды активті қуат, өзіне сәйкес берілген тізбекке бейтарап және онымен біратаулы тоққа қатысты ыпта салынған фазалық кернеуге қосылған үш ваттметрдің көмегімен өлшенуі мүмкін. Активті қуат үш ваттметр көрсеткіштерінің қосындысына тең. Өлшеудің бұндай әдісі 7.16 суретіне сәйкес бейтарап өткізгіш немесе жасанды бейтарап нүкте болған жағдайда ғана қолданылады.

Бейтарап өткізгіш болмаған жағдайда, өлшем екі ваттметрдің көмегімен жүзеге асады. Бұндайда (7.5) өрнегі \underline{I}_C тоқты келесі шарт бойынша шеттетіп, былайша қайта түрленеді

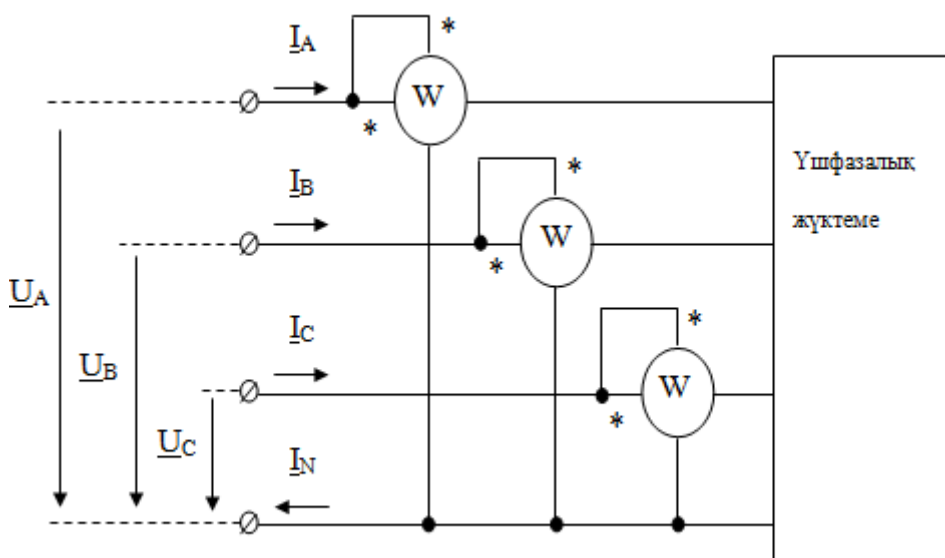
$$\underline{I}_C = -\underline{I}_A - \underline{I}_B,$$

одан шығатыны

$$\underline{S} = (\underline{U}_A - \underline{U}_C) \underline{I}_A^* + (\underline{U}_B - \underline{U}_C) \underline{I}_B^*,$$

немесе

$$\underline{S} = \underline{U}_{AC} \underline{I}_A^* + \underline{U}_{BC} \underline{I}_B^* \quad (7.6)$$



7.16-сурет – Бейтарап өткізгіш бар кезде қуатты өлшеу

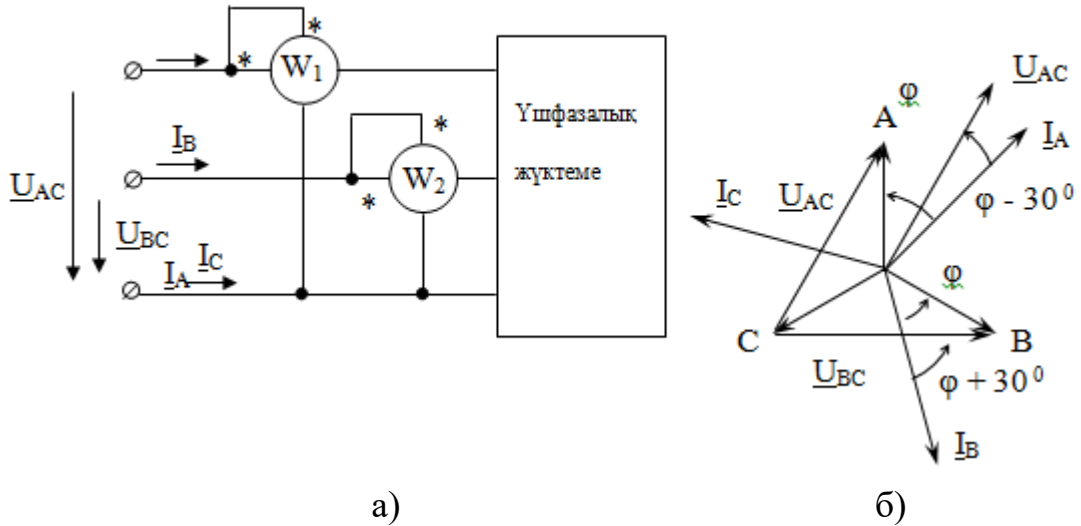
(7.6) кейіптемеге сәйкес активті қуатты екі ваттметрмен өлшеген кезде, оның біреуіне 7.17,а суретінде бейнеленгендей \underline{U}_{AC} кернеуі мен I_A тоғы сәйкесті, ал екіншісіне \underline{U}_{BC} кернеуі мен I_B тоғы сәйкесті. Ваттметрдің көрсеткіштері алгебралық түрде құрастырылады. (7.6) өрнегінде А,В,С айнала алмастыру арқылы екі ваттметрді қосудың өзге тең дәрежелі нұсқаларына арналған мәнді алуға болады.

Егер ваттметрдің бірінің тілі шкала бойынша кері жаққа иілсе, онда берілген ваттметрге ыпта салынған кернеу немесе тоқтың бағытын өзгерту арқылы алынған көрсеткіштің теріс белгісімен жазылынып алынатынын есте сақтаған жөн. Үшфазалық тізбектің симметриялы жұмыс режимі кезінде бұндай жағдай тек $|\varphi| > 60^\circ$ болғанда орын алады. Оны 7.17, б суретіндегі векторлік диаграммадан анық байқауға болады.

Симметриялы жұмыс режимі кезінде 7.17,б суретіндегі сұлбадағы ваттметрдің көрсеткіші келесідей болады

$$P_1 = U_{AC} I_A \cos(\varphi - 30^\circ) = UI \cos(\varphi - 30^\circ);$$

$$P_2 = U_{BC} I_B \cos(\varphi + 30^\circ) = UI \cos(\varphi + 30^\circ).$$



7.17-сурет – Қуатты екі ваттметрлермен өлшеу (бейтарап өткізгіш болмаған жағдайда)

Ваттметр көрсеткіштерінің қосындысы мен айырымдары келесіге тең

$$P_1 + P_2 = UI2 \cos \varphi \cos 30^\circ = \sqrt{3}UI \cos \varphi;$$

$$P_1 - P_2 = UI2 \sin \varphi \sin 30^\circ = UI \sin \varphi.$$

Кезегінше, үшфазалық тізбектің симметриялы жұмыс режимі кезіндегі фазалардың ығысу бұрышының тангенсі мына кейіптеме бойынша анықталуы мүмкін

$$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{3} \frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2}.$$

7.6 Симметриялы құраушылар әдісі

7.4 параграфінде қарастырылған үшфазалық тізбектің симметриялы емес режимін есептеу әдісі сондай режимдердің жеке жағдайларына қатысты болады, ондағы фазалар арасында өзара байланысты индукция болмады немесе ол бейтарап өткізгіш болмаған кезде фазаға эквивалентті кедергіде есепке алынып отырды, онда сонымен қатар симметриялы емес роторі бар айналмалы машина болады, жерде фазалық орама мен өткізгішке индуктивті әсері бар ток болмады.

Жалпы жағдайда үшфазалық элетр тізбегінің симметриялы емес режимін есептеу үшін кез-келген электр немесе магнит шамасын (ток, кернеу, магнит өрісі) үшфазалық симметриялы емес жүйенің үш симметриясы жүйесінің қосындысы түрінде көрсетуге негізделген симметриялық құрауыштың әдісі пайдаланылады. Бұл өз жиынтығында симметриялы емес жүйені түзетін шаманың симметриялы жүйесі тура, кері және нөлдік тізбектілікті симметриялы құрауыштың атауына ие болды. Мұндағы тізбектілікті деген сөзіміз фазалық шама максимумдарының уақыт бойынша кезектесу ретін білдіреді.

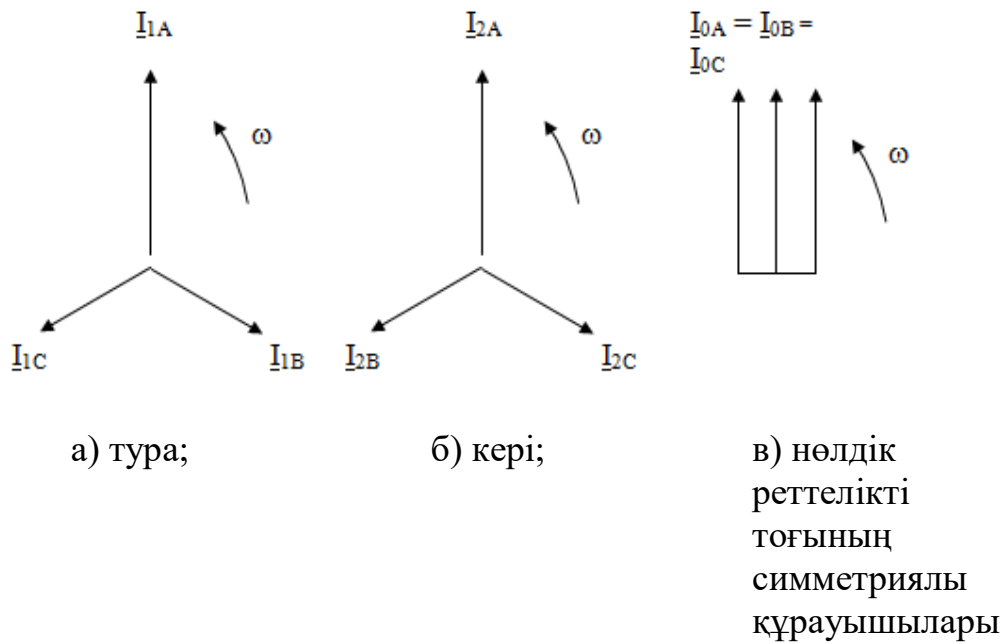
7.18-суретінде мысал ретінде барлық үш тізбектіліктегі тоқтың симметриялы құрауыштары келтірілген. Суреттен көретініміздей симметриялы құрауыш 1,2,0 сандарымен белгіленеді. Тура кезекті жүйе А,В,С фазаларының тізбектесу ретімен I_{1A}, I_{1B}, I_{1C} симметриялы үшсәулелі жұлдыз түзеді. Кері ретті жүйе А,В,С фазаларының тізбектесу ретімен I_{2A}, I_{2B}, I_{2C} үшсәулелі жұлдыз түзеді. Нөлдік тізбектілік жүйе I_{0A}, I_{0B}, I_{0C} үш өзара тең векторлерден құралады.

7.21 суретінде бейнеленген векторлермен кешенді амплитуда да, үш тізбектіліктің тоқтарының кешенді әрекет етуші мәндері де бейнелене алады. Симметриялы құрауыштың лездік (синусоидалық) мәндері ω бұрыштық жылдамдықпен оң бағытта айналатын кешендік амплитудалардың жорамал осіне проекция түрінде ойластырылады. Векторлердің барлық үш жүйелерінің айналу бағыты бірдей екеніне назар аударған жөн.

Тура, кері және нөлдік реттелікті векторлердің өзара орналасуы мен модульдері үшфазалық тізбектің симметриясыздығы мен электрлік өлшемдерінің сипаттамасына байланысты.

7.18-суретінің негізінде

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_{1B} &= a^2 \underline{I}_{1A}; \quad \underline{I}_{1C} = a \underline{I}_{1A}; \\ \underline{I}_{2B} &= a \underline{I}_{2A}; \quad \underline{I}_{2C} = a^2 \underline{I}_{2A}. \end{aligned} \right\} \quad (7.7)$$



7.18-сурет

А,В,С фазаларындағы тоқ сәйкес симметриялы құрауыштардың қосындысымен анықталады

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_A &= \underline{I}_{1A} + \underline{I}_{2A} + \underline{I}_{0A}; \\ \underline{I}_B &= \underline{I}_{1B} + \underline{I}_{2B} + \underline{I}_{0B}; \\ \underline{I}_C &= \underline{I}_{1C} + \underline{I}_{2C} + \underline{I}_{0C}. \end{aligned} \right\} \quad (7.8)$$

Әрі қарай жазбаны қысқарту үшін А фазасының симметриялы құрауышындағы А индексі түсіріледі, яғни

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{1A}; \quad \underline{I}_2 = \underline{I}_{2A}; \quad \underline{I}_0 = \underline{I}_{0A}. \quad (7.9)$$

(7.9) және (7.11) формулаларын есепке алғанда, (7.10) мәні келесі түрде болады

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_A &= \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_0; \\ \underline{I}_B &= a^2 \underline{I}_1 + a \underline{I}_2 + \underline{I}_0; \\ \underline{I}_C &= a \underline{I}_1 + a^2 \underline{I}_2 + \underline{I}_0. \end{aligned} \right\} \quad (7.10)$$

Бұл формулалар өздерінің симметриялы құрауыштары негізінде фазалық тоқты табу үшін қызмет етеді.

Егер фазалық тоқ белгілі болса, онда симметриялы құрауыштар (7.12) теңдеулер жүйесінің шешімі болып табылады. Екінші жолды a -ға, үшінші жолды a^2 -ге көбейтіп, (7.12) теңдеуін қосу арқылы $(1 + a + a^2 = 0$ екенін есепке ала отырып) алатынымыз

$$\underline{I}_1 = (\underline{I}_A + a \underline{I}_B + a^2 \underline{I}_C) / 3. \quad (7.11)$$

Соңында, (7.12) теңдеуін қосу арқылы алатынымыз

$$\underline{I}_0 = (\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C) / 3. \quad (7.12)$$

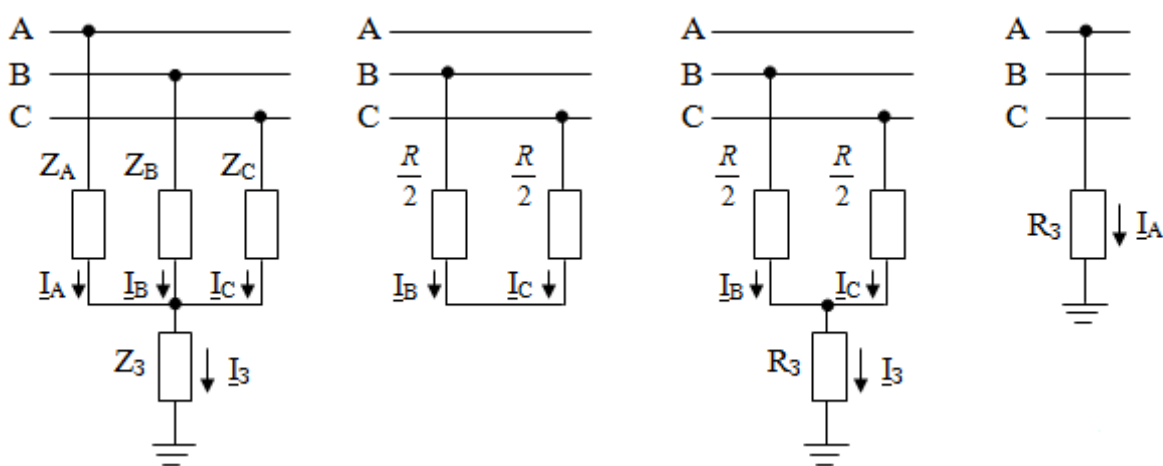
Дәл осылай екінші жолды a^2 -ге, ал үшіншіні a -ға көбейтіп, (7.11) теңдеуін қосу арқылы табатынымыз (7.12) теңдеулерді қосып, табамыз

$$\underline{I}_2 = (\underline{I}_A + a^2 \underline{I}_B + a \underline{I}_C) / 3. \quad (7.13)$$

(7.12) - (7.13) өрнектері жалпыға ортақ болып табылады, олар кернеу, магнит ағыны және т.б. шамаларда қолданылады.

7.7 Көлденең симметриялы еместік

7.22,а суреттегі мысалда көрсетілгендей, фазаларға тең емес кедергілер қосылғанда, үшфазалық тізбектің бір нүктесінде көлденең симметриялы еместік түзіледі. Ондай қосу симметриялы емес тұйықталу немесе симметриялы емес жүктеме кезінде орын алуы мүмкін. Жұлдызға қосылған кез-келген екі кедергі, сонымен қатар Z_3 кедергісі нөлге немесе шексіздікке тең болуы мүмкін. Осылайша 7.22 б,в және г суреттерінде бейнеленген симметриялы еместік немесе қысқа тұйықталудың әр түрлері 7.19,а суретінде бейнеленген жалпы жағдай ішіндегі жеке жағдай ретінде болуы мүмкін.



- а – жалпы жағдай; б – екіфазалық тұйықталу;
- в – жерге екіфазалық тұйықталу (немесе корпусқа);
- г – бірфазалық тұйықталу

7.19-сурет – Көлденең симметриялы еместік жағдайлары

Қысқа тұйықталу болған жағдайда, сол тұйықталу орнында кедергі электр доғасы мен жерге қондырудан құралады. Тәжірибелі зерттеу көрсеткендей, бұл кедергі активті болып табылады. Сондықтан, жоғарыда келтірілгендей кей жағдайларда кедергі активті етіп қабылданады. Нақталасак:

а) В және С фазаларының арасындағы екіфазалық тұйықталу кезінде (7.19, б сурет)

$$Z_B = Z_C = R/2; Z_A = Z_3 = \infty;$$

в) жерге екіфазалық тұйықталу кезінде (немесе ұшақ корпусы) (7.19, в сурет)

$$Z_B = Z_C = R/2; Z_3 = R_3; Z_A = \infty;$$

с) жерге (корпусқа) бірфазалық тұйықталу кезінде (7.19, а сурет)

$$Z_A = 0; Z_3 = R_3; Z_B = Z_C = \infty.$$

Жалпы жағдайда көлденең симметриялы еместік мына теңдеу арқылы сипатталады

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_A &= Z_A \underline{I}_A + 3Z_3 \underline{I}_0; \\ \underline{U}_B &= Z_B \underline{I}_B + 3Z_3 \underline{I}_0; \\ \underline{U}_C &= Z_C \underline{I}_C + 3Z_3 \underline{I}_0. \end{aligned} \right\} \quad (7.16)$$

мұндағы $\underline{U}_A, \underline{U}_B, \underline{U}_C$ – жерге қатысты симметриялы еместік орнындағы фазалық кернеу.

(7.16) теңдеуге енетін фазалық кернеу мен тоқ (7.12) кейіптемесін есепке алғанда, симметриялы құрауышпен алмастырылуы мүмкін. Сонда да көлденең симметриялы еместік (шекаралық жағдай) орнында симметриялы құрауышты байланыстыратын үш теңдеу пайда болды.

Әдетте айналмалы электр машиналарында $z_2 < z_1$. Электр машиналарындағы тура және кері реттіліктердегі кедергілерінің айырмашылығы тура және кері тізбектілік туғызатын магнит өрісінің әртүрлі айналу бағытымен шартталған, тура тізбектілікті тоқ түзетін магнит өрісінің айналым бағыты ротор айналымы бағытымен сәйкес келеді, ал кері реттеліктерде тоқ құратын магнит өрісі қарама-қарсы бағытта айналады. Бұл мәселе үшфазалық жүйедегі қысқа тұйықталу тоғы мен электр машиналарына қатысты әдебиеттерде тереңірек қарастырылады.

Алты белгісіздікке (симметриялы еместік орнындағы кернеу мен тоқтың симметриялы құрауышы) қажетті қосымша үш теңдеу А фазасына арналған біратаулы тізбектілікті кернеу мен тоқ арақатынасынан алынады

$$\left. \begin{aligned} Z_1 \underline{I}_1 + \underline{U}_1 &= \underline{E}_A; \\ Z_2 \underline{I}_2 + \underline{U}_2 &= 0; \\ Z_0 \underline{I}_0 + \underline{U}_0 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (7.17)$$

мұндағы Z_1, Z_2, Z_0 – тура, кері және нөлдік реттіліктердің тоқтарға арналған барлық тізбектің қорытқы фазалық кедергілері.

\underline{E}_A – баламалы генератордың А фазасының ЭҚК-сі.

(7.17) кейіптемелер әрбір реттілікке жекелеген Кирхгофтың екінші заңын сипаттайды. Үш фазалық тоқ генератордың ЭҚК-сі фазалардың тура реттілікті симметриялы жұлдызын құратындықтан, (7.17) теңдеулерінде генератор ЭҚК-сі тура реттіліктің құрауышына арналған теңдеуге енеді; кері және нөлдік тізбектіліктің тоғы мен кедергісін құрауыштарды байланыстыратын қалған екі теңдеуде генератор ЭҚК-сі болмайды. Электр машиналарына арналған (генератор, электр қозғалтқышы, трансформаторлер) тура, кері және нөлдік реттіліктің кедергілері зауыдтық берілгендер бойынша алынады.

$Z_1 = Z_2$ теңдігі трансформатор, желі және т.б. статикалық айналмайтын құрылғыларда ғана орын алады.

Үшфазалық желінің (кабельдік немесе ауалық) тура және кері реттілікті кедергісі есептік немесе тәжірибиелік жолмен табылады, ондағы тура және кері реттілікті кедергілер желі үшін бірдей, ал нөлдік реттілікті кедергі тура реттілікті кедергілерден 2-3 есе жоғары болуы мүмкін.

Бұл фазаға өзге екі фаза арқылы өтетін тура және нөлдік реттілікті тоқпен енгізілетін өзара индукция ЭҚК-сімен және торап орнатылған нөлдік құрылғысының жері не болмаса қаптамасы кедергілерінің айырмашылығымен түсіндіріледі.

Тоқ пен кернеудің симметриялы құрауышын анықтау әдістемесі мен сәйкес векторлік диаграммаларды құрастыру көлденең симметриялы еместіктің жекелеген жағдайының мысалы арқылы төменде келтірілген.

7.7.1 (7.19,б сурет) Екіфазалық қысқаша тұйықталу.

Шектік шарттар теңдеулерді қанағаттандырады

$$\underline{I}_A = 0; \quad \underline{I}_B = -\underline{I}_C; \quad (7.18)$$

$$\underline{U}_B - \underline{U}_C = R(\underline{I}_B - \underline{I}_C)/2. \quad (7.19)$$

(7.18) кейіптемесін (7.13) және (7.14) қою келесіні береді

$$\underline{I}_1 = (a - a^2)\underline{I}_B/3; \underline{I}_2 = (a^2 - a)\underline{I}_B/3,$$

сонда

$$\underline{I}_1 = -\underline{I}_2. \quad (7.20)$$

(7.18) кейіптемесі (7.15) кейіптемеге қойғанда

$$\underline{I}_0 = 0.$$

Сонымен қатар (7.19) кейіптеменің негізінде

$$(a^2 \underline{U}_1 + a \underline{U}_2) - (a \underline{U}_1 + a^2 \underline{U}_2) = (a^2 - a)(\underline{U}_1 - \underline{U}_2) = (a^2 - a)R(\underline{I}_1 - \underline{I}_2)/2$$

немесе

$$\underline{U}_1 - \underline{U}_2 = R(\underline{I}_1 - \underline{I}_2)/2. \quad (7.21)$$

(7.20) және (7.21) теңдеулері және бастапқы қосымша (7.17) екі теңдеулері $\underline{I}_1, \underline{I}_2$ және $\underline{U}_1, \underline{U}_2$ төрт белгісізді табуға жеткілікті. Осы теңдеулерді біріктіре есептеудің нәтижесінде алатынымыз

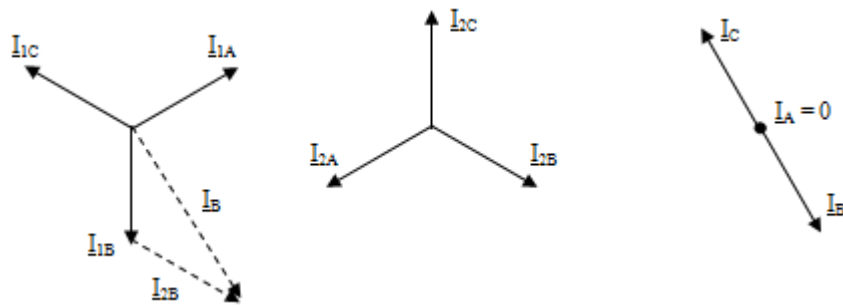
$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{E}_A}{Z_1 + Z_2 + R}. \quad (7.22)$$

7.23 суретінде $R=0$ кезіндегі (металдық қысқаша тұйықталу) екіфазалық қысқаша тұйықталу орнындағы тоқ пен кернеудің векторлік диаграммалары келтірілген. Бұл жағдайда $\underline{U}_1 = \underline{U}_2$ (7.20) кейіптемесіне сәйкес.

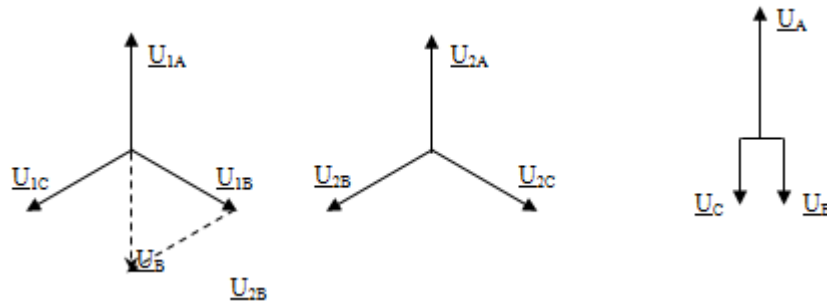
Векторлық диаграммалар \underline{E}_A ЭҚК-сі векторы вертикалды жоғары бағытталған, ал тура және кері реттілікті кешенді кедергінің бұрыштары бірдей (мысалы, 60°) деген болжаммен құрылған. Сондықтан \underline{U}_{1A} фаза бойынша \underline{E}_A -мен сәйкес келеді және \underline{I}_{1A} тоғы \underline{U}_{1A} -дан берілген бұрышқа қалып келеді.

\underline{I}_{1A} және \underline{I}_{2A} тоқтарының қосындысы нөлге тең, сондықтан

$\underline{I}_A = 0$. \underline{I}_{1B} және \underline{I}_{2B} тоқтарының қосындысы қысқаша тұйықталу орнында \underline{I}_B фазалық тоғын береді; ал \underline{I}_{1C} және \underline{I}_{2C} тоқтарының қосындысы \underline{I}_C фазалық тоғын береді. \underline{I}_B және \underline{I}_C тоқтары қарсы фазада анықталады. Векторлік диаграммаларды құрастыру барысында қысқаша тұйықталу орнында R кедергісі нөлге теңетіп алынғандықтан, бөліну орнындағы \underline{U}_B және \underline{U}_C фазалық кернеулері бір-біріне тең және сәйкесінше \underline{U}_{BC} желілік кернеу нөлге тең. Қысқаша тұйықталу орнынан генераторға қарай ығысу шамасы бойынша B және C фазаларының арасындағы желілік кернеу ұлғаяды.



а – тоқтар;



б – кернеулер

7.20-сурет – Екіфазалық қысқаша тұйықталу орнындағы векторлық диаграммалар

7.9.2 Бірфазалық қысқаша тұйықталу (7.20, б суретін қара). Шектік шарттар теңдеулерді қанағаттандырады

$$\underline{I}_B = \underline{I}_C = 0;$$

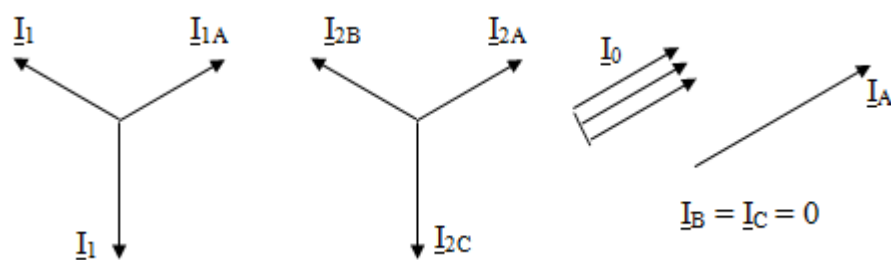
$$\underline{U}_A = R_3 \underline{I}_A .$$

Фазалы шамаларды симметриялы құрауыштармен алмастырғанда алатынымыз

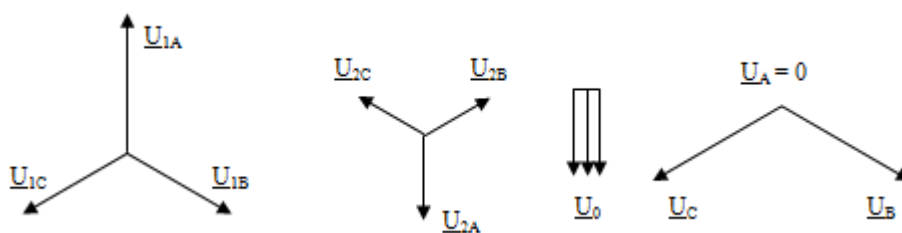
$$\begin{cases} \underline{I}_1 = \underline{I}_2 = \underline{I}_0; \\ \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = R_3 \underline{I}_0. \end{cases} \quad (7.23)$$

(7.17) және (7.23) теңдеулерін біріктіре есептеу нәтижесінде алатынымыз

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{E}_A}{Z_1 + Z_2 + Z_0 + 3R_3}. \quad (7.24)$$



а – тоқтар;

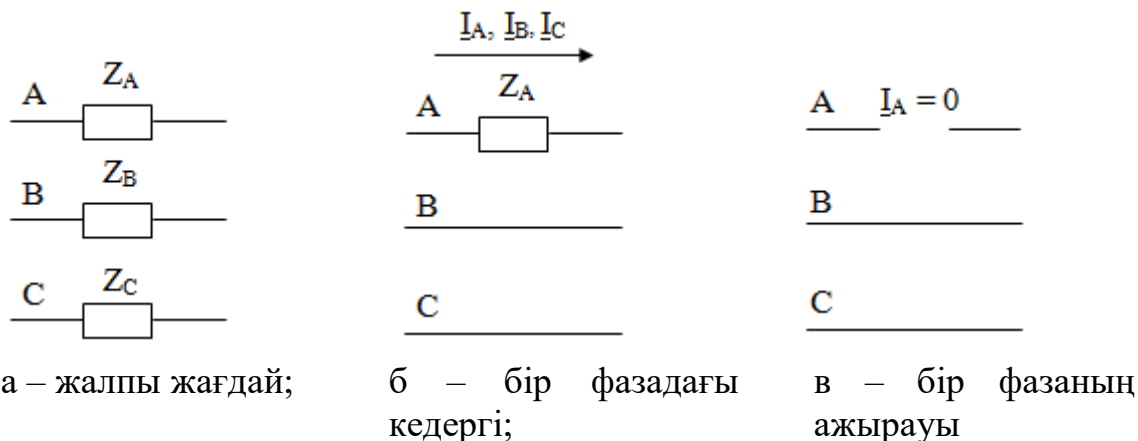


б – кернеулер

7.21-сурет – Бірфазалық тұйықталу орнындағы векторлық диаграммалар

7.8 Бойлық симметриялы еместік

7.22, а суретінде бейнеленгендей фазалардың сейілуіне теңсіз кедергі қосылған жағдайда үшфазалық тізбектің бір нүктесінде бойлық симметриялы еместік пайда болады.



7.22-сурет – Бойлық симметрия еместік жағдайлары

Осы кезде кез-келген екі кедергі нөлге немесе шексіздікке тең болуы мүмкін.

Берілген жағдайда бойлық симметриялы еместік келесі теңдеулер арқылы сипатталады

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_A &= Z_A \underline{I}_A; \\ \underline{U}_B &= Z_B \underline{I}_B; \\ \underline{U}_C &= Z_C \underline{I}_C. \end{aligned} \right\} \quad (7.25)$$

мұндағы \underline{U}_A , \underline{U}_B және \underline{U}_C – Z_A , Z_B және Z_C кедергілерінің шықпаларындағы кернеу (бойлық кернеу).

(7.25) теңдеуіне енетін кернеу мен тоқтарды алмастырғанда, бойлық симметриялы еместік орнында симметриялы құрауышты байланыстыратын үш теңдеу (шектік жағдай) симметриялы құрауыш болады.

7.22, б суретінде бейнеленген жеке жағдайда $Z_B = Z_C = 0$ және сәйкесінше $\underline{U}_B = \underline{U}_C = 0$.

Бойлық кернеудің симметриялы құрауыштары

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 = \underline{U}_0 = \underline{U}_A / 3 = Z_A \underline{I}_A / 3 = Z_A (i_1 + i_2 + i_0) / 3. \quad (7.26)$$

8 Мерзімді синусоидалы емес тоқ тізбектері

8.1 Фурье қатарының тригонометриялық түрі

Бүгінгі күнге дейін барлық ЭҚК, тоқ және кернеулері синусоидалы түрде бірдей жиілікпен өзгеріп отыратын бірфазалық және үшфазалық тоқтың желілік электр тізбегі меңгеріліп келді.

Синусоидалы ЭҚК-нің генерациялану принципін талдау барысында, айқын полюсті де, айқын емес полюсті де генератор орамаларында синусоидалы ЭҚК-ні алу үшін ауа саңылауындағы статор мен ротор арасында магнит индукциясының таралуының синусоидалы формасын алуға тырмысатыны байқалған. Шындығында, магнит индукциясының үйлестірілуі синусоидадан шегінуі мүмкін, нәтижесінде генератор әкелетін ЭҚК нақты синусоидалы болмауы мүмкін. Жоғары жиілікті техникада қолданылатын электр генераторлары электрваккумды және жартылай өткізгішті аспаптың жұмыс режиміне тәуелді синусоидалыдан азды, көпті дәрежеде айырмашылығы болатын тоқты генерациялайды. Осы себепке байланысты, сонымен қатар тізбекке қосылған синусоидалы ЭҚК-нің қайнаркөзі әртүлі жиілікке ие болуына байланысты тізбектегі кернеу мен тоқ симметриялы емес болып шығады.

Көптеген электртехникалық және радиотехникалық құрылғылардағы тізбектің симметриялы емес жұмыс режимі номиналды режим болып табылады. Бұл режим әсіресе желілік емес тізбекке тән. Синусоидалы ЭҚК кезінде де тоқтың қисық түрлі тізбекте желілік емес элемент (электр доға, қаныққан магнит өткізгіші бар индуктивті орауыш, жартылай өткізгішті аспап және т.б.) болған кездегі синусоидадан бірден ерекшеленуі мүмкін.

Бұл тарау синусоидалы емес ЭҚК-нің әсеріндегі желілік электр тізбегіндегі мерзімдік үрдісті зерделеуге арналған. Бұндай тізбектердегі электр және магнит шамалары мерзімдік синусоидалы емес қызметті білдіреді.

Мерзімді синусоидалы емес ЭҚК-сі бар желілік электр тізбегіндегі болып жатқан құбылысты осы ЭҚК-ні синусоидалы қосындылауыш (гармоника деп аталады) пен тұрақтының қосындысына жіктеп, одан соң желілік электр тізбегін есептеудің меңгерілген әдісінің негізінде әрбір қосындылауыш ЭҚК жеке тудырған тоқ пен кернеуді анықтау арқылы және соңында сәйкес шамаларды қосу арқылы оңайлықпен зерделеуге болады. Осылайша алынған тоқ пен кернеу уақыттың мерзім синусоидалы емес

функциясын білдіреді, және оның мерзімді берілген синусоидалы емес ЭҚК мерзіміне тең болады.

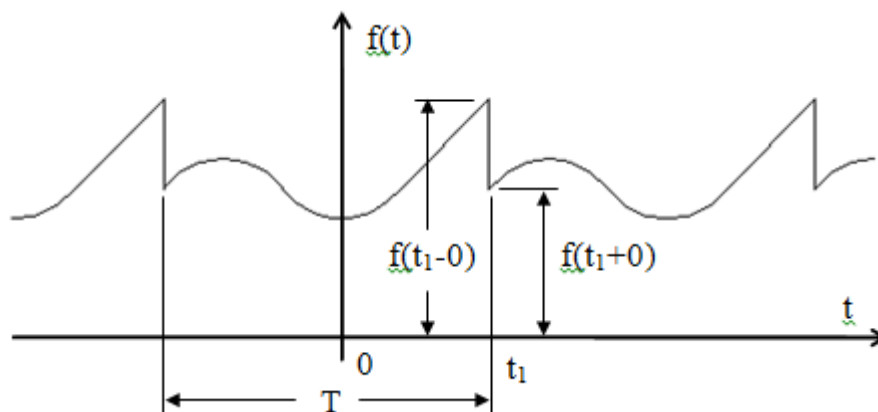
Қайнаркөздің берілген синусоидалы емес ЭҚК-сі бойынша (немесе қайнаркөз тоғының берілген тоғы бойынша) электр тізбегіндегі кернеу мен тоқты есептеуден басқа, тәжірибеде мысалы осциллографтау нәтижесінде тәжірибелі алынған уақыттың кез-келген мерзімдік функциясы синусоидасынан ауытқу дәрежесін немесе гармоникалық құрамын анықтау қажеттілігі туындауы мүмкін.

Мұндай функцияның жіктелу түрі санамалау басын таңдауға байланысты (8.3 параграфты қарау).

T уақыты аралығының шегінде $f(t)$ функциясы егер $t = t_1$ нүктесінде үздіксіздік үзiгiн өткеруде болса, оң (яғни $t > t_1$ мәнінен) жақтан да, сол (яғни $t < t_1$ мәнінен) жақтан да үзілу нүктесіне жақындау кезіндегі $f(t)$ функциясының шегі болады. Бұл шектер шартты түрде $f(t_1+0)$ және $f(t_1-0)$ немесе $f(t_1+)$ және $f(t_1-)$ етіп белгіленеді. Үздіксіздіктің үзілуінің бұндай нүктелері бірінші жақтың үзілу нүктесі деп аталады.

8.1-суретінде мысал ретінде T мерзімді уақыттың мерзімді синусоидалы емес функциясы бейнеленген

$$f(t) = f(t+T)$$



8.1-сурет – Уақыттың мерзімді синусоидалы емес функциясы

T уақытының аралық шегінде бірінші жақтың үзілу саны, сонымен қатар $f(t)$ функциясының максимумдары мен минимумдарының саны шекті деп есептейік. Осылайша, Дирихле шартын қанағаттандыратын функцияларды қарастырамыз; шынайы электр тізбегіндегі ЭҚК, тоқ және кернеу осы шарттарды қанағаттандыратындығын аңғарған жөн.

Дирихле шарттарын қанағаттандыратын мерзімді синусоидалы емес функция шексіз гармоникалық қатар Фурье қатары түрінде келуі мүмкін. Бұл қатардың қосындысы бұл функцияның барлық үздіксіздіктеріне арналған $f(t)$ мәндерімен сәйкес келеді, ал үзілу нүктесінде $f(t)$ шекті мәнің оң және солының орташа арифметикалығын береді, яғни

$$\frac{1}{2}[f(t-) + f(t+)].$$

$\omega = 2\pi/T$ етіп белгілеп, ω негізгі бұрыштық жиілік деп атаймыз. ω бұрыштық жиілікті синусоидалы және косинусоидалы қосындылауыштар негізгі гармониканы құралады. Жоғары бұрыштық жиілікті қосындылауыш жоғарғы гармониканы білдіреді.

Гармоникалық қатар тригонометриялық түрде келесі кейіптеме бойынша есептелінеді

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t), \quad (8.1)$$

мұндағы

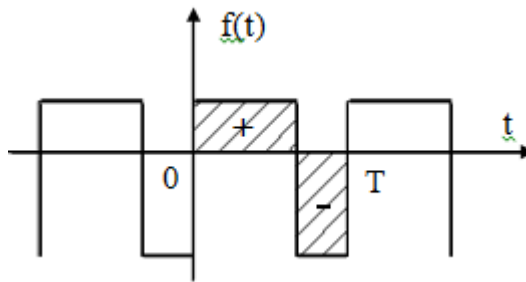
$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos n\omega t \, dt; \quad (8.2)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin n\omega t \, dt; \quad (8.3)$$

мұндағы $a_0/2$ – тұрақты қосындылауыш;

a_n және b_n – қатардың косинусоидалы және синусоидалы мүшелерінің амплитудалары.

$n=0$ кезінде 8.2 мәнінің негізінде анықталатын $a_0/2$ тұрақты қосындылауыш $f(t)$ функциясының мерзім үшін орташа мәнін білдіреді. 8.2 суретте бейнеленген оң және теріс мәндердің ауданы $f(t)$ бірдей болғанда, ол нөле тең болады.



8.2-сурет – Мерзім үшін орташа мәні нөлге тең синусоидалы емес функция

Фурье қатарының a_n және b_n коэффициенттері t_0 -ге тәуелді емес; сондықтан t_0 мәні еркін таңдалынуы мүмкін. (8.2) және (8.3) кейіптемедегі интеграласты функция T периодына ие екендігін есепке алсақ, оған оңай көз жеткізуге болады. Интеграласты кейіптемесін $g(t)$ арқылы белгілегенде алатынымыз

$$\int_{t_0}^{t_0+T} g(t)dt = \int_{t_0}^0 g(t)dt + \int_0^T g(t)dt + \int_T^{t_0+T} g(t)dt.$$

$g(t) = g(t-T)$ болатындықтан,

$$\int_{t_0}^{t_0+T} g(t)dt = \int_T^{t_0+T} g(t-T)dt.$$

$x = t - T$ айнымалысын алмастыру арқылы табатынымыз

$$\int_{t_0}^{t_0+T} g(t)dt = \int_0^{t_0} g(x)dx + \int_0^{t_0} g(t)dt.$$

Кезегінше,

$$\int_{t_0}^{t_0+T} g(t)dt = \int_0^{t_0} g(t)dt.$$

Алынған нәтижені былай да түсіндіруге болады: $\int_{t_0}^{t_0+T}$ және \int_0^T

интегралдары білдіретін аудандар тең, себебі интеграласты функциясының мерзімдік күшіне орай t_0 -дің кез-келген өзгерісі берілген функция мен мерзім үшін абциссалар осі шектейтін ауданды өзгертпейді.

(8.1) немесе (8.4) кейіптемелері білдіретін косинусоида мен синусоида қосындысы, тек сәйкес бастапқы фазалары бар бір синусоидалардың қосындысы түрінде келуі мүмкін.

$t_0 = 0$ етіп қойып, $\alpha = \omega t$ жаңа айнымалысын енгізе отырып ($\omega T = 2\pi$ және $d\alpha = \omega dt$ екенін есепке ала отырып), келесі кейіптемені анықтаймыз

$$f(\alpha) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\alpha + b_n \sin n\alpha), \quad (8.4)$$

мұндағы

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\alpha) \cos n\alpha \, d\alpha; \quad (8.5)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\alpha) \sin n\alpha \, d\alpha. \quad (8.6)$$

$t_0 = -\frac{T}{2}$ етіп қабылдасақ, онда интеграциялану шегі сәйкесінше $-\pi$ және $+\pi$ -ге тең болады.

Егер шартты қабылдасақ

$$a_n \cos n\alpha + b_n \sin n\alpha = F_n \sin(n\alpha + \theta_n), \quad (8.7)$$

мұндағы

$$F_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}; \quad \theta_n = \arctg \frac{a_n}{b_n},$$

онда қатар келесі түрге ие болады

$$f(\alpha) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} F_n \sin(n\alpha + \theta_n). \quad (8.8)$$

θ_n бұрышы (синус пен косинус белгісін анықтайтын) a_n және b_n белгілерін есепке алатынын еске салайық.

(8.8) түрі әрбір гармониканың пайыздық арақатынасын білу қажет жағдайда ғана ыңғайлы; ол әдетте электр тізбектеріндегі синусоидалы емес тоқ пен кернеуді есептеу үшін қолданылады (8.5 параграфты қара).

Фурье теориялық қатарында қосындылауыштың шексіз саны болса да, ол тез шығарылады. Шығарылған қатар берілген функцияны кез-келген талап етілген нақтылық дәрежесінде бейнелеуі мүмкін; егер ол тез шығарылса, онда талап етілетін нақтылық дәрежесін алу үшін гармониканың шағын мөлшерін алсақ та жетеді.

Тәжірибиеде кездесетін мерзімді синусоидалы емес функциялар екі топқа бөлінуі мүмкін. Бірінші топқа геометриялық дұрыс түрлері бар қисықтар, ал екінші топқа күрделі түрлері бар қисықтар жатқызылады; оларда Фурье қатарына жіктеу графоаналитикалық түрде жүргізіледі.

Фурье қатарына графоаналитикалық әдісі сандық интеграциялаудың жақындатылған әдісін білдіреді. Ол кезде белгілі интегралды есептеу қосындылауыштардың шекті санының қосындысын табумен алмастырылады. Осы мақсатта 2π -ге тең $f(\alpha)$ функциясының мерзімі $m\Delta\alpha = 2\pi$ болатындай етіліп, $\Delta\alpha$ -ның m тең аралығына бөлінеді.

Координаталардың басынан k аралығына дейінгі қашықтық $\alpha = \left(k - \frac{1}{2}\right) \frac{2\pi}{m}$ бұрышын құрайды.

$f_k(\alpha)$ k аралығы ортасындағы мерзімді синусоидалы емес функциясының мәне бола берсін.

(8.5) және (8.6) мәндеріне енетін интегралдар мына қосындылармен алмастырылады

$$a_n \approx \frac{1}{\pi} \sum_0^{2\pi} f(\alpha) \cos n\alpha \Delta\alpha \approx \frac{2}{m} \sum_{k=1}^m f_k(\alpha) \cos n \left(k - \frac{1}{2}\right) \frac{2\pi}{m};$$

$$b_n \approx \frac{1}{\pi} \sum_0^{2\pi} f(\alpha) \sin n\alpha \Delta\alpha \approx \frac{2}{m} \sum_{k=1}^m f_k(\alpha) \sin n \left(k - \frac{1}{2}\right) \frac{2\pi}{m}.$$

Егер мерзім шегінде үзілу нүктелері болса, онда берілген жіктеудің графикалық әдісі кезінде аралықтарға бөлуді үзілу нүктелері аралықтың орталарында болмайтындай етіп жасаған жөн

болар.

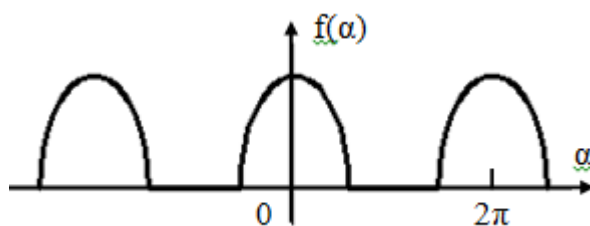
Жоғарыда сипатталған Фурье қатарына графоаналитикалық жіктеуді орындау техникасы кезінде функция мәндері аралықтың ортасында алынған; егер оның орнына мәндерді аралықтың басында немесе соңында алсақ, онда жұп функцияда жоқ синусоидалар да пайда болады.

8.2 Симметрия жағдайлары

Электр және магнит шамаларын бейнелейтін мерзімдік синусоидальды емес функцияларында симметрияның қандай да бір түрі болады және ол Фурье қатарына жіктеуді оңайлатады.

Симметрияның келесі жағдайларын қарастырайық:

8.2.1 Функция ординаттар осіне қатысты симметриялы яғни $f(\alpha) = f(-\alpha)$, ол 8.3 суретінде бейнеленген. Бұндай функциялар жұп деп аталады. Кез-келген жиіліктің синусоидалары тақ функция болатындықтан, олар қатар құрамына енбейді.



8.3-сурет – Ординаттар осіне қатысты симметриялы функция

Сондықтан симметрияның берілген түрі кезінде

$$f(\alpha) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\alpha,$$

яғни, жұп функцияда 8.3 суретінде көрсетілгендей, тек косинусоида мен тұрақты құрауыш қана болады.

Жұп функцияның тағы бір маңызды қасиеті a_n коэффициенттерін анықтау үшін жарты мерзім бойында $f(\alpha)$ қисығын ғана пайдалану жеткілікті болатындығында, яғни

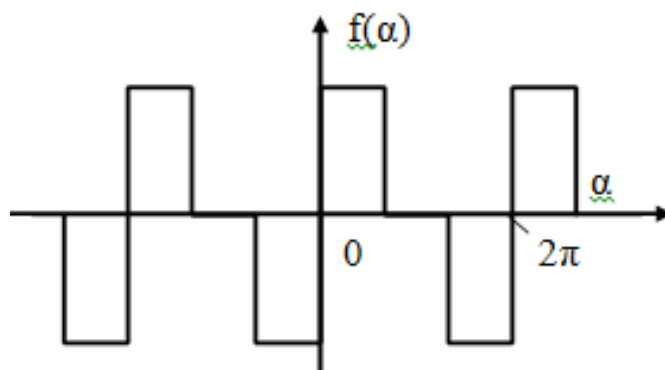
$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(\alpha) \cos n\alpha \, d\alpha. \quad (8.9)$$

Бұл келесі теңдіктен шығады

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(\alpha) \cos n\alpha \, d\alpha = \int_{-\pi}^0 f(\alpha) \cos n\alpha \, d\alpha + \int_0^{\pi} f(\alpha) \cos n\alpha \, d\alpha.$$

Бірінші аралықта α -ны $-\alpha$ -ға алмастыру (8.9) кейіптемеге әкеледі.

8.2.2 8.4 суретіне сәйкес $f(\alpha)$ функциясы координаттар басына қатысты симметриялы, яғни $f(\alpha) = -f(-\alpha)$.



8.4-сурет – Координаттар басына қатысты симметриялы функция

Бұндай функциялар тақ деп аталады. Тұрақты қосындылауыш пен косинусоида бұл жағдайды қанағаттандырмайтындықтан, симметрияның берілген түрінде қатар келесі түрге ие болады

$$f(\alpha) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\alpha,$$

яғни тақ функцияда тек синусоидалы ғана болуы мүмкін.

Бұнда да алдыңғы жағдайдағы сияқты b_n коэффициенттерін анықтау үшін жарты мерзім бойында тек $f(\alpha)$ қисығын пайдаланса ғана болғаны, яғни

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(\alpha) \sin n\alpha \, d\alpha. \quad (8.10)$$

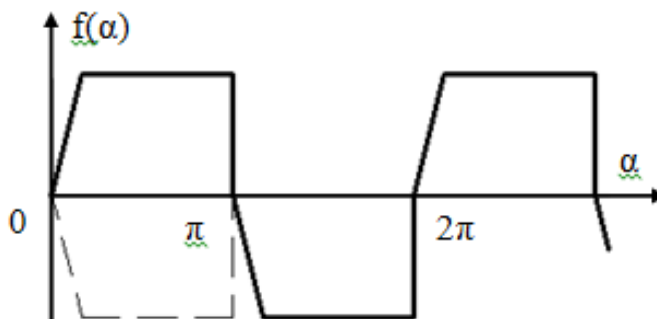
8.2.3 8.5 суретіне сәйкес $f(\alpha)$ функциясы екі жартылай мерзімді уақыт бойынша қатарластырған кезде абциссалар осіне қатысты симметриялы, яғни $f(\alpha) = -f(\alpha + \pi)$.

(8.4) формуласына сәйкес $f(\alpha)$ -ны алмастыра отырып, алатынымыз

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos n\alpha + b_n \sin n\alpha] = -\frac{a_0}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos n(\alpha + \pi) + b_n \sin n(\alpha + \pi)],$$

бұдан n жұбы үшін

$$a_0 + 2 \sum_{n=2,4,6\dots}^{\infty} [a_n \cos n\alpha + b_n \sin n\alpha] = 0.$$



8.5-сурет – Абциссалар осіне қатысты симметриялы функция

Бұл жағдайда жұп n кезінде $a_n=0$ және $a_n= b_n= 0$ болса, α (альфа) еркін мәндері кезінде қанағаттандырылады.

Сондықтан симметрияның берілген түрінде

$$f(\alpha) = \sum_{n=1,3,5\dots}^{\infty} [a_n \cos n\alpha + b_n \sin n\alpha],$$

яғни уақыт бойынша екі жартылай мерзімді қатарластырған кездегі абциссалар осіне қатысты симметриялы функцияда тек тақ гармоникалар ғана болады.

Бұл жағдайда a_n және b_n коэффициенттері (8.9) және (8.10) кейіптемелер бойынша есептелінуі мүмкін.

Мерзімді синусоидалы емес функцияны Фурье қатарына жіктегенде, алдын-ала берілген функция симметрияның қандай да бір түріне ие емес пе екендігін анықтап алған жөн. Симметрияның болуы жіктеу барысында қандай гармоникаларды күтуге болатындығын болжауға мүмкіндік береді.

Егер симметрия шарттары біруақытта 1 және 3 пп. бойынша орындалса, онда жіктеуде тек тақ косинусоидалар, егер 2 және 3 пп. бойынша орындалса, онда тек тақ синусоидалар болады.

Енді тек тақ косинусоидалары ғана бар функция, сонымен қатар $f(\alpha) = -f(\pi - \alpha)$ шартын да қанағаттандырады делік. Тақ кезінде $n \cos n\alpha = -\cos n(\pi - \alpha)$ болатындықтан, бұл жағдайда a_n

коэффициенттерін анықтау үшін периодтың төрттен бір бөлігі бойында $f(\alpha)$ қисығын пайдалану жеткілікті

$$a_n = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\alpha) \cos n\alpha \, d\alpha. \quad (8.11)$$

Өз кезегінде егер тек тақ синусоидалары ғана бар функция $f(\alpha) = f(\pi - \alpha)$ шартын қанағаттандырса, онда тақ кезде де $n \sin n\alpha = \sin n(\pi - \alpha)$ екенін ескергенде, бұл жағдада да b_n коэффициенттерін анықтау үшін мерзімнің төрттен бір бөлігі бойында $f(\alpha)$ қисығын пайдалану жеткілікті

$$b_n = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\alpha) \sin n\alpha \, d\alpha. \quad (8.12)$$

Симметрия түрлері санамалау басын таңдауға байланысты болады. Егер санамалау басын таңдау мүмкін болса, онда оны ең көп симметрия алуға болатындай етіп таңдаған жөн.

8.3 Санамалау басын көшіру

Кейбір мерзімді синусоидалы емес $f(\alpha)$ функциясы үшін a_n және b_n коэффициенттері берілді делік, яғни берілген функцияны Фурье қатарына жіктеу белгілі

$$f(\alpha) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos n\alpha + b_n \sin n\alpha].$$

Егер санамалау басының координаттардың алғашқы басына қатысты β үзіндісіне оңға немесе солға орнын ауыстырсақ, онда жаңа координаттық жүйеге қатысты Фурье қатарына жіктеуді α -ны $\alpha_1 + \beta$ -ге алмастыру арқылы жүзеге асырамыз, мұндағы α_1 – жаңа координаттар жүйесіндегі абсцисса; β -нің оң мәні санамалаудың жаңа бастауын оңға, ал теріс мәні – солға көшіруге сәйкес келеді.

Егер біріншінің орнын абсциссаның осі бойынша тұрақты мәнге ығысуының нәтижесінде алынатын басқа функцияға арналған Фурье қатарының коэффициенттері белгілі болғанда, бұл кейіптеме функцияларды Фурье қатарына жіктеуді тез табуға мүмкіндік береді.

Сонымен,

$$f(\alpha_1 + \beta) = f_1(\alpha_1) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos n(\alpha_1 + \beta) + b_n \sin n(\alpha_1 + \beta)] \quad (8.13)$$

8.4 Фурье қатарының кешенді түрі

Фурье қатарының тригонометриялық түрі кешендіге келесі түрде қайта түрленуі мүмкін

$$\begin{aligned}\cos n\alpha &= \frac{e^{jn\alpha} + e^{-jn\alpha}}{2}; \\ \sin n\alpha &= \frac{e^{jn\alpha} - e^{-jn\alpha}}{2j},\end{aligned}$$

осыған байланысты (8.4) кейіптемеде жақшаға алынған мән мына түрге келеді

$$a_n \cos n\alpha + b_n \sin n\alpha = \frac{a_n - jb_n}{2} e^{jn\alpha} + \frac{a_n + jb_n}{2} e^{-jn\alpha},$$

(8.4) қатары келесі түрде жазылады

$$f(\alpha) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n - jb_n}{2} e^{jn\alpha} + \frac{a_n + jb_n}{2} e^{-jn\alpha} \right).$$

(8.5) және (8.6) мәндеріне байланысты n -ге қатысты a_n жұп, ал b_n тақ, яғни n -нің теріс мәні кезінде өз белгісін сақтайды, ал b_n өзгертеді

$$a_n = a_{-n}, \quad b_n = -b_{-n}.$$

Сондықтан, келесіні есепке алу арқылы

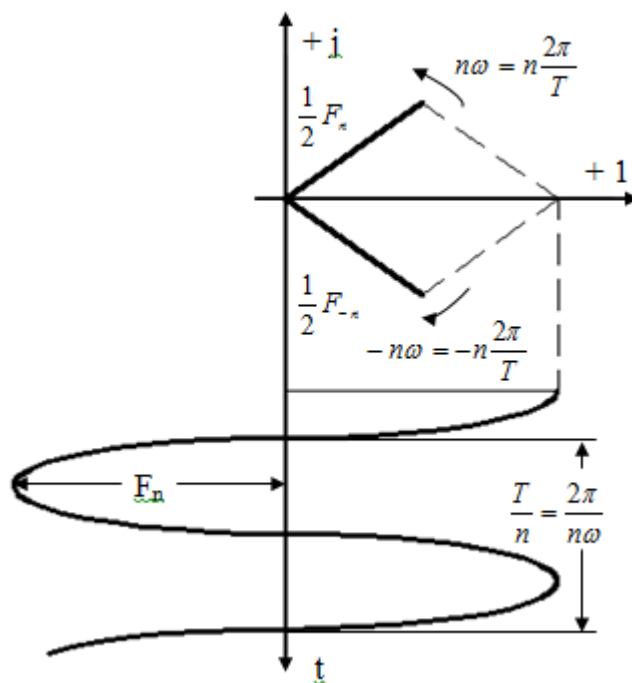
$$\begin{aligned}\frac{a_0}{2} &= \left(\frac{a_n - jb_n}{2} e^{jn\alpha} \right)_{n=0}, \\ f(\alpha) &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n - jb_n}{2} e^{jn\alpha} + \sum_{n=-1}^{\infty} \frac{a_n - jb_n}{2} e^{jn\alpha} + \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{a_n - jb_n}{2} e^{jn\alpha}.\end{aligned}$$

Осылайша, Фурье қатарының кешенді түрі

$$f(\alpha) = \frac{1}{2} \sum_{-\infty}^{\infty} \underline{F}_n e^{jn\alpha}. \quad (8.14)$$

мұндағы кешенді коэффициент (кешенді амплитуда) (8.5) және (8.6) сәйкес келесі кейіптеме бойынша есептелінеді

$$\underline{F}_n = a_n - jb_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\alpha) e^{-jn\alpha} d\alpha. \quad (8.15)$$



8.6-сурет – Қарама-қарсы бағытта айналатын екі түйіндестірілген векторлердің қосындысы түріндегі синусоидалық функция

Жоғарыда көрсетілгендей, $\alpha = \omega t$ кезегінше (8.14) қатарында $n\omega$ бұрыштық жылдамдықпен қарама-қарсы бағытта айналатын векторлердің нақтылы осіне қатысты түйіндестірілген екі шексіз қатар болады. Түйіндестірілген векторлердің әрбір сыңарының геометриялық қосындысы 8.6-суретінде бейнеленген нақтылы мәнді ғана береді. Түйіндестірілген векторлердің екі шексіз қатарларын қосындылау нәтижесінде $f(\omega t)$ нақтылы функциясы пайда болады.

8.5 Фурье қатарын мерзімді синусоидалы емес үрдісін есептеуге қолдану

Мерзімді синусоидалы емес ЭҚК-нің ықпалындағы электр тізбегіндегі тоқты табу қажет делік

$$e(t) = E_0 + \sum_{n=1}^{\infty} E_{nm} (\sin n\omega t + \psi_n).$$

Мұнда m индексмен гармоника амплитудалары белгіленген. Егер тізбек желілік болса, яғни r , L , M және C параметрлері өзгермейтін болса, онда тізбектегі тоқ беттестіру әдісімен әрбір қосындыланушы ЭҚК жеке түзетін тоқтарды қосындылау жолымен табылады.

$$i(t) = I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} I_{nm} (\sin n\omega t + \psi_n - \varphi_n), \quad (8.16)$$

мұндағы

$$I_0 = \frac{E_0}{z(0)}; \quad I_{nm} = \frac{E_{nm}}{z(n\omega)}.$$

$z(0)$ дегеніміз нөлге тең жиілік кезіндегі тізбек кедергісі, яғни тұрақты тоққа деген кедергі; $z(n\omega)$ — $n\omega$ жиілігі кезіндегі толық кедергі.

φ_n бұрышы тізбектің реактивті кедергісінің оның $n\omega$ жиілік кезіндегі активті кедергісіне деген қатынас арктангенсі түрінде анықталады.

Гармоника нөмірінің өсу шамасына байланысты, яғни $n\omega$ жиілігі ұлғайған сайын $n\omega L$ индуктивті кедергі тура желі заңы бойынша өседі, ал $1/n\omega C$ сыйымдылық кедергісі гипербола заңы бойынша кемиді. Сондықтан r және L кезекті байланысудан құралған тізбекте тоқ гармоникасы қайнаркөз ЭҚК-сіне қарағанда, әлсіз көрініс табады. Оған қарағанда тізбектегі r және C -тен құралған жоғары гармоникалар үлкен мәнге ие болуы мүмкін.

Тізбек кезекті байланысқан r , L және C элементтерінен тұрған жағдайда

$$z(n\omega) = \sqrt{r^2 + \left(n\omega L - \frac{1}{n\omega C} \right)^2},$$

$$\varphi_n = \operatorname{arctg} \frac{n\omega L - \frac{1}{n\omega C}}{r}$$

Сонда $z(0) = \infty$, себебі тұрақты тоққа арналған тізбек ажыратылған.

Индуктивті-сыйымдылықты аралас тізбекте $n\omega L - \frac{1}{n\omega C} = 0$ n -дік гармоника үшін резонанс құбылысы болады.

r , L және C элементерінен құралған жалпы жағдайда, реактивті де, активті де кедергілер $n\omega$ жиілігінің функциясы болып табылады (9.3 параграфті қара).

Әртүрлі гармоникалар мерзімі гармоника нөміріне кері пропорционал. Сондықтан, егер абциссалар осі бойынша t уақыты емес, ал $a_n = n\omega t = n\alpha$ бұрышы алынса, онда негізгі гармониканың α бұрышына сол абциссада 8.7 суретінде бейнеленгендей n -дік гармоникаға арналған $n\alpha$ бұрышы сәйкес келеді.

Тармақталған электр тізбектеріндегі периодты синусоидалы емес тоқ пен кернеулердің есебі кешенді түрде жүзеге асырылады.

Егер мерзімді синусоидалы емес ЭҚК (8.8) түрінің Фурье қатарының тригонометриялық түрде берілсе, онда ЭҚКмен тоқ келесі түрде келуі мүмкін

$$e(t) = E_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Im}(E_{nm} e^{jn\omega t});$$

$$i(t) = I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Im}(I_{nm} e^{jn\omega t}),$$

мұндағы

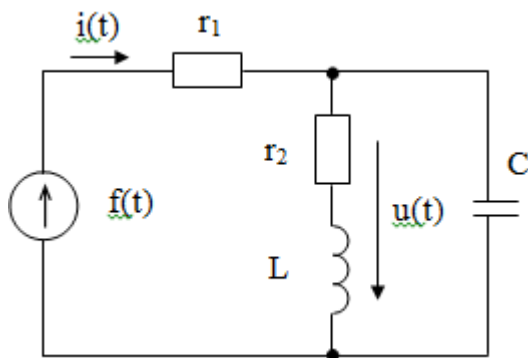
$$\underline{E} = E_{nm} e^{i\psi_n}, \quad \underline{I} = I_{nm} e^{i(\psi - \psi_n)}.$$



8.7-сурет – Әртүрлі гармоникалар үшін бұрыш масштабтарының арақатынасы

Сәйкесінше, мерзімді синусоидалы емес тоқты есептеудің кешенді түрі n -нің әртүрлі мәндеріне арналған ЭҚК-нің \underline{E}_{nm} берілген кешенді амплитудаларына сәйкес \underline{I}_{nm} тоқтың кешенді амплитудаларын табуда жатыр. Сонда жеке қосындылауыштарда біртекті жиілік болатындығына байланысты кешенді амплитудалар қосылмайды, ал $n\omega$ әртүрлі бұрыштық жылдамдықпен айналатын векторлер проекциясы қосылады, яғни жеке гармоникалардың лездік мәндері қосылады.

Мысал. 8.1 Есеп. 8.8-суретіндегі қосынды сұлбада қосынды тоқты есептеу



8.8-сурет

Берілгені: $e(t) = 30 + 15 \sin \omega t + 20 \sin 3\omega t$ В; $r_1 = 1$ Ом; $r_2 = 0,5$ Ом; $\omega L = 1$ Ом; $1/\omega C = 9$ Ом.

Ізделудегі тоқ беттестіру тәсілімен табылады, яғни тұрақты қосындылауыш пен тоқ гармоникаларын кезекті есептеу және оларды келесіде қосу арқылы табылады.

Тұрақты тоққа деген кедергі $z(0) = r_1 + r_2 = 1,5$ Ом. Тоқтың тұрақты қосындылауышы

$$I_0 = \frac{E_0}{z(0)} = \frac{30}{1,5} = 20 \text{ А.}$$

Негізгі жиілікке арналған тізбектің кешенді кедергісі

$$\underline{Z}(j\omega) = 1,63 + j1,09 \text{ Ом.}$$

Негізгі жиілік тоғының кешенді амплитудасы

$$\underline{I}_{1m} = \frac{15}{1,63 + j1,69} = 7,65 \angle -33,6^\circ \text{ А.}$$

Үш еселенген жиілікке арналған тізбектің кешенді кедергісі

$$Z(j3\omega) = r_1 + \frac{(r_2 + j3\omega L) \left(-j \frac{1}{3\omega C} \right)}{r_2 + j \left(3\omega L - \frac{1}{3\omega C} \right)} = 19 - j3 \text{ Ом.}$$

Үшінші гармоника тоғының кешенді амплитудасы

$$\underline{I}_{3m} = \frac{20}{19 - j3} = 1.04 \angle 8.9^\circ \text{ A.}$$

Қосынды тоқтың лездік мәні

$$i(t) = 20 + 7.65 \sin(\omega t - 33.6^\circ) + 1.04 \sin(3\omega t + 8.9^\circ) \text{ A.}$$

Қарапайым жағдайда қалыптасқан мерзімді ток тек гармоникалар қосындысы түрінде ғана емес, уақыттың белгілі аралығы үшін әділетті аналитикалық өрнектің ыңғайлы түрінде да алынуы мүмкін екенін атап кеткен жөн. Бұл аралық үшін классикалық әдіспен немесе Лапластың қайта түрленуінің көмегімен шығарылатын тоққа арналған дифференциалды теңдеу жазылады. Алынған шешімде кейін мерзімнің шартынан табылатын тоқтың белгісіз бастапқы мәні болады.

8.6 Мерзімді синусоидалы емес функцияның әсерлік және орташа мәндері

Мерзімді синусоидалы емес $f(t)$ функциясының әсерлік мәні келесі кейіптеме бойынша анықтаады (8.3 параграфты қарау)

$$F = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt}.$$

Егер функция (8.8) түрінде берілсе, онда оны шаршылаған кезде түбір белгісі астындағы интеграл нәтижесінде $(a_0/2)^2$ тұрақты қосындылауыштың квадрат қосындысы мен жеке гармоникалар шаршыларының орташа мәнінің (олар 8.3 параграфына сәйкес $F_n^2/2$ тең) қосындысын береді, ал әртүрлі ретті гармоникаларының еселенген көбейтіндісінің немесе тұрақты қосындылауыштардың жеке гармоникаларға деген екі еселенген көбейтінділерінің орташа мәні нөлге тең болады.

Кезегінше, мерзімді синусоидалы емес функциялардың әсерлік мәні келесі кейіптеме арқылы өрнектеледі

$$F = \sqrt{\left(\frac{a_0}{2}\right)^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{F_n^2}{2}}.$$

F_n – n-дік гармониканың амплитудасы болғандықтан, $F_n/\sqrt{2}$ – гармониканың әсерлік мәні.

Осылайша, алынған өрнек мерзімді синусоидалы емес функцияның әсерлік мәні гармоникалардың әсерлік мәні шаршысы мен тұрақты қосындылауыш шаршысының түбіріне тең екендігін көрсетеді. Осыдан әртүрлі жиілік гармоникасының қосындысын білдіретін әсерлік функция осы гармоникалардың бастапқы фазаларына тәуелді болмайды, ал жалпы олардың әсерлік мәні түрінде келеді.

Мысалы, симметриялы емес тоқ (8.16) кейіптеме арқылы өрнектелсе, тоқтың әсерлік мәнімынаған тең

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots}$$

Мерзімді синусоидалы емес функцияның әсерлік мәні

синусоидалы тоқ кезіндегідей электр өлшеуіш аспап, электр магниттік, электр динамикалық, жылжу және т.б. жүйелердің көмегімен өлшенуі мүмкін.

Мерзімді синусоидалы емес функцияның әсерлік мәні ұғымымен қатар электр техникасы мен радиотехникада даралық мән бойынша алынатын функцияның орташа мәні ұғымы қолданылуда, соңғысы 8.3 параграфына сәйкес келесі түрдегі интегралмен өрнектеледі

$$\frac{1}{T} \int_0^T |f(t)| dt .$$

Жартылай мерзім бойындағы функцияның орташа мәні түзеткіші бар (түзеткіші жоқ магнит электрлік аспап тұрақты қосындылауышты өлшейді) магнитэлектрлік аспаптың көмегімен өлшенеді.

Бұл интеграл оң мәнді жартылай мерзім бойында $f(t)$ функциясының орташа мәніне тең болады, егер $f(t)$ бірдей оң және теріс жартылай толқынға ие болса

$$F_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T |f(t)| dt = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} f(t) dt .$$

8.7 Мерзімді синусоидалы емес тоқ тізбегіндегі қуат

Активті қуат қуаттың орташа мәніне тең

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T ui \, dt$$

Егер u және i орнына (8.8) түрінің тригонометриялық қатары арқылы олардың өрнектерін қойсақ, онда интеграл өз нәтижесінде ток пен кернеудің тұрақты қосындылауышының көбейтіндісі мен ток пен кернеудің реті бірдей гармоникаларының көбейтіндісінің орташа мәндерінің қосындысын беретін интегралдар қатарына жіктеледі. Қалған интегралдар нөлге тең болады, себебі олар әртүрлі ретті гармоникалар көбейтіндісі немесе тұрақты қосындылауыштың жеке гармоникаларға көбейтіндісінің орташа мәнін білдіреді.

Сонымен,

$$P = U_0 I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} U_n I_n \cos \varphi_n, \quad (8.17)$$

яғни, мерзімді синусоидалы емес тоқтың активті қуаты жеке гармоникалардың активті қуаты мен тұрақты қосындылауыштың қосындысына тең болады.

Басқаша айтқанда, түрлі атаулы гармоникалардың кернеуі мен тоғының өзара қатынасы немесе гармоникалардың тұрақты қосындылауыштармен арақатынасына байланысты активті қуат нөлге тең болады.

Реактивті қуат түсінігіне ұқсас синусоидалы емес шамалы тізбектегі реактивті қуат түсінігі енгізілуі мүмкін. Ол жеке гармоникалардың реактивті қуатының қосындысы түрінде анықталады.

Қисықтардың біреуінде екінші қисықта жоқ (кернеу мен ток) гармоникалардың болуы активті және реактивті қуаттың шамаларынан көрініс таппайды, бірақ осы гармоникалары бар функцияның әсерлік мәнін жоғарлатады. Сондықтан, қарастырылып отырған тізбектегі толық қуатты $S = UI$ әсерлік ток пен кернеудің көбейтіндісі ретінде алсақ, онда айтылғандардың негізінде синусоидалы режимге қарағанда, мерзімді синусоидалы емес шамалы тізбектегі активті және реактивті қуаттардың квадратының қосындысы толық қуаттың квадратына тең болмайды

$$P^2 + Q^2 = S^2 - T^2.$$

Т шамасы бұрмалану қуаты атауына ие; ол қисық u кернеу мен i тоқ түріндегі айырмашылық дәрежесін сипаттайды. Егер тізбек кедергісі активті болса, онда кернеу мен тоқ қисығы да оған ұқсас болады; сондықтан да $Q = 0$ және $T = 0$.

Мысал. 8.2 Есеп. 8.1 мысалындағы тізбекке келіп түсетін активті қуатты есептеу

$$e(t) = 30 + 15 \sin \omega t + 20 \sin 3\omega t;$$

$$i(t) = 20 + 7.65 \sin(\omega t - 33.6^\circ) + 1.04 \sin(3\omega t + 8.9^\circ)$$

(8.17) кейіптеменің негізінде алатынымыз

$$P = 30 \cdot 20 + \frac{15 \cdot 7.65}{2} \cos 33^\circ 6' + \frac{20 \cdot 1.04}{2} \cos 8^\circ 54' = 600 + 47.9 + 10.2 = 658.1 \text{ Вт}$$

8.8 Мерзімді синусоидалы емес функцияны сипаттайтын коэффициенттер

Синусоидалы функцияға ұқсас толық қуатқа деген синусоидалы емес тоқ кезіндегі активті қуат қатынасы χ таңбалады

$$\chi = \frac{P}{UI} = \frac{\int_0^T ui \, dt}{\sqrt{\int_0^T u^2 \, dt} \sqrt{\int_0^T i^2 \, dt}}. \quad (8.18)$$

(8.18) арақатынасының оң бөлігіндей қатынасы u және i арасындағы тура пропорционалдылық болғанда ғана бірлікке айналады.

Кернеу синусоидалы, ал тоқ синусоидалы емес делік. Бұл жағдайда (8.17) өрнегіне сәйкес активті қуат бірінші гармониканың қуатымен анықталады

$$P = U_1 I_1 \cos \varphi_1 = UI_1 \cos \varphi_1.$$

Сондағы тоқтың әсерлік мәні

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots} > I_1.$$

Кезегінше, қуат коэффициенті

$$\chi = \frac{UI_1 \cos \varphi_1}{UI} = \frac{I_1}{I} \cos \varphi_1 = k_\chi \cos \varphi_1.$$

$k_\chi = \frac{I_1}{I} < 1$ көбейткіші бұрмалану коэффициенті деп аталады.

Радиотехникасы мен электр техникасында (k_ϕ) қисық түрі мен (k_a) амплитуданың коэффициенттері пайдаланылады.

Қисық түрінің коэффициенті функцияның әсерлік мәнінің абсолютті мән бойынша алынған орташа қатынасы ретінде анықталады

$$k_{\phi} = \frac{\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt}}{\frac{1}{T} \int_0^T |f(t)| dt}.$$

Синусоида үшін

$$k_{\phi} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1,11.$$

Амлитуда коэффициенті функцияның максималды мәнінің оның әсерлік мәніне деген қатынасы ретінде анықталады

$$k_a = \frac{f_m}{\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt}}.$$

Синусоида үшін

$$k_a = \sqrt{2} \approx 1,41.$$

Тоқ пен кернеудің синусоидалы емес қисығы кей жағдайларда баламалы синусоидалармен алмастырылады. Алмастыру үрдісі синусоидалы функцияның әсерлік мәні синусоидалы емес функцияның әсерлік мәндеріне тең етіп алынатындай, ал баламалы синусоидалар арасындағы фазалардың жылжу бұрышы $\arccos \chi$ бұрышына тең болатындай жүзеге асырылады, мұндағы χ (8.18) кейіптемеденанықталады.

8.9 Үшфазалық электр тізбектеріндегі жоғарғы гармоникалар

Симметриялы үшфазалық тізбекте қалыптасқан режим болған кезде екінші және үшінші фазалардағы тоқ пен кернеу қисығы үштен бір мерзімге жылжытылған бір фазаның тоғы мен кернеуінің қисығына ұқсас. Мысалы, егер А фазасында $u_A(t)$ кернеу функциямен өрнектелсе

$$u_A = \sum_{n=1}^{\infty} U_{nm} \sin(n\omega t + \psi_n),$$

онда

$$u_B = \sum_{n=1}^{\infty} U_{nm} \sin\left[n\omega\left(t - \frac{T}{3}\right) + \psi_n\right];$$
$$u_C = \sum_{n=1}^{\infty} U_{nm} \sin\left[n\omega\left(t + \frac{T}{3}\right) + \psi_n\right]$$

3-ке есе ($n = 3, 6, 9, \dots$) ретті гармоникалар барлық фазаларда тепе-тең, себебі

$$\sin\left[n\omega\left(t - \frac{T}{3}\right) + \psi_n\right] = \sin\left[n\omega\left(t + \frac{T}{3}\right) + \psi_n\right] = \sin[n\omega t + \psi_n].$$

Сондықтан олар нөлдік реттілікті кернеулер жүйесін түзеді.

Мұндағы k – кез-келген бүтін сан болатын $n = 3k + 1$ ретті яғни $n = 1, 4, 7, 10, 13$ және т.б кезінде гармоникалар тура кезекті кернеудің симметриялы жүйесін құрады, себебі онда

$$\sin\left[n\omega\left(t - \frac{T}{3}\right) + \psi_n\right] = \sin\left[n\omega t - \frac{2\pi}{3} + \psi_n\right];$$
$$\sin\left[n\omega\left(t + \frac{T}{3}\right) + \psi_n\right] = \sin\left[n\omega t + \frac{2\pi}{3} + \psi_n\right]$$

және сәйкесінше В фазасындағы n -дік гармоника А фазасындағы n -дік гармоникадан 120° -қа кейіндеп ілгері жүреді, ал С фазасында 120° -қа кейіндеп жүреді. Соңында мұндағы k – кез-келген бүтін сан

болатын $n = 3k - 1$ яғни $n = 2, 5, 8, 11, 14$ және т.б кезінде гармоникалар кері кезекті кернеудің симметриялы жүйесін түзеді, себебі онда

$$\sin\left[n\omega\left(t - \frac{T}{3}\right) + \psi_n\right] = \sin\left[n\omega t + \frac{2\pi}{3} + \psi_n\right];$$

$$\sin\left[n\omega\left(t + \frac{T}{3}\right) + \psi_n\right] = \sin\left[n\omega t - \frac{2\pi}{3} + \psi_n\right]$$

және кезегінше, В фазасындағы n -дік гармоника А фазасындағы n -дік гармоникадан 120° -қа кейін қалып жүреді. Барлық осы жағдайлар әрбір жиілікке жеке құрылған векторлік диаграммаларда анық көрініс табады.

Тәжірибиеде кездесетін жағдайларда тұрақты құрауыш пен жұп гармоникалар болмайды, сондықтан әрі қарай тек тақ гармоникаларды қарастырумен шектелсек те болады.

Электрэнергиясы мен жүктеме қайнаркөздерін соңғысын бейтарап өткізгішпен жұлдыз түрінде қосқан кезде жоғарыдағы айтылғандарға сәйкес 3-ке есе реттік нөмірлі барлық гармоникалардың қосындысына тең тоқ өтеді

$$i_N = i_A + i_B + i_C = 3I_{3m} \sin(3\omega t - \varphi_3) + 3I_{9m} \sin(9\omega t - \varphi_9) + \dots$$

Бұл тоқтың әсерлік мәні 8.6 параграфына сәйкес анықталады.

$$I_N = 3\sqrt{I_3^2 + I_9^2 + \dots}$$

Бейтарап өткізгіш болмаған кезде фазалардағы тоқта 3-ке есе ретті гармоникалар болмайды. Фазалық кернеу айырымына тең желілік кернеуде 3-ке есе реттік санда гармоникалар болмайды.

Желілік кернеуде 3-ке есе реттік гармоникалардың болмауына байланысты синусоидалы емес режим кезіндегі әсерлік желілік кернеудің әсерлік фазалық кернеуге қатынасы $\sqrt{3}$ -тен кем болды

$$U_{\text{Л}} = \sqrt{3}\sqrt{U_1^2 + U_5^2 + \dots};$$

$$U_{\text{Ф}} = \sqrt{U_1^2 + U_3^2 + U_5^2 + \dots}$$

Егер генератор фазалары үшбұрыш түрінде қосылса, онда сыртқы

тізбекте 3-ке есе ретті гармоникалар болмайды; үшбұрыш түрінде қосылған генераторлардың орамаларында 3-ке есе жоғарғы гармоникалардың үш еселенген қосындысына тең ЭҚК жұмыс істейді. Бірақ ол осы гармоникалардың тоғы әсерінен үшбұрыштың контурындағы кернеудің төменделуімен теңдестіріліп отырады. Сондықтан реті 3-ке есе гармоникалар тек жиілік тоқ пен кернеулерде ғана емес, сонымен қатар фазалық кернеуде де болмайды.

Ажыратылған үшбұрыш түрінде (7.27, в суреті) қосылған кернеу трансформаторының екінші реттік орамасының шықпаларындағы потенциалдардың айырымы синусоидалы емес фазалық кернеу жағдайында мынаған тең

$$u_A + u_B + u_C = 3U_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3) + 3U_{9m} \sin(9\omega t + \psi_9) + \dots$$

Бұл кернеудің әсерлік мәні

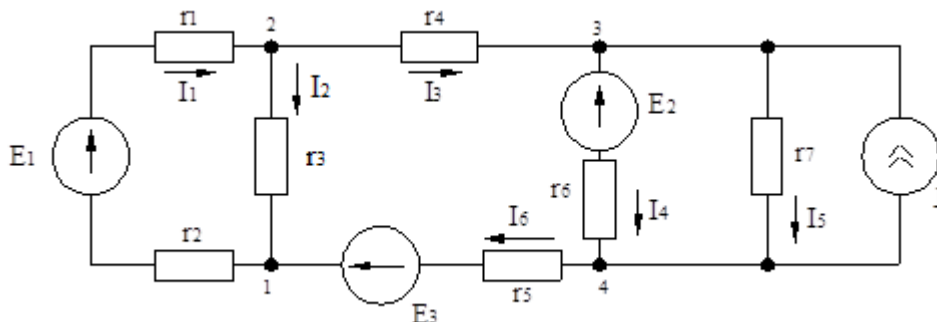
$$U = 3\sqrt{U_3^2 + U_9^2 + \dots}$$

Сондықтан симметриялы үшфазалық электр тізбегі кезінде де генераторлардың синусоидалы емес фазалық ЭҚК-мен шартталатын нөлдік тізбектіліктің тоғы мен кернеудің құрауышы пайда болуы мүмкін.

II бөлімі. Есептеу бөлімі

9.1 Ом және Кирхгоф заңдары

Есеп 9.1.1



9.1-сурет

9.1.1-сурет схемасында токтарды есептеу үшін Кирхгоф заңдарына сәйкес теңдеулер құрыңыз.

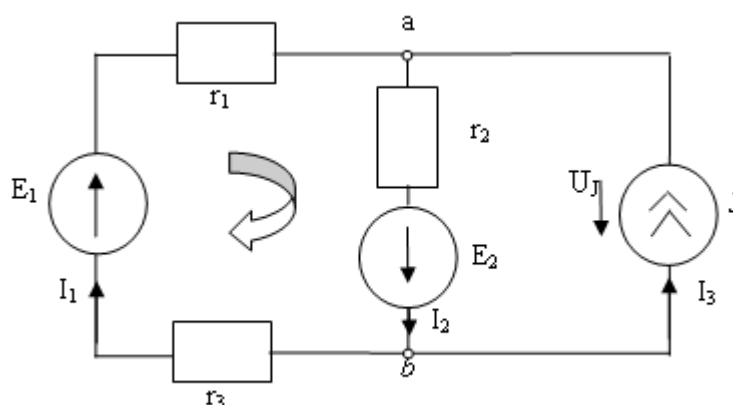
Шешімі

9.1.1-сурет схемасында түйіндердің саны 4, тармақтардың саны 7, яғни Кирхгофтың бірінші заңы бойынша 3 теңдеу, екінші заңы бойынша 3 теңдеу, J тармағы барды ескере келей құрылады

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0; \\ J + I_3 - I_4 - I_5 = 0; \\ I_4 + I_5 - J - I_6 = 0; \\ (r_1 + r_2)I_1 + r_3I_2 = E; \\ r_4I_3 + r_6I_4 + r_5I_6 - r_3I_2 = E_3 - E_2; \\ r_7I_5 - r_6I_4 = E_2. \end{cases}$$

Есеп 9.1.2

Берілген: ЭҚК көздері $E_1 = 25$ В; $E_2 = 50$ В; ток көзі $J = 2$ А; резисторлардың кедергісі $r_1 = 5$ Ом ; $r_2 = 20$ Ом; $r_3 = 10$ Ом. Кирхгоф заңдарын қолдана отырып, I_1 , I_2 тармақтарындағы токтарды анықтаңыз. U_{ab} кернеуін Ом заңы бойынша анықтаңыз. Телледжен теоремасы бойынша қуат балансын құрыңыз.



9.2-сурет

Шешімі

Схемада 2 түйін (а және б), тармақтар – 3, ток көзі бар тармақтар – 1.

Кирхгофтың бірінші заңы бойынша бір теңдеу құрылады; Кирхгофтың екінші заңы бойынша – 1 теңдеу

$$m = b - n - b_1 = 3 - 1 - 1 = 1.$$

Тармақ токтарының бағыттары мен контурдың айналу бағыты ерікті түрде таңдалады, ал Кирхгофтың екінші заңы бойынша теңдеу құру үшін контур J ток көзі бар тармақ контурға енбейтін болып таңдалады (идеалды ток көзінің ішкі кедергісі шексіздікке тең).

«а» түйініне қатысты I_1 және I_3 токтарының түйінге бағытталғанын, I_2 тогы «а» түйінінен бағытталғанын ескере отырып, Кирхгофтың I заңының негізінде теңдеу құрамыз. Кирхгоф II заңы бойынша құрылған екінші теңдеуінде қосындылар оң, өйткені I_1 және I_2 тармақтарының токтарының бағыттары және E_1 және E_2 ЭҚК контурдың айналу бағытына сәйкес келеді (контурдың айналу бағыты сағат тілімен).

Кирхгоф заңдары бойынша теңдеулер жүйесі

$$\begin{cases} I_1 - I_2 + I_3 = 0; \\ (r_1 + r_3)I_1 + r_2I_2 = E_1 + E_2. \end{cases}$$

Деректерді ауыстырғаннан кейін аламыз, тек $I_3=J$ ескере кете

$$\begin{cases} I_1 - I_2 = -2; \\ 15I_1 + 20 I_2 = 75. \end{cases}$$

жүйесінен аламыз $I_1 = 1 \text{ A}$; $I_2 = 3 \text{ A}$.

ЭҚК бар тізбек бөлігі үшін Ом заңы бойынша «а» және «б» түйіндері арасындағы кернеуді анықтаймыз:

- бірінші тармақ бойынша $U_{ab} = U_J$, кернеу («а» түйінінен «б» түйініне бағытталған), яғни I_1 тогы U_{ab} кернеуіне қарама-қарсы бағытталған, бірақ ЭҚК E_1 бағытына сәйкес келеді, сондықтан U_{ab} кернеуі формула бойынша есептеледі

$$U_{ab} = E_1 - (r_1 + r_3) I_1 = 25 - 15 = 10 \text{ В};$$

- екінші тармақта I_2 тогы ЭҚК E_2 және U_{ab} кернеуімен сәйкес келеді, жалпыланған Ом заңы келесідей түрде келтіріледі

$$I_2 = \frac{E_2 + U_{ab}}{r_2}$$

шеше отырып, аламыз

$$U_{ab} = - E_2 + r_2 I_2 = - 50 + 20 \cdot 3 = 10 \text{ В}.$$

Қуаттар балансы – бұл $P_{\text{кор}}$ қорек көздері мен $P_{\text{каб}}$ қабылдағыштар қуатының теңдігі.

Қорек көздерінің қуаты

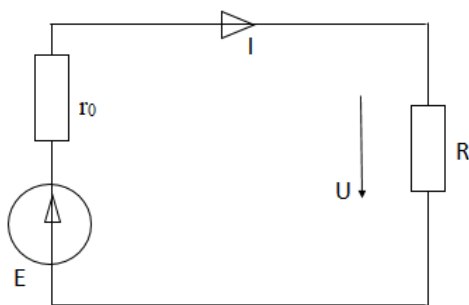
$$P_{\text{кор}} = E_1 I_1 + E_2 I_2 + U_J J = 25 \cdot 1 + 50 \cdot 3 + 10 \cdot 2 = 195 \text{ Вт}, \quad (9.1)$$

мұндағы ток көзіндегі U_J кернеуі J тогына қарсы бағытталған. (9.1) теңдеуде барлық қосындылар ($E_1 I_1$); ($E_2 I_2$) оң, сондықтан ЭҚК бағыттары мен тиісті тармақтардың токтары сәйкес келеді

Қабылдағыштардың қуаты (резисторлардағы жылу шығыны) Джоуль-Ленц заңы бойынша анықталады

$$P_{\text{каб}} = (r_1 + r_3) I_1^2 + r_2 I_2^2 = 15 \cdot 1 + 20 \cdot 3^2 = 15 + 180 = 195 \text{ Вт}.$$

Есеп 9.1.3



9.3-сурет

R резистордағы кернеуді табыңыз, егер ЭҚК $E = 50$ В; резисторлар $r_0 = 5$ Ом; $R = 45$ Ом.

Шешімі

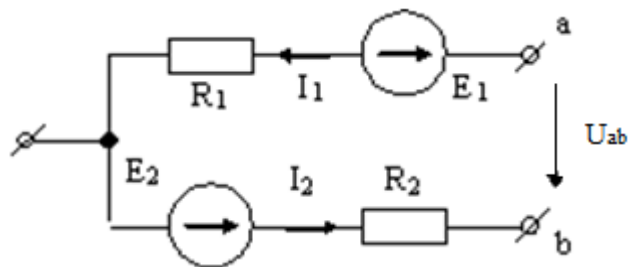
Тізбек бірізді, сондықтан тізбек тогы Ом заңына сәйкес есептеледі

$$I = \frac{E}{r_0 + R} = \frac{50}{5 + 45} = 1 \text{ A.}$$

R резисторындағы кернеу

$$U = R \cdot I = 45 \cdot 1 = 45 \text{ В.}$$

Есеп 9.1.4



9.4-сурет

Берілгені: $E_1 = 20$ В; $E_2 = 50$ В; $r_1 = r_2 = 10$ Ом; $I_1 = 2$ А; $I_2 = 3$ А. «a», «b» нүктелері арасындағы U_{ab} кернеуін табыңыз.

Шешімі

Біз U_{ab} кернеуінің бағытына сәйкес келетін тізбектің айналуын таңдаймыз және КІЗ негізінде теңдеуді жасаймыз (Кирхгофтың екінші заңы)

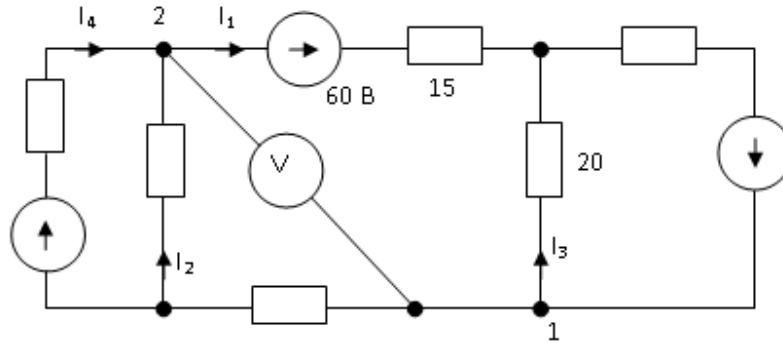
$$U_{ab} - r_1 I_1 - r_2 I_2 = E_1 - E_2;$$

$$U_{ab} = -E_2 + E_1 + r_2 I_2 + r_1 I_1 = 20 \text{ В.}$$

Есеп 9.1.5

Кедергілер Оммен, ЭҚК көздері Вольтте келтірілген.

Вольтметрдің көрсеткішін анықтаңыз; Берілген тоғтар $I_1 = 2 \text{ А}$; $I_3 = 3 \text{ А}$.



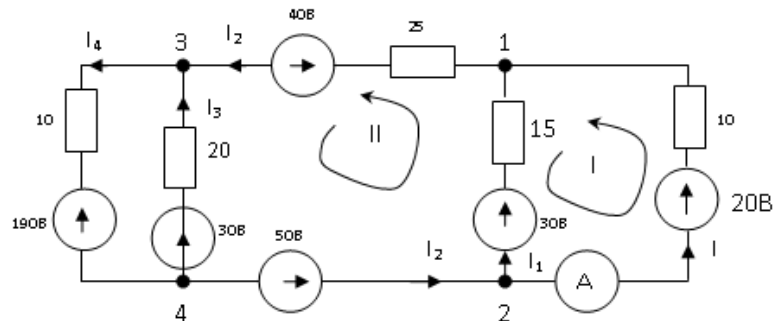
9.5-сурет

Шешімі

Вольтметр 1 және 2 нүктелер арасындағы кернеуді өлшейді

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = U_{12} = 60 - 15 I_1 + 20 I_3 = 90 \text{ В.}$$

Есеп 9.1.6



9.6-сурет

Егер амперметрдің көрсеткіші 2А болса, Кирхгоф заңдарын қолдана отырып, барлық токтарды табыңыз. Кедергілер Оммен, ЭҚК Вольтпен берілген.

Шешімі

I контур үшін Кирхгофтың екінші заңы бойынша теңдеу

$$10 I - 15 I_1 = 20 - 30,$$

$$\text{ток } I_1 = 2 \text{ A.}$$

1 түйін үшін Кирхгофтың бірінші заңы бойынша теңдеу:

$$I_1 + I - I_2 = 0;$$

$$\text{ток } I_2 = I_1 + I = 4 \text{ A.}$$

Кирхгофтың екінші заңы бойынша II контур үшін теңдеу:

$$15 I_1 + 25 I_2 - 20 I_3 = 50 + 30 - 40 - 30,$$

$$\text{ток } I_3 = 6 \text{ A.}$$

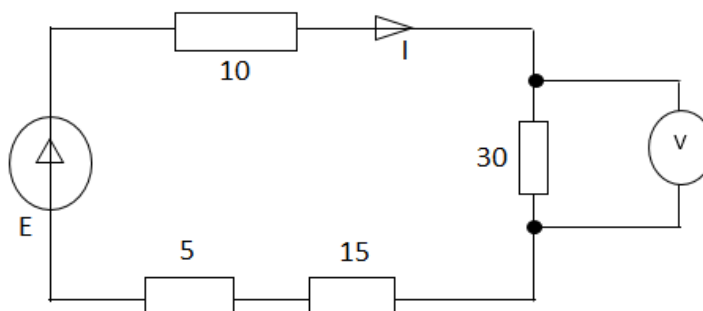
3-түйін үшін Кирхгофтың бірінші заңы бойынша теңдеу:

$$I_2 + I_3 - I_4 = 0,$$

$$\text{ток } I_4 = I_2 + I_3 = 10 \text{ A.}$$

9.2 Элементтердің тізбектеліп, параллель және аралас қосылуы

Есеп 9.2.1



9.7-сурет

Егер вольтметрдің көрсеткіші 60 В болса, көздің ЭҚК-ін табыңыз. Резисторлардың кедергісі Ом-мен берілген.

Шешімі

Тізбектей жалғанған тізбектің тогы Ом заңымен анықталады (вольтметр 30 Ом кедергісінде кернеуді өлшейді)

$$I = \frac{U_V}{R_V} = \frac{60}{30} = 2 \text{ A.}$$

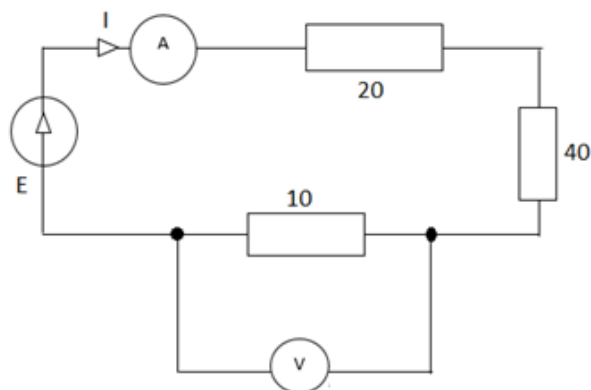
Тізбектің тізбектей жалғанған кедергілері, барлық кедергілердің қосындысы ретінде алынады

$$R = 10 + 30 + 15 + 5 = 60 \text{ Ом.}$$

Ом заңы бойынша қорек көзінің ЭҚК-ін E анықтаймыз

$$E = R \cdot I = 60 \cdot 2 = 120 \text{ В.}$$

Есеп 9.2.2



9.8-сурет

Тізбектің кедергісін, амперметр мен вольтметрдің көрсеткіштерін табыңыз. Көздің ЭҚК $E = 100$ В, резисторлардың кедергісі Ом-мен берілген.

Шешімі

Кедергілердің тізбектей жалғануы

$$R = R_{\text{ц}} = 20 + 40 + 10 = 70 \text{ Ом.}$$

Тізбектің тогын Ом заңы бойынша анықтаймыз

$$I = \frac{E}{R} = \frac{100}{70} = 1,43 \text{ А.}$$

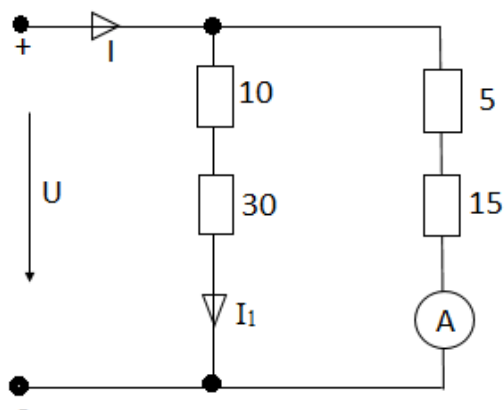
Амперметрдің көрсеткіші

$$I = I_A = 1,43 \text{ А.}$$

10 Ом резистордағы кернеуді өлшейтін вольтметрдің көрсеткіші

$$U_V = 10 \cdot I = 10 \cdot 1,43 = 14,3 \text{ В.}$$

Есеп 9.2.3



9.9-сурет

Егер амперметрдің көрсеткіші 3 А болса, қорек көздің кернеуін, тізбектің жалпы тогын табыңыз (резисторлардың кедергісі Ом-да берілген).

Шешімі

Элементтер параллель қосылған кезде параллель тармақтардағы кернеу бірдей және қорек көздің U кернеуіне тең болады.

Қорек көзінің кернеуін екінші тармақтың параметрлері арқылы Ом заңы бойынша табамыз (бұл тармақта ток 3 А келтірілген және 5 Ом және 15 Ом тізбектей жалғанған резисторлардың кедергілері берілген)

$$U = (5 + 15) I_A = 20 \cdot 3 = 60 \text{ В.}$$

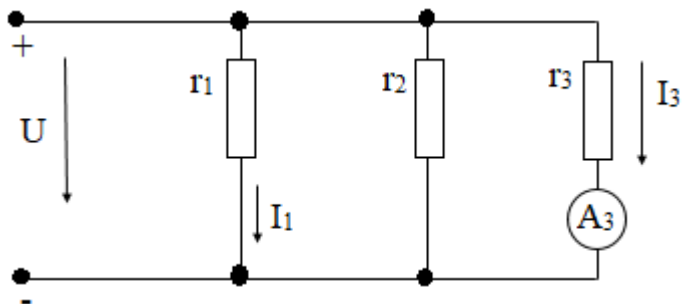
Бірінші тармақтың тогын есептейміз

$$I_1 = \frac{U}{10 + 30} = \frac{60}{40} = 1,5 \text{ А.}$$

Параллель тармақтардың токтарының қосындысы ретінде жалпы тармақтың тогы

$$I = I_1 + I_A = 3 + 1,5 = 4,5 \text{ А.}$$

Есеп 9.2.4



9.10-сурет

Ұсынылған схемада үшінші амперметрдің көрсеткішін анықтаңыз, егер бірінші тармақтың тогы $I_1=0,4$ А болса, резисторлардың кедергісі $r_1 = 100$ Ом; $r_2 = 200$ Ом; $r_3 = 400$ Ом.

Шешімі

Қорек көзінің кернеуі бірінші тармақтың параметрлері бойынша есептеледі

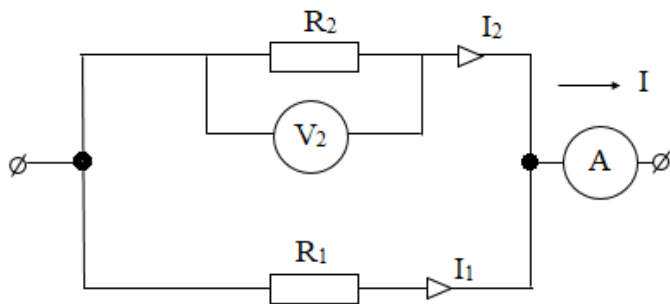
$$U = r_1 I_1 = 100 \cdot 0,4 = 40 \text{ В.}$$

Үшінші тармақтың тогы (үшінші амперметрдің көрсеткіші) параллель қосылған кезде барлық параллель тармақтардағы кернеулер U бірдей және қуат көзінің кернеуіне тең болатындығын ескере отырып есептеледі

$$I_3 = \frac{U}{r_3} = \frac{40}{400} = 0,1 \text{ А.}$$

Есеп 9.2.5

Амперметрдің оқылуын анықтаңыз, егер: $U_2=100$ В; $R_1=10$ Ом; $R_2=5$ Ом.



9.12-сурет

Шешімі

R_1 және R_2 кедергілері параллель қосылған, сондықтан олардағы кернеу бірдей және тең

$$U_2 = 100 \text{ В.}$$

Бірінші және екінші тармақтардың токтары

$$I_1 = \frac{U_2}{R_1} = \frac{100}{10} = 10 \text{ А,}$$

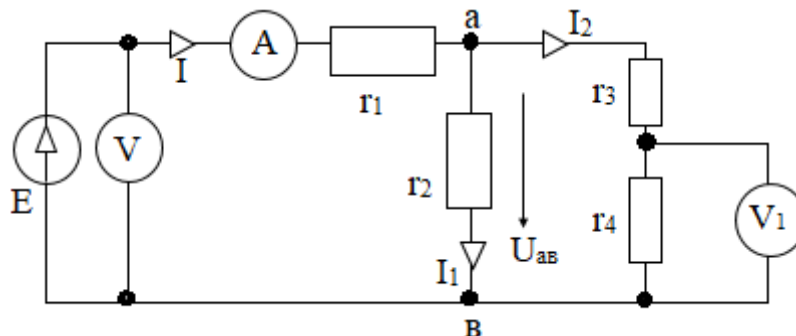
$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{100}{5} = 20 \text{ А.}$$

Параллель тармақтардың токтарының қосындысы ретінде жалпы тармақтағы ток (амперметрдің көрсеткіші)

$$I = I_A = I_1 + I_2 = 30 \text{ А.}$$

Есеп 9.2.6

Резисторлардың кедергісі $r_1 = 16 \text{ Ом}$; $r_2 = 6 \text{ Ом}$; $r_3 = 8 \text{ Ом}$; $r_4 = 4 \text{ Ом}$; $V_1 = 20 \text{ В}$. Амперметр мен V вольтметрдің ЭҚК көзін өлшейтін көрсеткіштерін табыңыз.



9.13-сурет

Шешімі

Екінші тармақтың тогы (V_1 вольтметрі r_4 резисторына параллель қосылады және осы элементтегі кернеуді өлшейді)

$$I_2 = \frac{U_{V1}}{r_4} = \frac{20}{4} = 5 \text{ A.}$$

Параллель бөлігіндегі U_{ab} кернеуі

$$U_{ab} = (r_3 + r_4) I_2 = 12 \cdot 5 = 60 \text{ B.}$$

Бірінші тармақтағы ток

$$I_1 = \frac{U_{ab}}{r_2} = \frac{60}{6} = 10 \text{ A.}$$

Жалпы тармақ тогы

$$I = I_1 + I_2 = 5 + 10 = 15 \text{ A.}$$

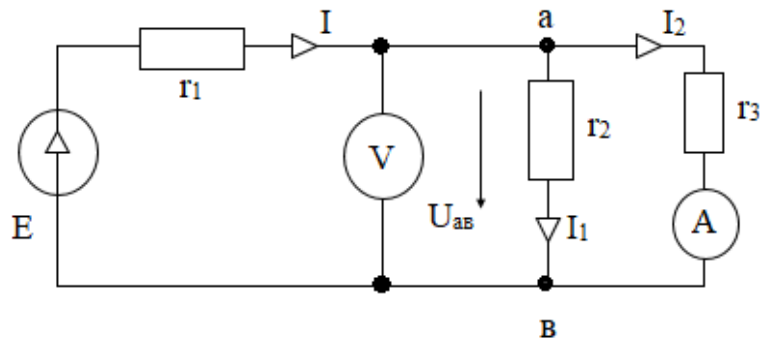
Аралас қосылыстағы тізбектің кедергісі

$$R = r_1 + \frac{r_2(r_3 + r_4)}{r_2 + r_3 + r_4} = 16 + \frac{6 \cdot 12}{6 + 12} = 20 \text{ Ом}$$

V вольтметрдің (ЭҚК көзінің) көрсеткіші V вольтметрдің (ЭҚК көзінің) көрсеткіші

$$E = R \cdot I = 20 \cdot 15 = 300 \text{ B.}$$

Есеп 9.2.7



9.14-сурет

Аспаптардың көрсеткіштерін табыңыз. Егер ЭКҚ $E=50$ В;
 $r_1 = 10$ Ом; $r_2 = r_3 = 20$ Ом.

Шешімі

Резисторлардың аралас қосылысы кезіндегі тізбектің кедергісі

$$R = r_1 + \frac{r_2 \cdot r_3}{r_2 + r_3} = 10 + \frac{20}{2} = 20 \text{ Ом.}$$

Ом заңы бойынша тізбектің жалпы тогы

$$I = \frac{E}{R} = \frac{50}{20} = 2,5 \text{ А.}$$

Параллель бөлігіндегі $U_{ав}$ кернеуі

$$U_{ав} = E - r \cdot I = 50 - 10 \cdot 2,5 = 25 \text{ В.}$$

Вольтметрді көрсетілімі

$$U_v = U_{ав} = 25 \text{ В.}$$

Екінші тармақтың амперметр – ток көрсеткіші

$$I_A = I_2 = \frac{U_{ав}}{r_3} = \frac{25}{20} = 1,25 \text{ А,}$$

немесе параллель тармақтардың токтары

$$I_1 = I_2 = \frac{I}{2} = \frac{2,5}{2} = 1,25 \text{ А,}$$

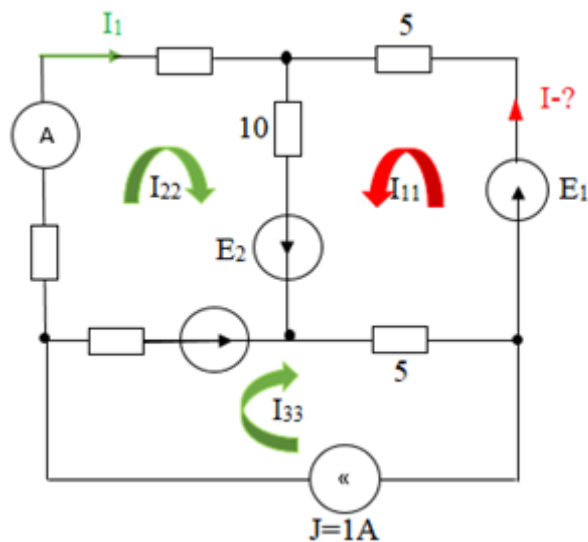
параллель тармақтардың кедергілері бір-біріне тең болғандықтан

$$r_2 = r_3 = 20 \text{ Ом.}$$

9.3 Контурлық ток әдісі (КТӘ)

Есеп 9.3.1

Егер амперметрдің көрсеткіші болса, I ток күшін табыңыз $I_1 = 1\text{A}$; $E_1 = 20\text{V}$; $E_2 = 30\text{V}$; $J = 1\text{A}$. Резистордың кедергісі Ом-да көрсетілген.



9.15-сурет

Шешімі

КТӘ сәйкес бізде $I_{11} = I$ бастапқы тізбектің тогы белгісіз. I_{22} екінші тізбектің тогы $I_1 = 1\text{A}$ токқа тең қабылданады және онымен бағыт бойынша сәйкес келеді. $I_{33} = J$ - үшінші тізбектің тогы.

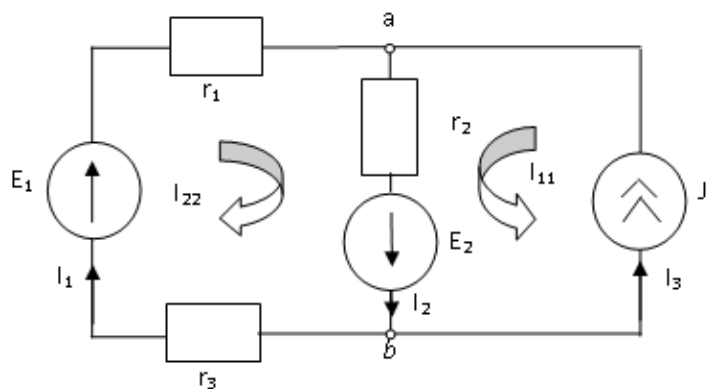
Бірінші контурға арналған КТӘ теңдеуі

$$(5+10+5)I_{11} + 10 \cdot I_{22} + 5 \cdot I_{33} = E_1 + E_2.$$

Қажетті ток

$$I = I_{11} = \frac{20+30-10 \cdot 1-5 \cdot 1}{20} = \frac{35}{20} = 1,75\text{A}.$$

Есеп 9.3.2



9.16-сурет

ЭҚК көздері $E_1 = 20$ В; $E_2 = 30$ В; резисторлардың кедергісі $r_1 = 5$ Ом; $r_2 = 10$ Ом; $r_3 = 15$ Ом. Ток көзінің тогы $J = 2$ А.

Контурлы токтар әдісіне сәйкес I_1 , I_2 тармақтағы токтарын табыңыз.

Шешімі

Схемада 2 түйін (а және б; $y = 2$), 3 тармақ бар, олардың бір тармағында J ток көзі бар ($b = 3$, $b_i = 1$). Кирхгофтың бірінші заңы бойынша – бір теңдеу ($n = y - 1$); Кирхгофтың екінші заңы бойынша – бір теңдеу ($m = b - n - b_i = 1$).

Сондықтан, контурлық токтар әдісіне сәйкес бір теңдеу жасалады, өйткені $I_{11} = J = 2$ А (бірінші тізбектің тогы J ток көзінің тогына, тең және оған сәйкес келетін бағытта алынады):

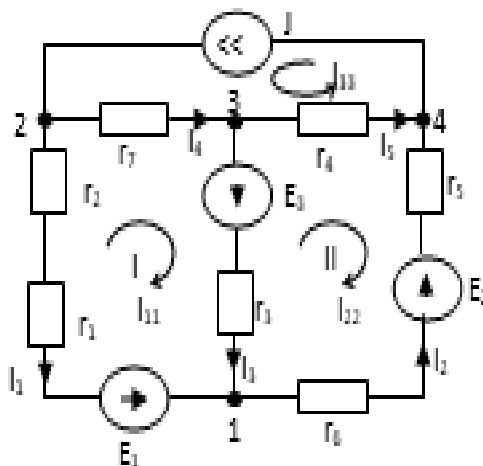
$$(r_1 + r_2 + r_3)I_{22} + r_2 I_{11} = E_1 + E_2;$$

$$I_{22} = \frac{E_1 + E_2 - r_2 I_{11}}{r_1 + r_2 + r_3} = \frac{20 + 30 - 10 \cdot 2}{5 + 10 + 15} = 1 \text{ А.}$$

Тармақтағы токтар

$$I_1 = I_{22} = 1 \text{ А}; \quad I_2 = I_{11} + I_{22} = 2 + 1 = 3 \text{ А.}$$

Есеп 9.3.3



9.17-сурет

Берілген: ЭҚК көздері $E_1 = 100 \text{ В}$; $E_2 = 60 \text{ В}$; $E_3 = 30 \text{ В}$; $r_1 = r_3 = r_5 = 10 \text{ Ом}$; $r_2 = r_4 = 15 \text{ Ом}$; $r_6 = r_7 = 25 \text{ Ом}$; ток көзі $J = 2 \text{ А}$. Контурлық токтар әдісін қолдана отырып, тармақтық токтарды табыңыз.

Шешімі

Тізбекте 4 түйін ($y = 4$), тармақтар - 6, оның ішінде ток көзі J ($b = 6$, $b_i = 1$) бар бір тармақ бар. Бірінші Кирхгоф заңы бойынша 3 теңдеу, екінші Кирхгоф заңы бойынша 2 теңдеу құрылады.

Сондықтан контурлық токтар әдісі бойынша 2 теңдеу құру керек, ал белгісіз контурлық токтарға арналған ілмектер I_{11} ; I_{22} -ді J ток көзі бар тармақ бұл тізбектерге енбейтін етіп таңдаймыз (идеал ток көзінің ішкі кедергісі шексіздікке тең).

Контурлық токтар әдісі бойынша теңдеу

$$\begin{cases} (r_1+r_2+r_3+r_7)I_{11}-r_3I_{22}+r_7I_{33}=E_3-E_1; \\ -r_3I_{11}+(r_3+r_4+r_5+r_6)I_{22}+r_4I_{33}=-E_2-E_3; \end{cases}$$

мұнда I_{11} ; I_{22} – белгісіз цикл токтары;

$$I_{33} = J = 2 \text{ А}$$

- үшінші тізбектің тогы ток көзіне тең таңдалады және онымен бағыт бойынша сәйкес келеді.

Қажетті контурлық токтар

$$I_{11} = - 2,4 \text{ А}; I_{22} = - 2,4 \text{ А}.$$

Тармақ тоғы

$$I_1 = - I_{11} = - 2,4 \text{ A}^*;$$

$$I_2 = - I_{22} = 2,4 \text{ A};$$

$$I_3 = I_{11} - I_{22} = - 2,4 - (-2,4) = 0^{**};$$

$$I_4 = I_{11} + I_{33} = - 2,4 + 2 = - 0,4 \text{ A};$$

$$I_5 = I_{22} + I_{33} = - 0,4 \text{ A}.$$

Ескертулер:

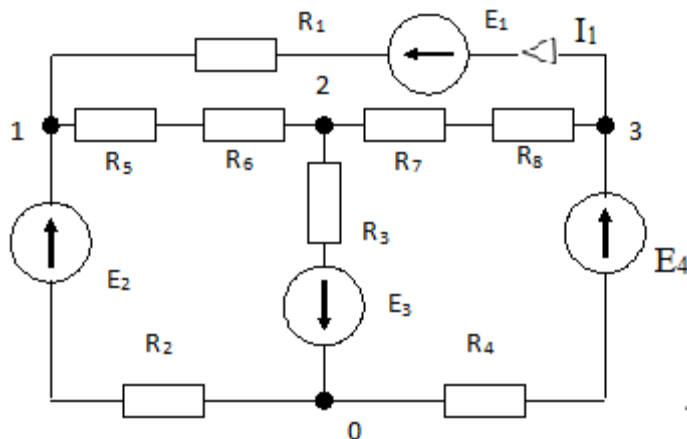
* - I_1 тогы бар №1 тармақ тек бірінші контурға кіреді, ал оның бағыты I_{11} контур тогына қарама-қарсы;

** - №3 тармақ №1 және №2 тізбектер арасында іргелес, бұл кезде I_3 ток бағыты I_{11} цикл тогының бағытымен сәйкес келеді, бірақ I_{22} циклінің бағытына қарама-қарсы.

9.4 Түйіндік потенциалдар әдісі (ТПӘ)

Есеп 9.4.1

0-ді базистік түйін ретінде қабылдай отырып, 2 түйіннің потенциалын анықтаңыз. I_1 тоқты табыңыз. Егер түйіндердің ЭҚК-і $E_1 = 30$ В; $E_2 = 10$ В; $E_3 = 20$ В; $\varphi_1 = 20$ В; $\varphi_3 = 5$ В болса; барлық резисторлардың кедергісі $R_1 \dots R_8 = 1$ Ом. I_1 тогын анықтау.



9.18-сурет

Шешімі

$\varphi_0 = 0$ – базальқ түйінінің потенциалы 0-ге тең.

Түйін потенциалдары әдісін қолдана отырып, 2 түйіннің белгісіз потенциалы үшін теңдеу құрылады.

$$\varphi_2 \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5 + R_6} + \frac{1}{R_7 + R_8} \right) - \varphi_1 \frac{1}{R_5 + R_8} - \varphi_3 \frac{1}{R_7 + R_8} = -E_3 \frac{1}{R_3}$$

Деректерді енгізгеннен кейін

$$\varphi_2 (1 + 0,5 + 0,5) - 20 \cdot 0,5 - 5 \cdot 0,5 = -20 \cdot 1;$$

2 түйіннің потенциалы.

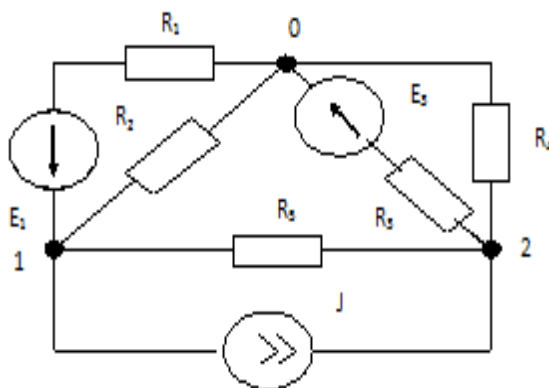
$$\varphi_2 = \frac{-20 + 10 + 2,5}{2} = \frac{-7,5}{2} = -3,75 \text{ В.}$$

Ом заңы бойынша

$$I_1 = \frac{\varphi_3 - \varphi_1 + E_1}{R_1} = \frac{5 - 20 + 30}{1} = \frac{15}{1} = 15 \text{ А.}$$

I_1 ток 3 түйіннен 1 түйінге бағытталады және E_1 ЭҚК-мен сәйкес келеді.

Есеп 9.4.2



9.19-сурет

2-ші түйіннің потенциалы $\varphi_2 = 30$ В болса, ток көзі $J = 2$ А, ЭҚК көзі $E_1 = 50$ В, барлық резисторлардың кедергісі $R_1 \dots R_5 = 2$ Ом болса, 0-ді негізгі түйін ретінде қабылдай отырып, 1-ші түйіннің потенциалын анықтаңыз.

Шешімі

$\varphi_0 = 0$ – базалық түйінінің потенциалы.

1 түйіннің белгісіз потенциалын анықтау үшін бір теңдеу құрылады, өйткені 0 және 2 түйіндерінің потенциалы белгілі

$$\varphi_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5} \right) - \varphi_2 \cdot \frac{1}{R_5} = E_1 \frac{1}{R_1} - J.$$

Деректерді ауыстырғаннан кейін аламыз

$$\varphi_1 \cdot 1.5 - 30 \frac{1}{2} = 50 \cdot \frac{1}{2} - 2,$$

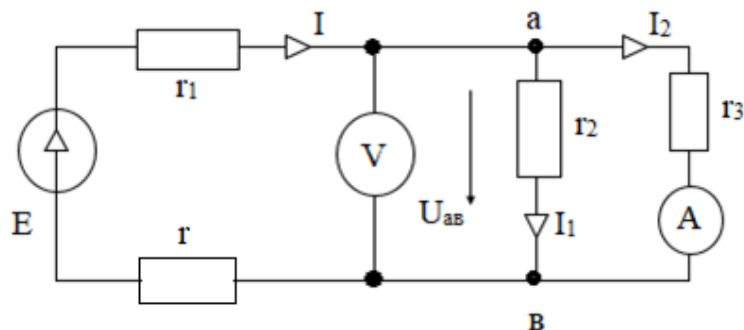
$$\varphi_1 = \frac{23+15}{1.5} = \frac{38}{1.5} = 25,33 \text{ В}.$$

Тармақтың ток көзімен өткізгіштігі $g_J = 0$ (J идеал ток көзінің ішкі кедергісі ∞).

9.5 Екі түйін әдісі

Есеп 9.5.1

Құрылғылардың көрсеткіштерін табыңыз, егер көздің ЭҚК-і $E = 50$ В болса; $r_1 = 10$ Ом; $r_2 = r_3 = 20$ Ом; $r = 15$ Ом.



9.20-сурет

Шешімі

Вольтметрмен өлшенетін «а» және «в» U_{ab} түйіндерінің арасындағы кернеуді екі түйін әдісі арқылы табамыз

$$U_{ab} = \frac{Eg_1}{g_1 + g_2 + g_3};$$

мұнда, 1-тармақтың өткізгіштігі

$$g_1 = \frac{1}{r_1 + r} = \frac{1}{10 + 15} = 0,04 \text{ См};$$

2-тармақтың өткізгіштігі

$$g_2 = \frac{1}{r_2} = \frac{1}{20} = 0,05 \text{ См / См};$$

3-тармақтың өткізгіштігі

$$g_3 = \frac{1}{r_3} = \frac{1}{20} = 0,05 \text{ См / См}.$$

Деректерді ауыстырғаннан кейін аламыз

$$U_{ab} = \frac{50 \cdot 0,04}{0,04 + 0,05 + 0,05} = \frac{2}{0,14} = 14,3 \text{ В.}$$

Вольтметрдің көрсеткіші

$$U_V = 14,3 \text{ В.}$$

Амперметрдің көрсеткіші Ом заңы бойынша екінші тармақтың ток күші

$$I_2 = I_A = \frac{U_{ab}}{r_3} = \frac{14,3}{20} = 0,715 \text{ А.}$$

Бірінші (жалпы) тармақтың тогы

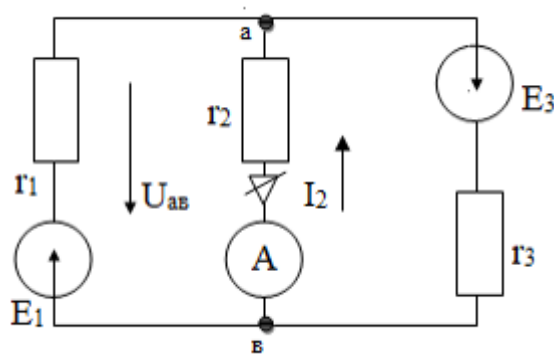
$$I = \frac{E - U_{ab}}{r_1 + r} = \frac{35,7}{25} = 1,43 \text{ А}$$

r_2 резисторы бар тармақ тогы

$$I_1 = \frac{U_{ab}}{r_2} = \frac{14,3}{20} = 0,715 \text{ А.}$$

Есеп 9.5.2

Амперметрдің көрсеткішін анықтаңыз, егер $E_1 = 30 \text{ В}$; $r_1 = 10 \text{ Ом}$; $r_2 = 5 \text{ Ом}$; $r_3 = 2 \text{ Ом}$; $E_3 = 20 \text{ В}$



9.21-сурет

Шешімі

Екі түйін әдісі бойынша $U_{ав}$ кернеуі формула бойынша есептеледі

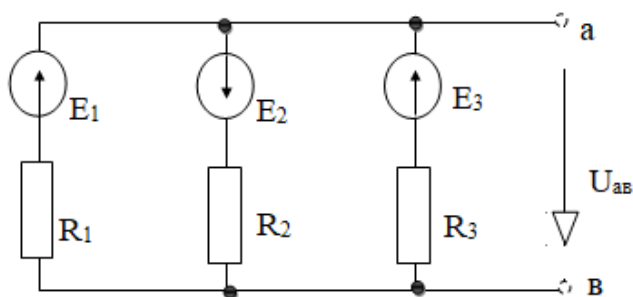
$$U_{ав} = \frac{E_1 g_1 - E_3 g_3}{g_1 + g_2 + g_3} = \frac{\frac{30}{10} - \frac{20}{2}}{0,1 + 0,2 + 0,5} = \frac{-7}{0,8} = -8,75 \text{ B / V.}$$

Ом заңы қолданыстағы I_2

$$I_2 = \frac{U_{ав}}{r_2} = \frac{-8,75}{5} = -1,75 \text{ A.}$$

I_2 токтың нақты бағыты таңдалған токқа қарама-қарсы.

Есеп 9.5.3



9.22-сурет

Егер ЭҚК көзі болса, U_{ab} кернеуін екі түйін әдісімен анықтаңыз;
 $E_1=30\text{ В}$; $E_2= 20\text{ В}$; $E_3 = 10\text{ В}$; $R_1=R_2=R_3=10\text{ Ом}$.

Шешімі

Тоқтың өткізгіштігі

$$g_1 = g_2 = g_3 = \frac{1}{R_1} = 0,1\text{ См.}$$

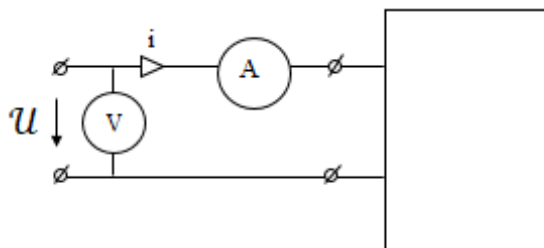
Екі «а» және «в» түйіндерінің арасындағы кернеу

$$U_{ab} = \frac{g_1 E_1 - E_2 g_2 + E_3 g_3}{g_1 + g_2 + g_3} = \frac{3 - 2 + 1}{0,3} = \frac{2}{0,3} = 6,67\text{ В.}$$

10 Бірфазалы синусоидалы токтың сызықтық электр тізбектері

10.1 Негізгі түсініктер

Есеп 10.1.1



10.1-сурет

Екі терминалды желі кірісіндегі лездік кернеулер мен токтар

$$u = 200 \sin(628t + 30^\circ);$$

$$i = 10 \sin(628t + 60^\circ).$$

Табыңыз: 1) жылу жүйесі құрылғыларының көрсеткіштерін; 2) бұрыштық жиілік ω ; 3) f жиілігі; 4) T периоды; 5) кернеу және ток фазасы; 6) кернеу мен токтың бастапқы фазасы.

Шешімі

1) Аспап оқулары - нақты мәндер:

- кернеу

$$U_v = U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{200}{1,41} = 141,8 \text{ В/В};$$

ТОКТЫҢ

$$I_A = I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7,1 \text{ А};$$

2) бұрыш жиілігі

$$\omega = 2\pi f = 628 \text{ с}^{-1}/\text{с}^{-1};$$

3) жиілік

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 100 \text{ Гц/Гц};$$

4) период

$$T = \frac{1}{f} = 0,01 \text{ c/s};$$

5) фазасы:

- кернеу $(\omega t + 30^0)$;

- ток $(628t + 60^0)$;

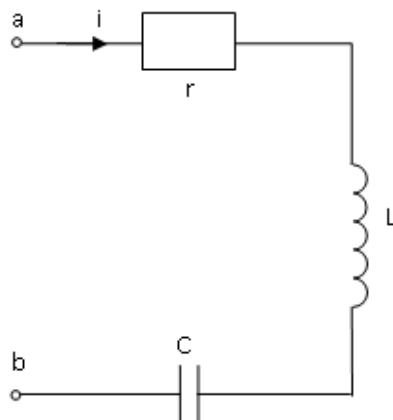
б) бастапқы фаза:

- кернеу 30^0 ;

- ток 60^0 .

Есеп 10.1.2

$i = 6 \sin (\omega t + 20^0)$ тізбегінің тогы, u_r ; u_L ; u_C элементтеріндегі кернеудің лездік мәндерін табыңыз; егер $r = x_L = x_C = 10$ Ом болса.



10.2-сурет

Шешімі

Лездік кернеулер тиісінше, резисторда, индуктивтілікте, сыйымдылықтарда формулалар анықталады

$$u_r = 60 \sin (\omega t + 20^0);$$

$$u_L = 60 \sin (\omega t + 20^0 + 90^0) = 60 \sin (\omega t + 110^0);$$

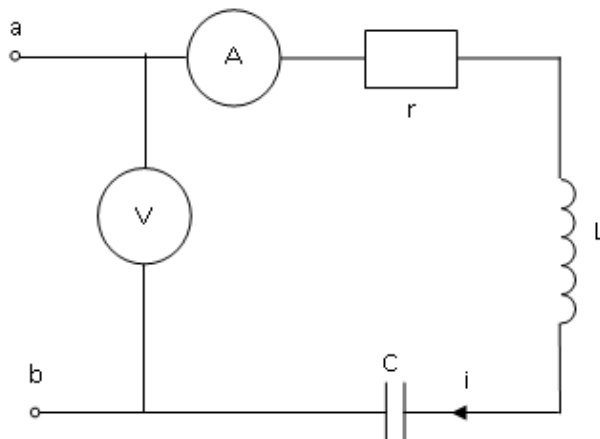
$$u_C = 60 \sin (\omega t + 20^0 - 90^0) = 60 \sin (\omega t - 70^0).$$

Резистордағы кернеу (белсенді кедергі) r фазада токпен сәйкес келеді. Кернеу индуктивтілік L токтан 90° алда. C конденсаторындағы кернеу токтан 90° артта қалады.

10.2 Тізбекті кешенді есептеу

Есеп 10.2.1

Көздің кернеудің лездік мәні $u=100\sin(\omega t+30^\circ)$.



10.3-сурет

Электр тізбегінің лездік тогын, егер болса, электромагниттік жүйе құрылғыларының көрсеткіштерін табыңыз. $R = 12 \text{ Ом}$; $x_L = 10 \text{ Ом}$; $x_C = 26 \text{ Ом}$.

Шешімі

Кешенді тізбек кедергісі

$$\underline{Z} = r + j(X_L - X_C) = 12 - j16 = 20 \angle -53^\circ \text{ Ом.}$$

Кешенді түрдегі көздің қолданыстағы кернеуі

$$\underline{U} = \frac{100}{\sqrt{2}} e^{j30^\circ} = 70,9 \angle 30^\circ \text{ В.}$$

Ом заңы бойынша тізбек тогының кешенді әрекет етуші мәні

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{70,9 e^{j30^\circ}}{20 e^{-j53^\circ}} = 3,55 e^{j83^\circ} \text{ А.}$$

Электр тізбегінің лездік мәні

$$i = \sqrt{2} \cdot 3.55 \sin(\omega t + 83^\circ) = 5 \sin(\omega t + 83^\circ).$$

Құрылғы көрсеткіштері

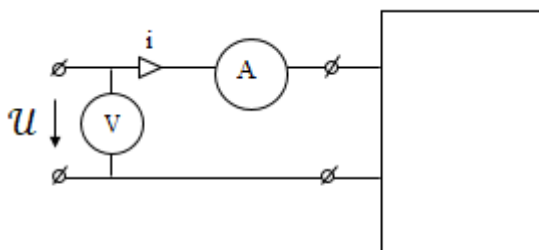
$$U = 71 \text{ В}; I = 3,55 \text{ А}.$$

Кернеу мен тізбек тогы арасындағы фазалық ығысу бұрышы

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 30^\circ - 83^\circ = -53^\circ < 0.$$

Сондықтан тізбек белсенді сыйымдылықты сипатқа ие.

Есеп 10.2.2



10.4-сурет

Қос полюстің кірісіндегі лездік кернеулер мен ток

$$u = 200 \sin(628t + 30^\circ); \quad i = 10 \sin(628t + 60^\circ).$$

Табу: 1) \underline{U}_m кернеуінің, \underline{I}_m тогының комплексті амплитудалық мәндері; 2) \underline{U} , \underline{I} кешенді әсер етуші мәндері; 3) электродинамикалық жүйе аспаптарының көрсеткіштері.

Шешімі

1) комплексті амплитудалық мәндері
- кернеудің

$$\underline{U}_m = 200 e^{j30^\circ} \text{ В/В};$$

- токтың

$$\underline{I}_m = 10 e^{j60^\circ} \text{ А}.$$

2) Кешенді қолданыстағы мәндер:

- кернеу

$$\underline{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j30^\circ} = 141,8 \angle 30^\circ \text{ В/В};$$

- ток

$$\underline{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j60^\circ} = 7,1 \angle 60^\circ \text{ А.}$$

Құрылғы көрсеткіштері

$$U = 141.8 \text{ В}; I = 7.1 \text{ А.}$$

Есеп 10.2.3



10.5-сурет

Егер тізбектің лездік кернеуі $u = 141 \sin(\omega t + 30^\circ)$, ал $X_L = 25 \text{ Ом}$, $X_C = 35 \text{ Ом}$ тізбек элементтерінің кедергісіне тең болса, тізбектің күрделі белсенді тогын табыңыз.

Шешімі

Кешенді жұмыс істейтін тізбек кернеуі $\underline{U} = 100e^{j30^\circ} \text{ В}$.

Кешенді тізбек кедергісі

$$\underline{Z} = jX_L - jX_C = -j 10 \text{ Ом.}$$

Ом заңы бойынша кешенді әрекет ететін ток

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{100e^{j30^\circ}}{10e^{-j90^\circ}} = 10e^{j120^\circ} \text{ А.}$$

Лездік ток

$$i = \sqrt{2} 10 \sin(\omega t + 120^\circ) = 14,1 \sin(\omega t + 120^\circ)$$

Есеп 10.2.4



10.6-сурет

Егер тізбек элементтерінің кедергісі $X_L = 8 \text{ Ом}$, $X_C = 12 \text{ Ом}$, $r = 3 \text{ Ом}$.

Тізбектің \underline{Z} комплекстік кедергісін табыңыз

Алгебралық және көрсеткіштік формаларда Z жазыңыз.

Шешімі

Кешенді тізбек кедергісі

$$\underline{Z} = r + jX_L - jX_C = r + j(X_L - X_C) = 3 + j(8 - 12) = 3 - j4 = 5e^{-j53^\circ} \text{ Ом/Ohm.}$$

$\underline{Z} = 3 - j4$, Ом – кешендік мәнін жазудың алгебралық формасы.

$\underline{Z} = 5e^{-j53^\circ}$ Ом – кешендік мәнін жазудың көрсеткіштік формасы.

Есеп 10.2.5



10.7-сурет

Егер тізбектің лездік тогы $i = \sin(\omega t + 60^\circ)$, болса, ал $r = 4 \text{ Ом}$, $X_L = 10 \text{ Ом}$, $X_C = 6 \text{ Ом}$ тізбек элементтерінің кедергісінің мәндері болғанда, тізбектің кернеуінің белсенді мәнінің кешенін анықтаңыз.

Шешімі

Токтың қолданыстағы кешенді мәні

$$\underline{I} = 2,83e^{j60^\circ} \text{ А.}$$

Кешенді тізбек кедергісі

$$\underline{Z} = r + j(X_L - jX_C) = 4 + j4 = 4\sqrt{2}e^{j45^\circ} = 5,64e^{j45^\circ} \text{ Ом.}$$

Ом заңы бойынша тізбектің қолданыстағы кешенді кернеуі

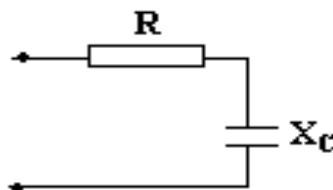
$$\underline{U} = \underline{Z}\underline{I} = 16e^{j105^\circ} \text{ В/V.}$$

Тізбектің кернеу мен ток арасындағы ығысу бұрышы

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 105^\circ - 60^\circ = 45^\circ > 0.$$

Сондықтан тізбек активті-индуктивті сипатқа ие.

Есеп 10.2.6



10.8-сурет

Егер тізбектің лездік кернеуі тең болса мәні белгіліде, тізбектің ағымдағы мәнінің кешенді түрін табыңыз $u = 50\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ)$, кедергілер $R = 30$ Ом, $X_C = 40$ Ом.

Шешімі

Тізбектің кернеуінің белсенді кешенді мәні

$$\underline{U} = 50e^{j30^\circ} \text{ В.}$$

Кешенді тізбек кедергісі

$$\underline{Z} = r - jX_C = 30 - j40 = 50e^{-j53^\circ} \text{ Ом / Ohm.}$$

Ом заңына сәйкес қолданыстағы ток тізбегі кешені

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{50e^{j30^\circ}}{50e^{-j53^\circ}} = 1e^{j83^\circ} \text{ А.}$$

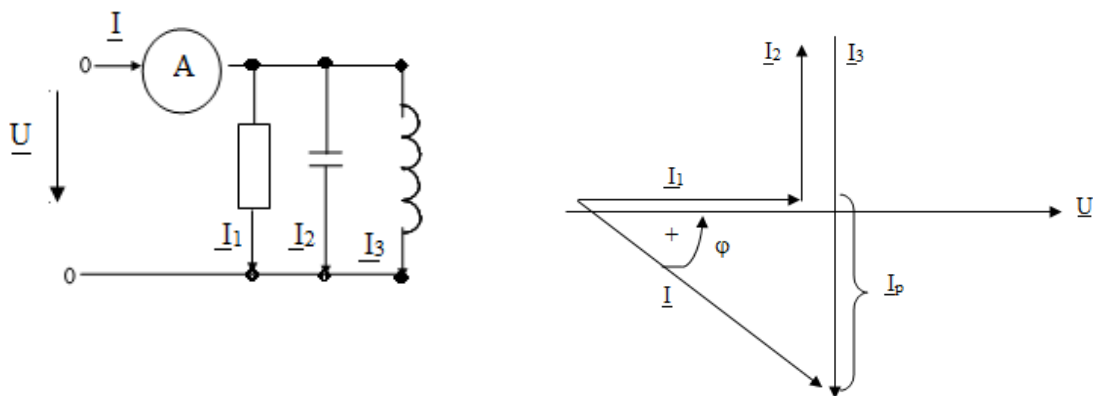
Кернеу мен ток арасындағы фазалық ығысу бұрышы

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 30^\circ - 83^\circ = -53^\circ.$$

Тізбек активті-сыйымдылық сипатына ие.

10.3 Параллельді тізбекте кешенді түрін есептеу

Есеп 10.3.1



10.8-сурет

Берілген: $I_1 = 10 \text{ A}$; $I_2 = 15 \text{ A}$; $I_3 = 20 \text{ A}$. Амперметрдің көрсеткішін табыңыз.

Шешімі

Тармақ токтарының нақты мәндері берілген, сондықтан мәселе күрделі болғандықтан кернеу векторына қатысты және формула бойынша токтардың векторлық диаграммасын (ВД) құру арқылы шешіледі

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$$

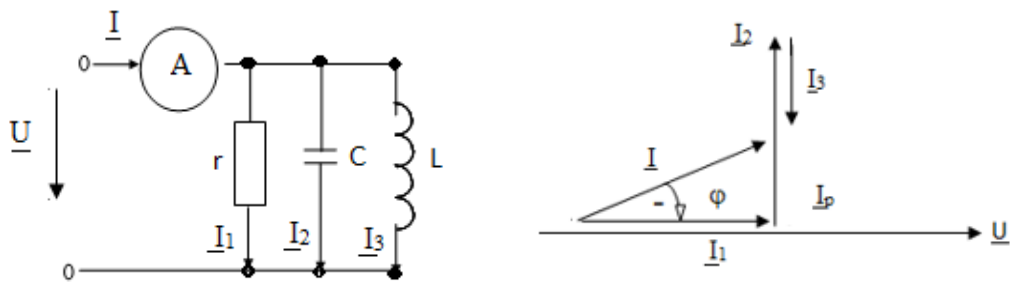
Кешенді реактивті ток

$$\underline{I}_p = \underline{I}_2 + \underline{I}_3$$

Осы векторлық диаграммадан түйінделеді

$$I = I_A = \sqrt{I_1^2 + (I_3 - I_2)^2} = \sqrt{10^2 + (20 - 15)^2} = \sqrt{125} = 11,2 \text{ A}$$

Есеп 10.3.2



10.9-сурет

Берілгені: $I_1 = 15\text{A}$; $I_2 = 25\text{A}$; $I_3 = 10\text{A}$. Амперметрдің көрсеткішін табыңыз.

Шешімі

ВД-дан амперметрдің көрсеткіші мынадай формула бойынша есептеледі

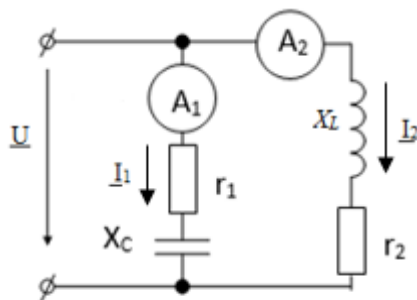
$$I = I_A = \sqrt{I_1^2 + I_p^2} = \sqrt{I_1^2 + (I_2 - I_3)^2} = \sqrt{15^2 + 15^2} = 21,2 \text{ A}$$

мұнда

$$I_p = I_2 - I_3 = 15 \text{ A}$$

реактивті токтың нақты мәні.

Есеп 10.3.3



10.10-сурет

Берілгені: $\underline{U} = 100 e^{j47^\circ} \text{ В}$; $r_1 = r_2 = X_C = 10 \text{ Ом}$; $X_L = 20 \text{ Ом}$. Амперметрлердің көрсеткіштерін табыңыз.

Шешімі

Екі тармақтың параллель қосылуымен кернеу осы тармақтарда бірдей болады. Ом заңы бойынша біз филиалдардың күрделі токтарын кешенді түрде анықтаймыз

$$\underline{I_1} = \frac{U}{Z_1} = \frac{U}{r_1 - jx_c} = \frac{100e^{j47^\circ}}{10 - j10} = \frac{100e^{j47^\circ}}{14,1e^{-j45^\circ}} = 7,1e^{j92^\circ} \text{ A.}$$

$$\underline{I_2} = \frac{U}{Z_2} = \frac{U}{r_2 + jx_{L2}} = \frac{100e^{j47^\circ}}{10 + j20} = \frac{100e^{j47^\circ}}{22,36e^{j63^\circ}} = 4,5e^{-j16^\circ} \text{ A.}$$

Амперметр көрсеткіші

$$I_1 = 7,1 \text{ A}; I_2 = 4,5 \text{ A.}$$

Амперметрлердің көрсеткіштерін тармақтардың толық кедергісін қолдана отырып есептеуге болады

$$Z_1 = \sqrt{r_1^2 + X_c^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14,1 \text{ Ом,}$$

$$Z_2 = \sqrt{r_2^2 + X_L^2} = \sqrt{10^2 + 20^2} = 22,36 \text{ Ом.}$$

Ом заңы бойынша тармақтардың токтары (амперметрлер көрсеткіштері)

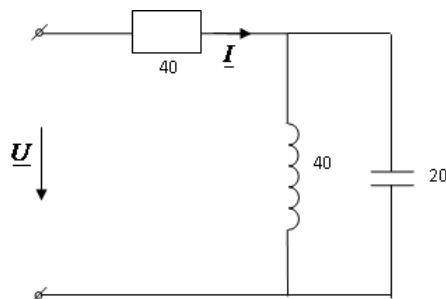
$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{100}{14,1} = 7,1 \text{ A;}$$

$$I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{100}{22,36} = 4,5 \text{ A.}$$

10.4 Аралас тізбекті кешенді есептеу

Есеп 10.4.1

Егер кернеу көзінің кешенді күрделі мәні $\underline{U} = 100 \angle 60^\circ$ В болса жалпы тармақтың ток кешенін анықтау.



10.11-сурет

Шешімі

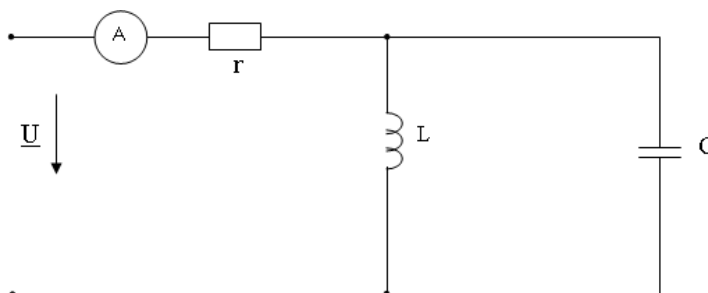
Аралас қосылыстағы тізбектің күрделі кедергісі

$$\begin{aligned}\underline{Z} &= r + \frac{jx_L(-jx_C)}{jx_L - x_C} = 40 + \frac{j40(-j20)}{j40 - j20} = 40 + \frac{800}{j20} = 40 - j40 = \\ &= 40\sqrt{2}e^{-j45^\circ} \text{ Ом} = 56,4 \angle -45^\circ \text{ Ом}.\end{aligned}$$

Ом заңы бойынша ток кешенді түрде

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{100e^{j60^\circ}}{56,4e^{-j45^\circ}} = 1,77 \angle 105^\circ \text{ А}.$$

Есеп 10.4.2



10.12-сурет

Амперметр көрсеткішін табу. Берілгені: $\underline{U} = 10 \text{ В}$;
 $r = X_C = 10 \text{ Ом/Ohm}$; $X_L = 20 \text{ Ом}$.

Шешімі

Элементтердің аралас қосылуындағы тізбектің күрделі кедергісі:

$$\underline{Z} = r + \frac{jX_L(-jX_C)}{jX_L - jX_C} = 10 + \frac{20 \cdot 10}{j(20 - 10)} = 10 - j20 = 22,4e^{-j63^\circ} \text{ Ом} =$$

$$= 22,4 \angle -63^\circ \text{ Ом}$$

Жалпы тармақтың тоғын өлшейтін амперметрдің көрсеткіші қолданыстағы мәндер үшін Ом заңымен анықталады:

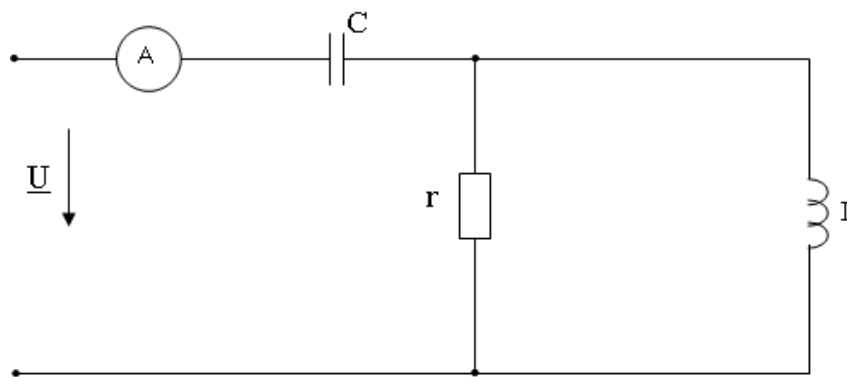
$$I = I_A = \frac{U}{Z} = \frac{10}{22,4} = 0,45 \text{ А}$$

Ескерту

$$j = \sqrt{-1}; j^2 = -1$$

Есеп 10.4.3

Амперметр көрсеткішін табу. Берілгені: $\underline{U} = 40 \text{ В/V}$;
 $r = X_C = X_L = 10 \text{ Ом/Ohm}$.



10.13-сурет

Шешімі

$$\begin{aligned}\underline{Z} &= -jX_C + \frac{r(jX_L)}{r + jX_L} = -j10 + \frac{10 \cdot 10e^{j90^\circ}}{10 + j10} = -j10 + \frac{100e^{j90^\circ}}{10\sqrt{2}e^{j45^\circ}} = \\ &= -j10 + 7,1e^{j45^\circ} = -j10 + 5 + j5 = 5 - j5 \\ &= 7,1\angle -45^\circ \text{ Ом/ Ohm}\end{aligned}$$

Ом заңы бойынша қолданыстағы мәндерге арналған жалпы тармақ тогы (амперметр көрсеткіші):

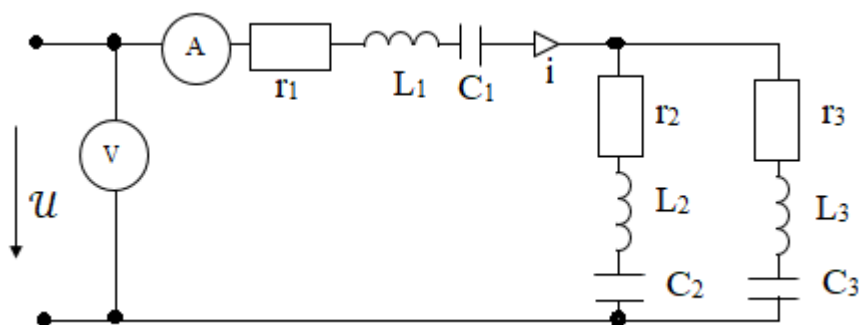
$$I = \frac{U}{Z} = \frac{40}{7,1} = 5,63 \text{ A}$$

Ескерту:

$$j = e^{j90^\circ}; -j = e^{-j90^\circ}$$

Есеп 10.4.4

Кернеу көзі $U = 100\sin(\omega t + 45^\circ)$; схема элементтерінің параметрлері $r_1 = 5 \text{ Ом}$; $r_2 = 10 \text{ Ом}$; $r_3 = 15 \text{ Ом}$; $X_{L1} = X_{C3} = 20 \text{ Ом}$; $X_{L2} = X_{C1} = 15 \text{ Ом}$; $X_{L3} = X_{C2} = 25 \text{ Ом}$. Жылу жүйесі құрылғыларының көрсеткіштерін және I тізбектің лездік тогын табыңыз.



10.14-сурет

Шешімі

Көздің қолданыстағы кернеу кешені

$$\underline{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_u} = \frac{100}{1,41} e^{j45^\circ} = 71e^{j45^\circ} \text{ B.}$$

Кешенді тізбек кедергісі

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= r_1 + j(x_{L1} - x_{C1}) + \frac{[r_2 + j(x_{L2} - x_{C2})][r_3 + j(x_{L3} - x_{C3})]}{r_2 + r_3 + j(x_{L2} + x_{L3} - x_{C2} - x_{C3})} = 5 + j5 + \\ &\frac{(10 - j10)(15 + j5)}{25 - j5} = 5 + j5 + \frac{14,14e^{-j45^\circ} \cdot 15,81e^{j18^\circ}}{25,495e^{-j11^\circ}} = 5 + j5 + \frac{223,55e^{-j27^\circ}}{25,495e^{-j11^\circ}} + \\ &5 + j5 + 8,77e^{-j16^\circ} = 5 + j5 + 8,43 - j2,42 = 13,43 + j2,58 = \\ &13,68e^{j11^\circ} \text{ Ом} / \end{aligned}$$

Электр тізбегінің ағымдағы кешенді мәні

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{71e^{j45^\circ}}{13,68e^{j11^\circ}} = 5,19e^{j34^\circ} \text{ A.}$$

Лездік ток

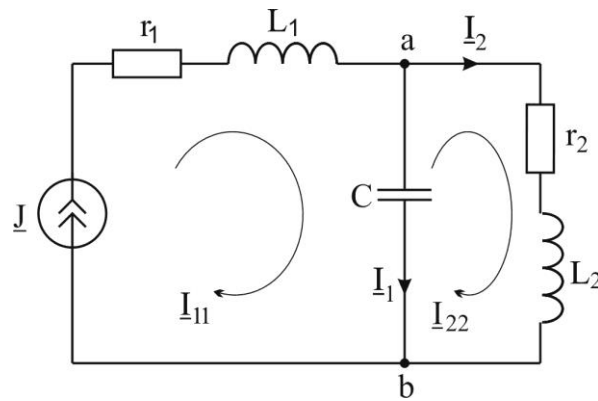
$$i = \sqrt{2} \cdot 5,19 \sin(\omega t + 34^\circ) = 7,32 \sin(\omega t + 34^\circ).$$

Құрылғы көрсеткіштері

$$U_V = U = 71 \text{ B/V}; I_A = I = 5,2 \text{ A.}$$

10.5 Кешендік түрдегі контурлы токтар әдісі

Есеп 10.5.1



10.15-сурет

Берілгені: $\underline{J} = 10 \text{ A}$; $r_1 = 2 \text{ Ом}$; $r_2 = 10 \text{ Ом}$; $x_{L1} = 26 \text{ Ом}$; $x_{L2} = 10 \text{ Ом}$; $x_C = 10 \text{ Ом}$.

КТӨ тармақтағы токтарды анықтау.

Шешімі

Контурларды таңдап, контурлық токтардың бағытын көрсетіңіз. Бір тізбек тогы белгілі және ток көзінің тогына тең

$$\underline{I}_{11} = \underline{J} = 10 \text{ A.}$$

Екінші тізбек үшін теңдеуді құрамыз

$$(r_2 + jx_{L2} - jx_C) \cdot \underline{I}_{22} - (-jx_C) \cdot \underline{I}_{11} = 0.$$

Деректерді орнына қойғаннан кейін біз аламыз:

$$(10 + j10 - j10) \cdot \underline{I}_{22} - (-j10) \cdot 10 = 0;$$

$$10 \cdot \underline{I}_{22} = j100;$$

$$\underline{I}_{22} = -\frac{j100}{10} = -j10 = 10e^{-j90^\circ} \text{ A.}$$

Бірінші тармақтағы кешендік токтың нақты мәні

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{11} - \underline{I}_{22} = 10 + j10 = 10\sqrt{2}e^{j45^\circ} = 14,14e^{j45^\circ} \text{ A.}$$

$I_1 = 14,14 \text{ A}$ – токтың әсер етуші мәні (амперметр көрсеткіші).

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{22} = 10e^{-j90^\circ} \text{ A;}$$

- екінші тармақтағы кешендік токтың нақты мәні.

$I_2 = 10 \text{ A}$ – токтың әсер етуші мәні (амперметр көрсеткіші).

10.6 Бір фазалы синусоидалы ток тізбегінің қуаты

Есеп 10.6.1

10.4.4 есебінің шешіміне сәйкес тізбектің күрделі, толық, белсенді және реактивті қуатын есептеңіз.

Шешімі

Қолданыстағы мәндер кешені:

- тізбектің кернеуі

$$\underline{U} = 71e^{j45^\circ} \text{ B/V};$$

- ток тізбегі

$$I = 5,19e^{j34^\circ} \text{ A.}$$

Кешенді қуат – ол күрделі жұмыс кернеуінің (ЭҚК) токтың біріктірілген кешеніне көбейтіндісі ретінде есептеледі

$$\tilde{S} = \underline{U} \underline{I}^* = 71e^{j45^\circ} \cdot 5,19e^{-j34^\circ} = 368,5e^{j11^\circ} \text{ BA.}$$

Толық қуат-бұл күрделі қуат модулі (ағымдағы және кернеу мәндерінің көбейтіндісі)

$$S = UI = 71 \cdot 5,19 = 368,5 \text{ BA.}$$

Белсенді қуат формула бойынша анықталады

$$P = UI \cos \varphi = 71 \cdot 5,19 \cos(45^\circ - 34^\circ) = 361,7 \text{ Вт.}$$

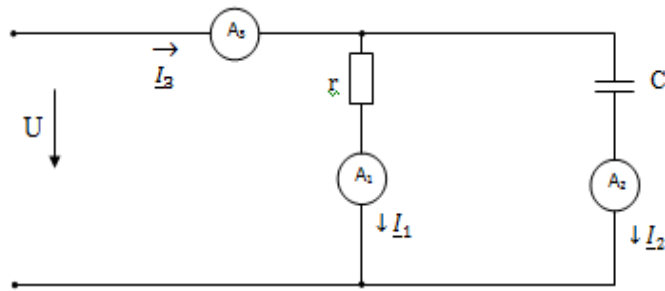
Реактивті қуат формула бойынша есептеледі

$$Q = UI \sin \varphi = 71 \cdot 5,19 \sin(45^\circ - 34^\circ) = 70,3 \text{ вар.}$$

Есеп 10.6.2

Амперметрлердің көрсеткіштерін және қабылдағыштардың толық қуатын табыңыз. Берілгені:

$$U = 20 \text{ В}; r = 10 \text{ Ом}; X_C = 20 \text{ Ом/Ohm.}$$



10.16-сурет

Амперметрлердің көрсеткіштерін және қабылдағыштардың толық қуатын табыңыз. Берілгені:

$$U = 20 \text{ В}; r = 10 \text{ Ом}; X_C = 20 \text{ Ом/Ohm}.$$

Шешімі

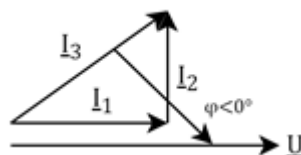
Параллель тармақтардың токтары Ом заңына сәйкес есептеледі

$$I_1 = \frac{U}{r} = \frac{20}{10} = 2 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{U}{X_C} = \frac{20}{20} = 1 \text{ А}$$

Жалпы тармақ тогы I_3 формула бойынша векторлық диаграмма арқылы анықталады:

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2$$



10.17 - сурет

$$I_3 = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = \sqrt{5} = 2,24 \text{ А}$$

Қабылдағыштардың қуаты:

- белсенді

$$P_{\text{пр}} = rI_1^2 = 10 \cdot 2^2 = 40 \text{ Вт/Вт};$$

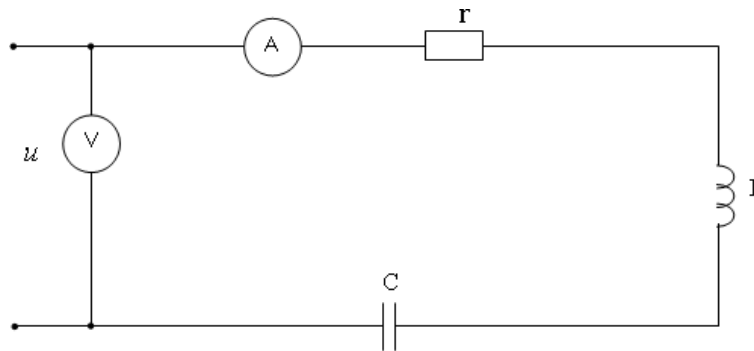
- СЫЙЫМДЫЛЫҚТЫ

$$Q_{\text{пр}} = Q_c = -X_c I_2^2 = -20 \cdot 1^2 = -20 \text{ вар.}$$

- ТОЛЫҚ

$$S = \sqrt{P_{\text{пр}}^2 + Q_{\text{пр}}^2} = \sqrt{40^2 + 20^2} = 44,7 \text{ ВА /VA}$$

Есеп 10.6.3



10.18-сурет

Құрылғылардың көрсеткіштерін табыңыз және қабылдағыштар мен \tilde{S} көзінің күрделі қуатының балансын есептеңіз. Берілгені:

$$u = 100 \sin(500t - 60^\circ); r = 20 \text{ Ом}; L = 50 \text{ мГн}; C = 40 \text{ мкФ.}$$

Шешімі

Кешенді белсенді кернеу көзі:

$$\underline{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_u} = \frac{100}{1,41} e^{-j60^\circ} = 71 \angle -60^\circ \text{ В/V.}$$

Реактивті кедергілер:

- индуктивті

$$X_L = \omega L = 500 \cdot 0,05 = 25 \text{ Ом};$$

- СЫЙЫМДЫЛЫҚ

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{500 \cdot 40 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^3}{20} = 50 \text{ Ом}/\text{Ohm}$$

Кешенді тізбек кедергісі:

$$\underline{Z} = r + jX_L - jX_C = 20 + j25 - j50 = 20 - j25 = 32 \angle -51^\circ \text{ Ом}$$

Ом заңына сәйкес қолданыстағы ток тізбегі кешені:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{71 e^{-j60^\circ}}{31 e^{-j51^\circ}} = 2,22 \angle -9^\circ \text{ А.}$$

Кешенді қуат көзі:

$$\begin{aligned} \check{S}_{\text{коз}} &= \underline{U} \dot{I} = 71 e^{-j60^\circ} \cdot 2,22 e^{j9^\circ} = 157,62 e^{-j51^\circ} = 99,2 - j122,5 = \\ &P_{\text{коз}} - jQ_{\text{коз}} \end{aligned}$$

Қабылдағыштың қуаты:

- белсенді

$$P_{\text{каб}} = r I^2 = 20 \cdot 2,22^2 = 98,6 \text{ Вт} / \text{Vt}$$

- реактивті

$$\begin{aligned} Q_{\text{каб}} &= Q_L - Q_C = X_L I^2 - X_C I^2 = (X_L - X_C) I^2 = -25 \cdot 2,22^2 = \\ &= -123,2 \text{ вар} / \text{var} \end{aligned}$$

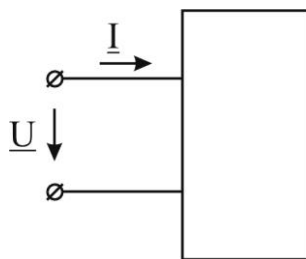
Құрылғы көрсеткіштері:

$$U = U_V = 71 \text{ В}; I = I_A = 2,22 \text{ А}$$

Есеп 10.6.4

Кернеудің күрделі белсенді мәндері берілген $\underline{U} = 100 + j70 \text{ В}$;
тогі $\underline{I} = 1 + j1 \text{ А}$.

Қос полюстің кірісінде. Күрделі қарсылық пен тізбектің қуатын табыңыз.



10.19-сурет

Шешімі

Ом заңы бойынша пассивті биполярдың кешені түрдегі кіріс кедергісі

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{100 + j70}{1 + j1} = \frac{122,07e^{j35^\circ}}{1,41e^{j45^\circ}} = 86,57e^{-j10^\circ} \text{ Ом.}$$

Кешенді тізбек қуаты

$$\tilde{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = 122,07e^{j35^\circ} \cdot 1,41e^{-j45^\circ} = 172,12e^{-j10^\circ} = 169,51 - j29,89, \text{ ВА.}$$

- кернеу көзі кешені

$$\underline{U} = 100 + j70 = 122,07e^{j35^\circ} \text{ В;}$$

- ток көзінің кешені

$$\underline{I} = 1 + j1 = 1,41e^{j45^\circ} \text{ А;}$$

- ток көзінің байланысқан кешені

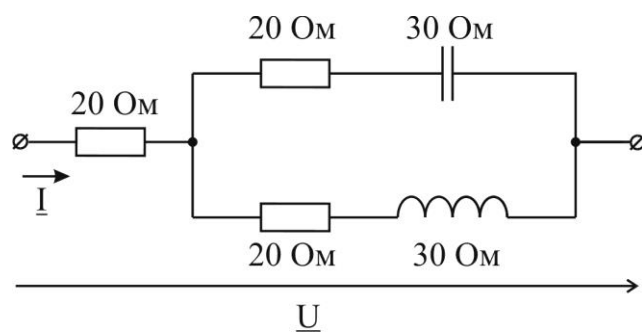
$$\underline{I}^* = 1,41e^{-j45^\circ} \text{ А.}$$

Есеп 10.6.5

Берілгені:

$$\underline{U} = 100e^{j30^\circ} \text{ В; } r_1 = r_2 = r_3 = 20 \text{ Ом; } x_L = 30 \text{ Ом; } x_C = 30 \text{ Ом.}$$

Активті, реактивті, күрделі және толық электр тізбегін табыңыз.



10.20-сурет

Шешімі

Ом заңы бойынша тізбектің күрделі тогын кешенді түрде анықтаймыз

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{\text{вх}}} = \frac{100e^{j30^\circ}}{20 + \frac{(20 - j30)(20 + j30)}{20 + 20 + j30 - j30}} = \frac{100e^{j30^\circ}}{20 + \frac{1300}{40}} = 1.9e^{j30^\circ} \text{ A.}$$

Кернеу мен ток арасындағы фазалық ығысу бұрышы

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 30^\circ - 30^\circ = 0^\circ.$$

Активті тізбек қуаты

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = 100 \cdot 1.9 = 190 \text{ Вт.}$$

Реактивті электр тізбегі

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = 0.$$

Толық және күрделі қуат белсенді қуатқа тең

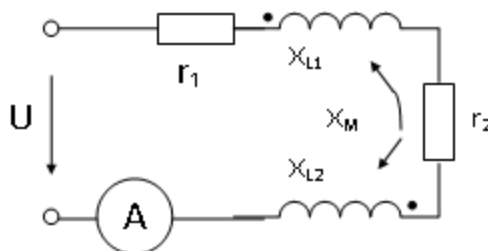
$$\tilde{S} = S = P = 190 \text{ ВА.}$$

10.7 Өзара индукция болған кездегі тізбектер

Есеп 10.7.1

Берілгені:

$\underline{U} = 75 e^{j45^\circ}$ В; $r_1 = 25$ Ом; $r_2 = 5$ Ом; $X_{L1} = 10$ Ом; $X_{L2} = 15$ Ом;
индуктивті байланыс коэффициенті $k = 0,65$.
Амперметр көрсеткішін табыңыз.



10.21-сурет

Шешімі

Өзара индукцияның кедергісін табыңыз

$$X_M = k\sqrt{X_{L1}X_{L2}} = 0.65\sqrt{150} \approx 8 \text{ Ом.}$$

Индуктивті байланысқан катушкалардың дауыссыз қосылуымен тізбекті тізбек берілген, сондықтан тізбектің күрделі кедергісі формула бойынша есептеледі

$$\underline{Z} = r_1 + r_2 + jX_{L1} + jX_{L2} + j2X_M = 25 + 5 + j(10 + 15 + 16) = 50,8 e^{j54^\circ} \text{ Ом}$$

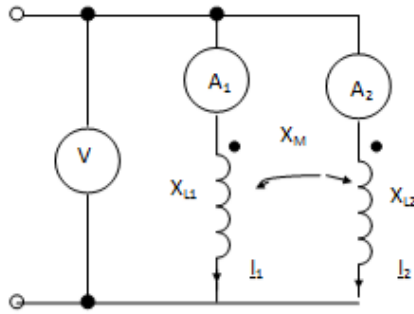
Кешенді түрдегі Ом заңына сәйкес тізбектің күрделі тогы

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{75 e^{j45^\circ}}{50,8 e^{j54^\circ}} = 1,48 e^{-j9^\circ} \text{ А.}$$

Амперметрдің көрсеткіші 1,5 А -ға тең.

Есеп 10.7.2

Егер амперметрлердің көрсеткіштері берілсе, вольтметрдің оқылуын анықтаңыз: бірінші - 10 А, екінші - 5 А, $X_{L1} = 20$ Ом, $X_M = 10$ Ом.



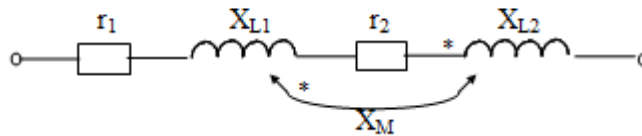
10.22-сурет

Шешімі

Индукторлардың қосылуын ескере отырып вольтметрдің көрсеткіші мына формула бойынша

$$U = X_{L1} I_1 + X_M I_2 = 200 + 50 = 250 \text{ В.}$$

Есеп 10.7.3



10.23-сурет

Берілгені: $\underline{U} = 100e^{-j60^\circ}$ В; $r_1 = 20$ Ом; $r_2 = 15$ Ом; $X_{L1} = 30$ Ом; $X_{L2} = 25$ Ом; $X_M = 20$ Ом. i тізбектің лездік тогын табыңыз.

Шешімі

Индуктивті байланысқан катушкалардың қарама-қарсы қосылуын ескере отырып, тізбектің күрделі кедергісі

$$\underline{Z} = r_1 + r_2 + jX_{L1} + jX_{L2} - 2jX_M = 35 + j35 = 49.35 \angle 45^\circ \text{ Ом.}$$

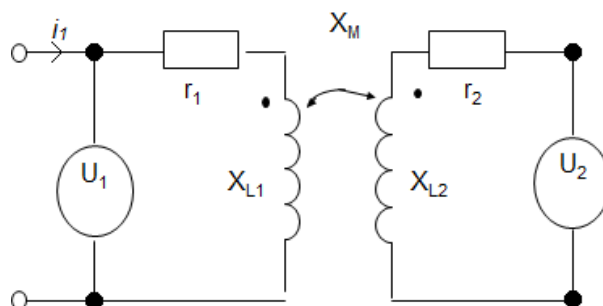
Кешенді түрдегі Ом заңына сәйкес тізбектің күрделі тогы

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{100e^{-j60^\circ}}{49.35e^{j45^\circ}} = 2.03e^{-j105^\circ} \text{ А.}$$

Лездік ток тізбегі

$$i = \sqrt{2} \cdot 2.03 \sin(\omega t - 105^\circ) = 2.86 \sin(\omega t - 105^\circ).$$

Есеп 10.7.4



10.24-сурет

Оқылымды анықтау әуе трансформаторының шығысындағы V_2 вольтметр, егер бастапқы ораманың қысқыштарындағы кернеу (көздің кернеуі) $U_{V1} = U_1 = 10$ В; бастапқы ораманың параметрлері $r_1 = 3$ Ом; $X_{L1} = 4$ Ом; өзара кедергі трансформатордың бастапқы және қайталама орамалар арасындағы индукция $X_M = 2$ Ом.

Шешімі

Ауа трансформаторы бос жұмыс режимінде жұмыс істейді, өйткені вольтметрдің кедергісі үлкен, пассивті тізбек элементтерінің кедергісі бірнеше тапсырыс бойынша көп. Сондықтан қайталама ораманың тогы нөлге тең; V_2 вольтметрі i_1 бастапқы орамасының айнымалы тоқымен екінші орамада индукцияланған E_{2M} өзара индукциясының ЭҚК өлшейді.

Ом заңына сәйкес бастапқы ораманың ағымдағы мәні

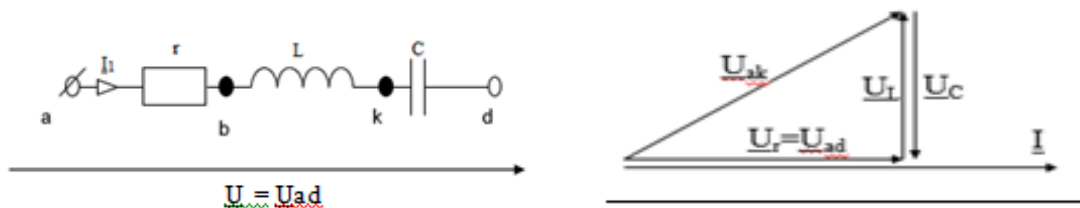
$$I_1 = \frac{U_1}{\sqrt{r_1^2 + X_{L1}^2}} = \frac{10}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{10}{5} = 2 \text{ A}.$$

V_2 вольтметримен өлшенетін E_{2M} өзара индукциясының ЭҚК мынадай формула бойынша есептеледі:

$$U_2 = E_{2M} = X_M I_1 = 2 \cdot 2 = 4 \text{ В/V}.$$

10.8 Резонанс режимдері

Есеп 10.8.1



10.25-сурет

Кернеудің резонанстық режиміндегі U_{ad} кернеуін табыңыз (КРР).

Берілген: $U_{ak} = 20 \text{ В}$; $U_{kd} = 12 \text{ В}$.

Шешімі

Мәселе КРР-де тізбектегі токтың күрделі векторына қатысты кернеулердің векторлық диаграммасын (ВД) құру арқылы шешіледі. КРР шарттарына сүйене отырып

$$X_L = X_C$$

L және C кернеулерінің белсенді мәндері бір-біріне тең екенін аламыз

$$U_L = U_C \text{ (схемада } U_{bk} = U_{kd}\text{)}.$$

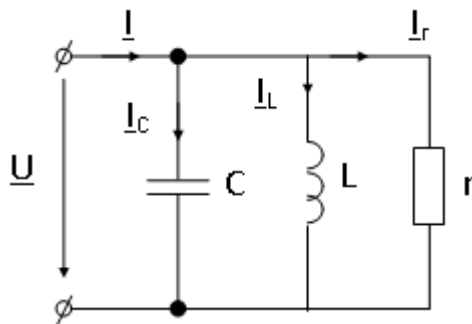
Бірақ U_L индуктивтілігінің және U_C сыйымдылығының күрделі векторлары антифазада (ВД қараңыз) және КРР-де бір-бірін өзара өтейді. Нәтижесінде тізбектің жалпы кернеуі резистордағы кернеуге тең r (КРР-де тізбек таза белсенді)

$$\underline{U} = \underline{U}_{ad} = \underline{U}_r = \underline{U}_{ab}.$$

ВД-дан КРР -дегі тізбектің жалпы кернеуі мынадай формула бойынша анықталады

$$U = U_{ad} = U_r = \sqrt{U_{ak}^2 - U_L^2} = \sqrt{U_{ak}^2 - U_{kd}^2} = 16 \text{ В}.$$

Есеп 10.8.2



10.26-сурет

Егер тармақтағы ток $I_C = 2$ А элементтердің кедергісі $r = 2$ Ом, $X_C = X_L = 5$ Ом болса, жалпы I тоқты анықтаңыз.

Шешімі

Индуктивтілік пен конденсатордың кедергісі сәйкесінше олардың өткізгіштігіне тең

$$b_L = b_C = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{X_C} = 0.2 \text{ См.}$$

Тізбекте токтың резонанстық режимі (РРТ) бар, сондықтан жалпы тармақтың тогы R резисторы бар тармақтың тогына тең

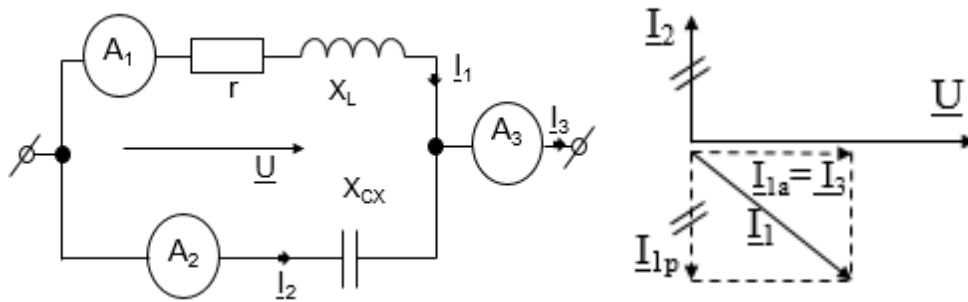
$$I = I_r = \frac{U}{r} = \frac{10}{2} = 5 \text{ А,}$$

көздің кернеуі мұнда

$$U = X_C * I_C = 5 * 2 = 10 \text{ В.}$$

Есеп 10.8.3

Егер РРТ схемасында болса, үшінші амперметрдің оқылуын табыңыз; бірінші амперметрдің оқылуы 10 А, екіншісі – 8А.



10.27-сурет

Шешімі

РРТ-да индуктивтілік пен конденсатордағы токтардың белсенді мәндері тең. Сондықтан шартты түрде I_1 бірінші тармағының күрделі тогын белсенді I_{1a} және реактивті $I_{1p} = I_2$ екі есептеу компоненттерінің күрделі (векторлық) қосындысы түрінде ұсынамыз (ВД қараңыз)

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{1a} + \underline{I}_{1p}.$$

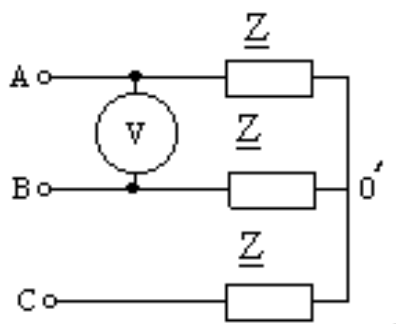
РРТ-да I_{1p} бірінші тогының реактивті компонентінің және $I_C = I_2$ екінші тармағының сыйымдылық тогының белсенді мәндері тең. Бірақ күрделі векторлар I_{1p} , $I_C = I_2$ антифазада болады және бір-бірін өзара өтейді (ВД қараңыз). Сондықтан I_3 жалпы тармағының тогы I_{1a} бірінші тогының белсенді компонентіне тең (РРТ таза активті тізбек болып саналады).

$$I_3 = I_{1a} = \sqrt{I_1^2 - I_2^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6A.$$

11 Үш фазалы синусоидалы токтың сызықты электр тізбектері

11.1 Жұлдызша қосылған кезде симметриялы үш фазалы тізбек

Есеп 11.1.1



11.1-сурет

Сызықтық токты анықтаныз, егер $U_v = 220$ В; $Z_A = Z_B = Z_C = 10$ Ом.

Бір фазаның және үш фазалы симметриялы тізбектің толық қуатын табыңыз.

Шешімі

Вольтметр сызықтық кернеуді өлшейді (вольтметр тармақтар (фазалар) арасында қосылады).

Сондықтан біз фазалық кернеуді табамыз (қабылдағыштың фазаларына кедергілер кіреді)

$$U_{\phi} = \frac{U_L}{\sqrt{3}} = \frac{220}{1,73} = 127 \text{ В.}$$

Жұлдызша қосылған кезде сызықтық ток фазалыққа тең болады (тармақ пен фаза тізбектей жалғанған)

$$I_{\phi} = I_L = \frac{U_{\phi}}{Z} = \frac{127}{10} = 12,7 \text{ А.}$$

Бір фазаның толық қуаты

$$S = U_{\phi} I_{\phi} = 127 \cdot 12,7 = 1612,9 \text{ ВА.}$$

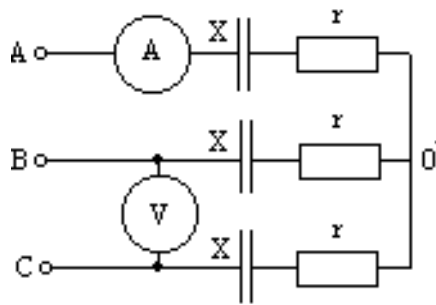
Үш фазалы тізбектің жалпы қуаты

$$S_{3\phi} = 3U_{\phi} I_{\phi} = 3 \cdot 1612,9 = 4,84 \text{ КВА.}$$

Симметриялы үшфазалы тізбектің толық қуаты

$$S_{3\phi} = \sqrt{3} U_{л} I_{л} = 1,73 \cdot 220 \cdot 12,7 = 4,83 \text{ КВА.}$$

Есеп 11.1.2



11.2-сурет

Вольтметрдің оқылуын табыңыз. Егер амперметрдің көрсеткіші $I_A = 2 \text{ А}$; $r = 60 \text{ Ом}$; $X_C = 80 \text{ Ом}$.

Шешімі

Амперметр фазалық токты өлшейді (тізбек фазасындағы ток), ол жұлдызша қосылған кезде сызықтыққа тең болады.

Ом заңы бойынша фазалық кернеудің (фазалық кернеудің ағымдағы мәнін есептейміз)

$$U_{\phi} = IZ = 2 \cdot 100 = 200 \text{ В,}$$

мұнда Z – фазаның толық кедергісі

$$Z = \sqrt{r^2 + X_C^2} = \sqrt{60^2 + 80^2} = 100 \text{ Ом.}$$

Вольтметр сызықтық кернеуді өлшейді

$$U_{л} = \sqrt{3} U_{\phi} = 1,73 \cdot 200 = 346 \text{ В.}$$

Есеп 11.1.3

Симметриялы үш фазалы тізбекте жұлдыз қосылған кезде С фазаның күрделі тогы

$$\underline{I}_C = 2 \angle -30^\circ \text{ A}$$

тең болады. А және В фазаларының күрделі токтарын табыңыз.

Шешімі

Симметриялы жұлдызда үш фазалы токтардың симметриялы жүйесі пайда болады (фазалық токтар бірдей, бірақ фазада бір – біріне қатысты $+120^\circ$ немесе -120° ауысады). С фазасының тогы А фазасының тогынан $+120^\circ$ асып түседі, осыны ескере отырып, А фазасының кешенді тогы С фазасының тогынан 120° -ға артта қалады

$$\underline{I}_A = 2 \angle -150^\circ \text{ A.}$$

В фазасының күрделі тогы А фазасының тогынан артта қалады -120° , яғни В фазасының тогы болады

$$\underline{I}_B = 2 \angle -270^\circ \text{ A} = 2 \angle 90^\circ \text{ A.}$$

11.2 Жұлдызша қосылған кезде симметриялық емес үш фазалы тізбек

Есеп 11.2.1

Берілген: $U_{\text{л}}=380$ В-симметриялы үш фазалы көздің сызықтық кернеуі. Асимметриялық жүктеме фазаларының күрделі кедергісі $\underline{z}_A = j20\text{Ом}$; $\underline{z}_B = j10\text{Ом}$; $\underline{z}_C = j10\text{Ом}$.

Жүктеме фазаларында токтарды табыңыз. Бейтарап сымға қосылған амперметрдің көрсеткіштерін анықтаңыз.

Шешімі

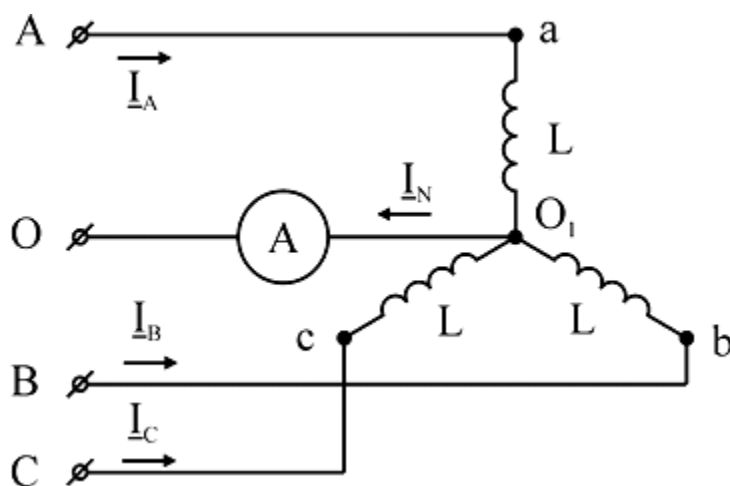
Симметриялы көздің әр фазасының кернеуі

$$\underline{U}_A = U_{\Phi} = 220 \text{ В};$$

$$\underline{U}_B = U_{\Phi} \cdot e^{-j120^0} = 220 e^{-j120^0} \text{ В};$$

$$\underline{U}_C = U_{\Phi} \cdot e^{j120^0} = 220 e^{j120^0} \text{ В},$$

$$U_{\Phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В}.$$



11.3-сурет

Біз жүктеме фазаларындағы токтарды Ом заңы бойынша күрделі түрде анықтаймыз, өйткені U_{O_1O} бейтарап ығысу нөлге тең ($\underline{Z}_N = 0$), онда

$$\underline{I}_A = \frac{U_A}{\underline{Z}_A} = \frac{220}{j20} = 11e^{-j90^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_B = \frac{U_B}{\underline{Z}_B} = \frac{220e^{-j120^\circ}}{j10} = 22e^{-j210^\circ} \text{ A};$$

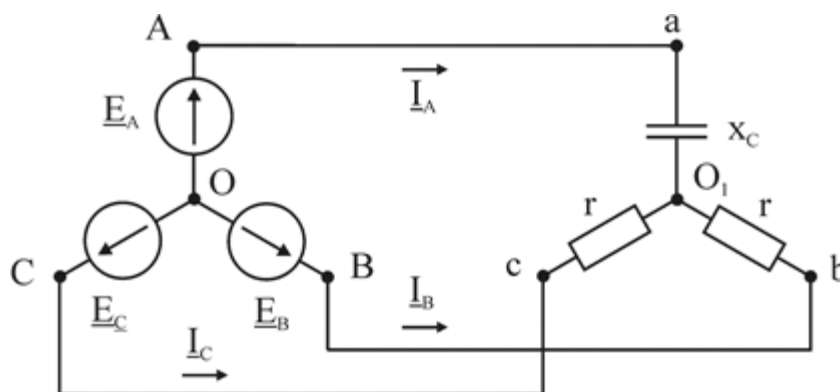
$$\underline{I}_C = \frac{U_C}{\underline{Z}_C} = \frac{220e^{j120^\circ}}{j10} = 22e^{j30^\circ} \text{ A}.$$

Амперметрдің көрсеткішін анықтау үшін нөлдік сымнан ток табу керек. I Заңға сәйкес, Кирхгоф кешенді түрде

$$\begin{aligned} \underline{I}_0 &= \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 11e^{-j90^\circ} + 22e^{-j210^\circ} + 22e^{j30^\circ} = \\ &= -j11 - 19,05 + j11 + 19,05 + j11 = j11 = 11\angle 90^\circ \text{ A}. \end{aligned}$$

Амперметрдің көрсеткіші 11 А-ға тең.

Есеп 11.2.2



11.4-сурет

Берілгені: симметриялы үш фазалы көздің ЭҚК фазасы $E_\phi = 127 \text{ В}$; $x_c = r = 10 \text{ Ом}$. фазалардың кедергісі, қабылдағыш. Қабылдағыштың А, В, С фазаларындағы токтарды табу.

Шешімі

Симметриялық генератор фазаларындағы күрделі ЭҚК

$$\underline{E}_A = 127 \text{ В}; \quad \underline{E}_B = 127e^{-j120^\circ} \text{ В}; \quad \underline{E}_C = 127e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

Жүктеме асимметриялы болғандықтан, бейтарап ығысу кернеуін генератор (көз) Мен қабылдағыштың бейтарап нүктелері арасындағы екі түйін әдісімен 0 және 0_1

$$\begin{aligned} \underline{U}_{010} &= \frac{\underline{E}_A \underline{Y}_A + \underline{E}_B \underline{Y}_B + \underline{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \frac{\underline{E}_A \frac{1}{jx_c} + \underline{E}_B \frac{1}{r} + \underline{E}_C \frac{1}{r}}{\frac{1}{jx_c} + \frac{1}{r} + \frac{1}{r}} = \\ &= \frac{127 \frac{1}{j10} + 127e^{j120^0} \frac{1}{10} + 127e^{j120^0} \frac{1}{10}}{\frac{1}{j10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}} = \\ &= \frac{12,7e^{j90^0} + 12,7e^{j120^0} + 12,7e^{j120^0}}{0,1e^{j90^0} + 0,1 + 0,1} = \frac{j12,7 \quad 6,35 \quad j11 \quad 6,35 + j11}{0,22e^{j26,57^0}} = \\ &= \frac{12,7 + j12,7}{0,22e^{j26,57^0}} = \frac{17,96e^{j135^0}}{0,22e^{j26,57^0}} = 81,64e^{j108,43^0} \text{ В.} \end{aligned}$$

Нейтралдың ығысу кернеуін ескере отырып, жүктеменің әр фазасындағы кернеу

$$\begin{aligned} \underline{U}_{A0_1} &= \underline{E}_A - \underline{U}_{0,0} = 127 - 81,64e^{j108,43^0} = 127 + 25,81 - j44,45 = 152,81 - \\ &- j77,45 = 171,32e^{-j26,88^0} \text{ В;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{B0_1} &= \underline{E}_B - \underline{U}_{0,0} = 127e^{-j120^0} - 81,64e^{j108,43^0} = -63,5 - j109,99 + 25,81 - \\ &- j77,45 = -37,69 - j187,44 = 191,19e^{-j101,37^0} \text{ В;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{C0_1} &= \underline{E}_C - \underline{U}_{0,0} = 127e^{j120^0} - 81,64e^{j108,43^0} = -63,5 - j109,99 + 25,81 - \\ &- j77,45 = -37,69 - j32,54 = 49,79e^{j139,19^0} \text{ В.} \end{aligned}$$

Ом заңы бойынша жүктеменің А, В, С фазаларындағы токтар кешенді түрде былай есептеледі

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_{A0_1}}{\underline{Z}_A} = \frac{171,32e^{-j26,88^0}}{-j10} = 17,13e^{j63,12^0} \text{ A};$$

$$\underline{I}_B = \frac{\underline{U}_{B0_1}}{\underline{Z}_B} = \frac{191,19e^{-j101,37^0}}{10} = 19,12e^{-j101,37^0} \text{ A};$$

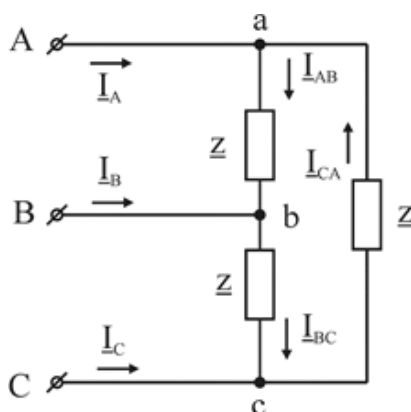
$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_{C0_1}}{\underline{Z}_C} = \frac{49,79e^{j139,19^0}}{10} = 4,98e^{j139,119^0} \text{ A}.$$

Қолданыстағы фазалық токтар А, В, С

$$I_A = 17,13\text{A}; I_B = 19,12\text{A}; I_C = 4,98\text{A}.$$

11.3 Үшбұрышты қосу кезіндегі симметриялы үш фазалы тізбек

Есеп 11.3.1



11.5-сурет

Ом фазалық $z = 11 - j19$ Ом кедергісі бар симметриялы қабылдағыш үшбұрышқа қосылады, 220 В сызықты кернеуі бар симметриялы үш фазалы көзден қоректенеді, қабылдағыш фазаларының күрделі токтарын және сызықтық токтарды табыңыз.

Шешімі

Үшбұрышпен байланысқан кезде сызықтық кернеулер фазаға тең болады

$$U_{\text{л}} = U_{\text{ф}} = U_{AB} = U_{BC} = U_{CA}$$

(қолданыстағы мәндер).

Симметриялы үш фазалы тізбектегі комплексті фазалық кернеулер

$$\underline{U}_{AB} = 220V; \quad \underline{U}_{BC} = a^2 \underline{U}_{AB} = 220 \angle -120^\circ V; \quad \underline{U}_{CA} = a \underline{U}_{AB} = 220 \angle 120^\circ V.$$

Симметриялық тізбекте фазалық және сызықтық токтардың симметриялы жүйесі орнатылады (токтар бірдей, бірақ фазаға $\pm 120^\circ$ -қа ауысады).

«AB» фазасының тогы

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{z} = \frac{220}{11 - j19} = 10 \angle 60^\circ A.$$

«BC» фазасының тогы

$$\underline{I}_{BC} = a^2 \underline{I}_{AB} = 10 \angle -60^\circ \text{ A};$$

«CA» фазасының тогы

$$\underline{I}_{CA} = a \underline{I}_{AB} = 10 \angle 180^\circ \text{ A}.$$

«A» желісінің сызықтық тогы

$$\underline{I}_A = \sqrt{3} \underline{I}_{AB} e^{-j30^\circ} = 17,3 \angle 30^\circ \text{ A}.$$

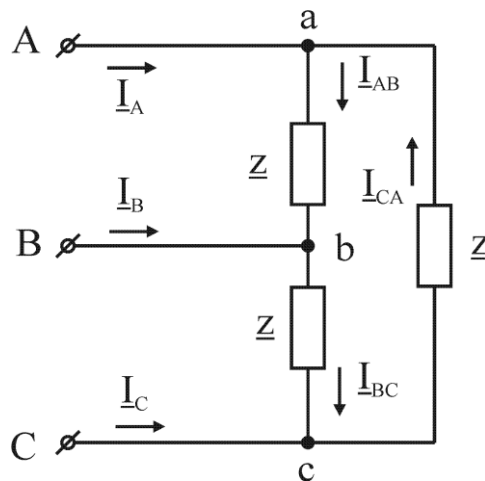
«B» желісінің сызықтық тогы

$$\underline{I}_B = a^2 \underline{I}_A = 17,3 \angle -90^\circ \text{ A}; \text{ немесе } \underline{I}_B = \sqrt{3} \underline{I}_{BC} \angle -30^\circ.$$

«C» желісінің сызықтық тогы

$$\underline{I}_C = a \underline{I}_A = 17,3 \angle 150^\circ \text{ A}; \text{ немесе } \underline{I}_C = \sqrt{3} \underline{I}_{CA} \angle -30^\circ.$$

Есеп 11.3.2



11.6-сурет

Бұл симметриялы үшфазалы тізбек қабылдағыштың фазалық кедергісі $z = 60 + j80$, Ом. Желілік кернеу 220В. Кешенді фазалық токтар мен сызықтар, үш фазалы тізбектің күрделі қуатын табу.

Шешімі

Симметриялық тізбекте фазалық және сызықтық токтардың симметриялы жүйесі орнатылады (токтар бірдей, бірақ фазаға $\pm 120^\circ$ -қа ауысады).

«AB» фазасының тогы

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{z}} = \frac{220}{60 + j80} = \frac{220}{100e^{j53^\circ}} = 2,2 \angle -53^\circ \text{ A.}$$

«BC» фазасының тогы

$$\underline{I}_{BC} = a^2 \underline{I}_{AB} = 2,2 \angle -173^\circ \text{ A;}$$

«CA» фазасының тогы

$$\underline{I}_{CA} = a \underline{I}_{AB} = 2,2 \angle 67^\circ \text{ A.}$$

«A» желісінің сызықтық тогы $\underline{I}_A = \sqrt{3} \underline{I}_{AB} e^{-j30^\circ} = 3,8 \angle -83^\circ \text{ A.}$

«B» желісінің сызықтық тогы

$$\underline{I}_B = a^2 \underline{I}_A = 3,8 \angle -203^\circ \text{ A; немесе } \underline{I}_B = \sqrt{3} \underline{I}_{BC} \angle -30^\circ.$$

«C» желісінің сызықтық тогы

$$\underline{I}_C = a \underline{I}_A = 3,8 \angle 37^\circ \text{ A; немесе } \underline{I}_C = \sqrt{3} \underline{I}_{CA} \angle -30^\circ.$$

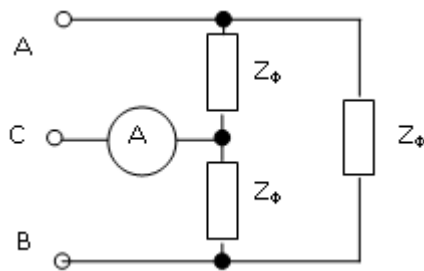
Симметриялық үш фазалы тізбектің кешенді қуаты

$$\tilde{S} = 3 \underline{U}_{AB} \underline{I}_{AB}^* = 3 \cdot 220 \cdot 2,2 e^{j53^\circ} = 1452 e^{j53^\circ} = 873,84 + j1159,62, \text{ BA.}$$

Симметриялық үш фазалы тізбектің толық қуаты (кешенді қуат модулі)

$$S = 3 U_{AB} I_{AB} = 3 \cdot 220 \cdot 2,2 = 1452, \text{ BA.}$$

Есеп 11.3.3



11.3.3-сурет

Егер сызықтық кернеу 380 В болса, амперметрдің оқылуын табыңыз, симметриялы қабылдағыштың фазалық кедергісі $Z_{\phi} = 100$ Ом.

Шешімі

Ом заңы бойынша фазалық ток

$$I_{\phi} = \frac{U}{Z_{\phi}} = \frac{380}{100} = 3,8 \text{ A.}$$

Амперметр сызықтық токты өлшейді $I_A = I_L = \sqrt{3}I_{\phi} = 6.57 \text{ A.}$

11.4 Үшбұрышты қосу кезіндегі асимметриялық үш фазалы тізбек

Есеп 11.4.1

Симметриялы емес фазалық жүктеме үшбұрышпен қосылған. Фазалық кедергі $\underline{Z}_{AB} = -j X_C$; $\underline{Z}_{BC} = r$; $\underline{Z}_{CA} = j X_L$. $r = X_L = X_C = 100$ Ом. Тізбектің сызықтық кернеуі 200 В. Қуат көзі симметриялы.

\underline{I}_{AB} ; \underline{I}_{BC} ; \underline{I}_{CA} фазалық токтарын табыңыз және \underline{I}_B сызықты күрделі тогы.

Шешімі

Ом заңы бойынша «AB» фазасының тогы

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{-AB}} = \frac{200}{-j100} = 2 \angle 90^\circ \text{ A.}$$

«BC» фазасының тогы

$$\underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_{-BC}} = \frac{200e^{-j120^\circ}}{100} = 2 \angle -120^\circ \text{ A.}$$

«CA» фазасының тогы

$$\underline{I}_{CA} = \frac{\underline{U}_{CA}}{\underline{Z}_{-CA}} = \frac{200e^{j120^\circ}}{j100} = 2 \angle 30^\circ \text{ A.}$$

Желі тогы «B» \underline{I}_B

$$\underline{I}_{-B} = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB} = 2e^{-j120^\circ} - 2e^{j90^\circ} = 3,86e^{j75^\circ} = 3,86 \angle 75^\circ \text{ A.}$$

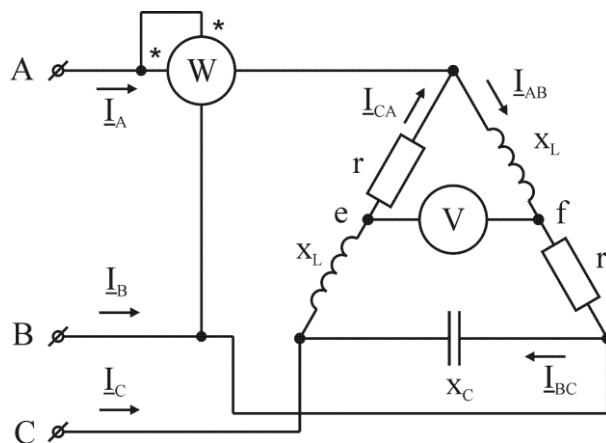
Есеп 11.4.2

Жүктеме фазаларының кедергісі

$r = 22$ Ом; $X_L = X_C = 11$ Ом.

$U_n = 380$ В - симметриялы көздің сызықтық кернеуі.

Вольтметр мен ваттметрдің көрсеткіштерін табыңыз. Сызықтық сымдардағы кешенді токтарды анықтаңыз (сызықтық токтар).



11.4.2-сурет

Шешімі

Үшбұрыш қосылған кезде фазалық кернеу сызыққа тең болады

$$U_{\Phi} = U_{\text{л}} = 380 \text{ В.}$$

Үш фазалы симметриялы көздің фазалық кернеулері

$$\underline{U}_{AB} = 380 \text{ В}; \quad \underline{U}_{BC} = 380 e^{-j120^\circ} \text{ В}; \quad \underline{U}_{CA} = 380 e^{j120^\circ} \text{ В.}$$

Жүктеменің әр фазасындағы токтар Ом заңы бойынша кешенді түрде анықталады

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}} = \frac{\underline{U}_{AB}}{r + jx_L} = \frac{380}{22 + j11} = \frac{380}{24,6 e^{j26,57^\circ}} = 15,45 e^{-j26,57^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}} = \frac{\underline{U}_{BC}}{-jx_C} = \frac{380 e^{-j120^\circ}}{-j11} = 34,55 e^{-j30^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{CA} = \frac{\underline{U}_{CA}}{\underline{Z}_{CA}} = \frac{\underline{U}_{CA}}{r + jx_L} = \frac{380 e^{j120^\circ}}{22 + j11} = \frac{380 e^{j120^\circ}}{24,6 e^{j26,57^\circ}} = 15,45 e^{j93,43^\circ} \text{ А.}$$

Кирхгофтың бірінші заңы бойынша сызықтық токтарды кешенді түрде табамыз

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA} = 15,45e^{-j26,57^0} - 15,45e^{j93,43^0} = 13,82 - j6,91 + 0,92 - j15,42 = 14,74 - j22,33 = 26,76 \angle -57^0 \text{ A};$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB} = 34,55e^{-j30^0} - 15,45e^{-j26,57^0} = 29,92 - j17,28 - 13,82 + j6,91 = 16,1 - j10,37 = 19,15e^{-j32,79^0} \text{ A};$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC} = 15,45e^{j93,43^0} - 34,55e^{-j30^0} = -0,92 + j15,42 - 29,92 + j17,28 = -30,84 + j32,7 = 44,95e^{j123,32^0} \text{ A}.$$

Ваттметр көрсеткіші

$$P = \text{Re}(\underline{U}_{AB} \underline{I}_A^*) = 380 \cdot 26,76 \cos(0^0 + 57^0) = 5,5 \text{ кВт}.$$

Вольтметрдің көрсеткішін анықтау үшін вольтметр қосылған е және f нүктелері арасындағы күрделі кернеуді табамыз

$$\begin{aligned} \underline{U}_{ef} &= jx_L \cdot \underline{I}_{AB} + r \cdot \underline{I}_{CA} = j11 \cdot 15,45e^{-j26,57^0} + 22 \cdot 15,45e^{j93,43^0} = \\ &= 169,95e^{j63,43^0} + 339,9e^{j93,43^0} = 76,02 + j152 - 20,34 + j339,29 = \\ &= 55,68 + j491,29 = 494,44e^{j83,53^0} \text{ В}. \end{aligned}$$

Вольтметр көрсеткіші 494 В-қа тең.

12 Синусоидальды емес периодты көздер үшін сызықты электр тізбектері

12.1 Синусоидальды емес периодты көздер үшін бір фазалы тізбек

Есеп 12.1.1

Сериялық r , L , C тізбегі синусоидалы емес ток көзіне қосылған $i = 10 \sin \omega t + 2 \sin(3\omega t + 30^\circ)$.

Берілгені: $r = 20$ Ом; $X_L = 10$ Ом; $X_C = 30$ Ом (реактивті элементтердің кедергілері бірінші гармоника бойынша). Электр тізбегінің барлық элементтеріндегі, көздегі лездік кернеулерді, сондай-ақ электр тізбегі мен кернеудің ағымдағы мәндерін табыңыз.

Шешімі

Бастапқы Ток құрамында бірінші және үшінші гармоника бар. Тізбек сызықты, сондықтан біз суперпозиция (қабаттасу) әдісін қолданамыз.

Біз бірінші гармоника бойынша элементтердегі кернеуді табамыз. r резисторында (белсенді кедергі) ток пен кернеу фазада сәйкес келеді

$$u_{r_1} = r * i_1 = 20 * 10 \sin \omega t = 200 \sin \omega t;$$

- индуктивтілікте кернеу 90° токтан алда

$$u_{L_1} = 10 * 10 \sin(\omega t + 90^\circ) = 100 \sin(\omega t + 90^\circ);$$

- сыйымдылық элементінде кернеу токтан 90° артта қалады

$$u_{C_1} = 30 * 10 \sin(\omega t - 90^\circ) = 300 \sin(\omega t - 90^\circ);$$

Бірінші гармоника тізбегінің жалпы кернеуінің күрделі амплитудасын (көздегі кернеу) Кирхгофтың екінші заңы бойынша күрделі түрде табамыз

$$\underline{U}_{m_1} = \underline{U}_{r_{1m}} + \underline{U}_{L_{1m}} + \underline{U}_{C_{1m}} = 200 + j100 - j300 = 200 - j200 = 282,8e^{-j45^\circ} \text{ В.}$$

Бірінші гармоника бойынша көздің лездік кернеуі

$$u_1 = 282,8 \sin(\omega t - 45^0).$$

Токтың үшінші гармоникасы бойынша есептеу:

- резистордағы кернеу

$$u_{r_3} = 20 * 2 \sin(3\omega t + 30^0) = 40 \sin(3\omega t + 30^0);$$

- индуктивтіліктегі кернеу

$$u_{L_3} = 30 * 2 \sin(3\omega t + 30^0 + 90^0) = 60 \sin(3\omega t + 120^0);$$

- сыйымдылықтағы кернеу

$$u_{C_3} = 10 * 2 \sin(3\omega t + 30^0 - 90^0) = 20 \sin(3\omega t - 60^0);$$

- үшінші гармониканың жалпы кернеуінің кешенді амплитудасы

$$\underline{U}_{m3} = 40e^{j30^0} + 60e^{j120^0} + 20e^{-j60^0} = 56,57e^{j75^0} B.$$

- үшінші гармоника көзінің лездік кернеуі

$$u_3 = 56,57 \sin(3\omega t + 75^0).$$

Синусоидальды емес кернеу көзінің лездік мәні

$$u = 282,8 \sin(\omega t - 45^0) + 56,57 \sin(3\omega t + 75^0)$$

Ток және кернеу көзінің ағымдағы мәндері

$$I = \sqrt{\left(\frac{10}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2} = 7,21 A.$$

$$U = \sqrt{\left(\frac{282,8}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{56,57}{\sqrt{2}}\right)^2} = 203,93 B.$$

Есеп 12.1.2

R, L, C элементтері көзге параллель қосылған, көздің кернеуі бірінші, үшінші және бесінші гармоникалық компоненттерден тұрады (гармоника).

$$u = 50 \sin(\omega t + 60^\circ) + 20 \sin(3\omega t + 30^\circ) + 5 \sin 5\omega t .$$

Барлық тармақтардағы токтардың лездік және белсенді мәндерін табыңыз. Тізбектің белсенді қуатын есептеңіз. Егер

$$\omega = 500 \text{ с}^{-1}; r = 50 \text{ Ом}; L = 0,2 \text{ Гн}; C = 20 \text{ мкФ}.$$

Шешімі

Резистордағы ток кернеумен фазаға сәйкес келеді және осы тармақтың лездік тогы

$$i_r = 1 \sin(\omega t + 60^\circ) + 0,4 \sin(3\omega t + 30^\circ) + 0,1 \sin 5\omega t .$$

Резистордағы ағымдағы мәндер

$$I = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,4}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{\sqrt{2}}\right)^2} = 0,76 \text{ А} .$$

Индуктивті қарсылықты есептеңіз:

- бірінші гармоника үшін

$$x_{L_1} = \omega * L = 500 * 0,2 = 100 \text{ Ом};$$

- үшінші гармоника үшін

$$x_{L_3} = 3\omega * L = 3 * x_{L_1} = 300 \text{ Ом};$$

- бесінші гармоника үшін

$$x_{L_5} = 5\omega * L = 5 * x_{L_1} = 500 \text{ Ом}.$$

Сыйымдылық кедергісін есептеңіз:

- бірінші гармоника үшін

$$x_{C_1} = \frac{1}{\omega * C} = \frac{10^6}{500 * 20} = 100 \text{ Ом};$$

- үшінші гармоника үшін

$$x_{C_3} = \frac{1}{3\omega * C} = \frac{x_{C_1}}{3} = 33,3 \text{ Ом};$$

- бесінші гармоника үшін

$$x_{C_5} = \frac{1}{5\omega * C} = \frac{x_{C_1}}{5} = 20 \text{ Ом}.$$

Индуктивтілігі бар тармақтағы токтың лездік мәні ондағы ток фазадағы кернеуден 90^0 артта қалатынын ескере отырып есептеледі

$$\begin{aligned} i_L &= \frac{50}{100} \sin(\omega t + 60^0 - 90^0) + \frac{20}{300} \sin(3\omega t + 30^0 - 90^0) \\ &+ \frac{5}{500} \sin(5\omega t - 90^0) = 0,5 \sin(\omega t - 30^0) + 0,067 \sin(3\omega t - 60^0) \\ &+ 0,01 \sin(5\omega t - 90^0). \end{aligned}$$

Индуктивтіліктің ағымдағы мәні

$$I_L = \sqrt{\left(\frac{0,5}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,067}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,01}{\sqrt{2}}\right)^2} = 0,36 \text{ A}.$$

Токтың фазалық кернеуден 90^0 асып түсетінін ескере отырып, сыйымдылығы бар тармақтың токтың лездік мәні

$$\begin{aligned} i_C &= \frac{50}{100} \sin(\omega t + 60^0 + 90^0) + \frac{20}{33,3} \sin(3\omega t + 30^0 + 90^0) + \\ &+ \frac{5}{20} \sin(5\omega t + 90^0) = 0,5 \sin(\omega t + 150^0) + \\ &+ 0,6 \sin(3\omega t + 120^0) + 0,25 \sin(5\omega t + 90^0). \end{aligned}$$

Конденсатордағы токтың қолданыстағы мәні

$$I_C = \sqrt{\left(\frac{0,5}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,6}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,25}{\sqrt{2}}\right)^2} = 0,58 \text{ A}.$$

Жалпы токтың күрделі амплитудасы Кирхгофтың бірінші заңына сәйкес күрделі түрде анықталады:

- бірінші гармоника үшін (бірінші гармоникада параллель тізбектегі токтардың резонансы L, C)

$$\underline{I}_{m1} = \underline{I}_{r_{1m}} + \underline{I}_{L_{1m}} + \underline{I}_{C_{1m}} = 1e^{j60^\circ} + 0,5e^{-j30^\circ} + 0,5e^{j150^\circ} = 1e^{j60^\circ} \text{ A}.$$

- үшінші гармоника үшін

$$\begin{aligned} \underline{I}_{m3} &= \underline{I}_{r_{3m}} + \underline{I}_{L_{3m}} + \underline{I}_{C_{3m}} = 0,4e^{j30^\circ} + 0,067e^{-j60^\circ} + 0,6e^{j120^\circ} = \\ &= 0,67e^{j83^\circ} \text{ A}; \end{aligned}$$

- бесінші гармоника үшін

$$\begin{aligned} \underline{I}_{m5} &= \underline{I}_{r_{5m}} + \underline{I}_{L_{5m}} + \underline{I}_{C_{5m}} = 1 + 0,01e^{j90^\circ} + 0,25e^{j90^\circ} = \\ &= 0,1 - j0,01 + j0,25 = 0,1 + j0,24 = 0,26e^{j67^\circ} \text{ A}. \end{aligned}$$

Жалпы токтың (ток көзінің) лездік мәні

$$i = 1 \sin(\omega t + 60^\circ) + 0,67 \sin(3\omega t + 83^\circ) + 0,26 \sin(5\omega t + 67^\circ).$$

Ток көзінің нақты мәні

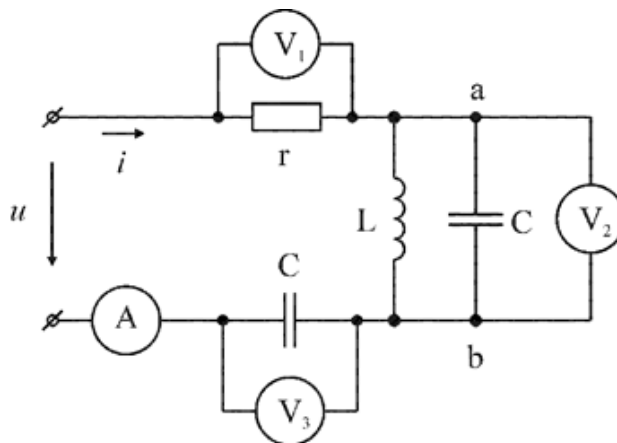
$$I = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,67}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,26}{\sqrt{2}}\right)^2} = 0,87 \text{ A}.$$

Тізбектің белсенді қуаты гармоникалық белсенді қуаттардың қосындысы ретінде анықталады (бірінші, үшінші, бесінші гармоникалық компоненттер)

$$P = P_1 + P_3 + P_5 = rI_{r1}^2 + rI_{r3}^2 + rI_{r5}^2 = r(I_{r1}^2 + I_{r3}^2 + I_{r5}^2) =$$

$$= 50 \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 + \left(\frac{0,4}{\sqrt{2}} \right)^2 + \left(\frac{0,1}{\sqrt{2}} \right)^2 \right] = 25 + 4 + 0,25 = 29,25 \text{ Вт.}$$

Есеп 12.1.3



12.1-сурет

Егер синусоидальды емес көздің кернеуі берілсе, тізбектегі вольтметрлер мен амперметрдің көрсеткіштерін табыңыз

$$u = 10 + 100 \sin \omega t + 50 \sin(2\omega t + 30^\circ);$$

элементтердің кедергісі

$$r = 10 \text{ Ом}; x_{L1} = 10 \text{ Ом}; x_{C1} = 40 \text{ Ом};$$

(реактивті кедергі бірінші гармоника бойынша берілген).

Шешімі

Көздің синусоидальды емес кернеуі тұрақты компоненттен, бірінші және екінші гармоникалық компоненттерден тұрады.

1 Тұрақты компонент бойынша тізбекті есептеу

$$U_0 = 10 \text{ В.}$$

Тұрақты токтың индуктивтілігі нөлдік кедергіге ие, ал сыйымдылық, керісінше, шексіз үлкен кедергіге ие (осы тармақтағы алшақтық). 4.1.4.2 - суретте $U_0 = 10 \text{ В}$ - тұрақты компонент үшін тізбек диаграммасы көрсетілген кернеу көзі. Тұрақты ток

$$I_0 = 0 \text{ А.}$$

Тізбек үшін Кирхгофтың екінші заңына сәйкес теңдеу құрамыз

$$r I_0 + U_{C0} = U_0 ,$$

яғни,

$$U_{C0} = U_0 = 10 \text{ В.}$$

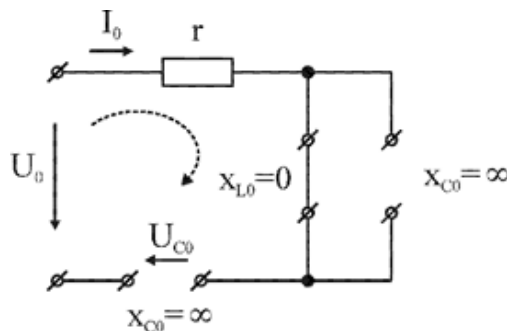
- үшінші вольтметрдің оқылуы. Бірінші және екінші вольтметрлердің көрсеткіштері тұрақты компонент үшін нөлге тең кернеу.

Тізбектің есебі бойынша бірінші гармоника

$$U_1 = \frac{100}{\sqrt{2}} = 70,92 \text{ В.}$$

Бірінші гармоника бойынша тізбектің күрделі кедергісі

$$\begin{aligned} z_1 &= r - jx_{C1} + \frac{jx_{L1}(-jx_{C1})}{j(x_{L1} - x_{C1})} = 10 - j40 + \frac{10 * 40}{j(10 - 40)} = 10 - j40 + j13,33 = \\ &= 10 - j26,67 = 28,48e^{-j69^0} \text{ Ом.} \end{aligned}$$



12.2-сурет

Бірінші гармониканың жалпы тармағының ағымдағы мәні кешені

$$I_1 = \frac{U_1}{z_1} = \frac{100}{\sqrt{2} * 28,48e^{-j69^0}} = 2,49e^{j69^0} \text{ А.}$$

Бірінші (негізгі) гармоника бойынша бірінші вольтметрдің оқылымын табамыз

$$U_{r1} = r * I_1 = 10 * 2,49 = 24,9 \text{ В.}$$

Бірінші гармоника үшін «ab» учаскесіндегі кернеуді келесі формула бойынша табамыз:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{ab1} &= \underline{U}_1 - (r - jx_{C1})I_1 = 70,92 - (10 - j40) * 2,49e^{j69^0} = \\ &= 70,92 - 41,23e^{-j76^0} * 2,49e^{j69^0} = 70,92 - 102,66e^{-j7^0} = \\ &= 70,92 - 101,89 + j12,51 = 33,4e^{j158^0} \text{ В.} \end{aligned}$$

Бірінші гармоника бойынша екінші вольтметрдің көрсеткіші

$$U_{21} = U_{ab1} = 33,4 \text{ В.}$$

Бірінші гармоника бойынша үшінші вольтметрді оқу

$$U_{21} = U_{ab1} = 33,4 \text{ В;}$$

$$U_{31} = x_{C1} * I_1 = 40 * 2,49 = 99,6 \text{ В.}$$

Тізбектің есебі бойынша екінші гармонике

$$U_2 = \frac{50}{\sqrt{2}} = 35,5 \text{ В.}$$

Екінші гармоника үшін реактивтерді табамыз

$$x_{L2} = 2 * x_{L1} = 20 \text{ Ом}$$

- индуктивті кедергі;

$$x_{C2} = \frac{x_{C1}}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ Ом}$$

- сыйымдылық кедергісі.

Екінші гармоникадағы «ab» бөлімінде токтың резонансы (идеалды тербелмелі тізбек)

$$\underline{Z}_{ab2} = \frac{j20(-j20)}{j20 - j20} = \infty.$$

Екінші гармоника үшін тізбектің кедергісі

$$\underline{Z}_2 = r - jx_{C2} + \underline{Z}_{ab2} = \infty.$$

Сондықтан екінші гармоника бойынша тізбектегі ток нөлге тең ($I_2 = 0$).

Кирхгофтың екінші заңына сәйкес біз екінші гармоника үшін күрделі формада боламыз

$$\underline{U}_2 = r\underline{I}_2 - jx_{C2}\underline{I}_2 + \underline{Z}_{ab2} \cdot \underline{I}_2 = \underline{U}_{ab2}.$$

Бірінші және үшінші вольтметрлердің көрсеткіштері нөлге тең; екінші гармоника үшін екінші вольтметрдің оқылуы

$$U_{22} = U_2 = \frac{50}{\sqrt{2}} = 35.5B.$$

Құрылғының көрсеткіштері

- амперметр

$$I = I_1 = 2.49 \text{ A}$$

(тізбекте тек бірінші гармоника үшін ток болады);

- бірінші вольтметр

$$U_1 = U_{11} = 24.9 \text{ B};$$

- екінші вольтметр U_2 ,

- үшінші вольтметр U_3

$$U_2 = U_{ab} = \sqrt{U_{21}^2 + U_{22}^2} = \sqrt{33.4^2 + 35.5^2} = 48.74B;$$

$$U_3 = \sqrt{U_0^2 + U_{31}^2} = \sqrt{10^2 + 99.6^2} = 100.1B.$$

12.2 Синусоидальды емес периодты көздер үшін үш фазалы тізбек

Есеп 12.2.1

Тригонометрияда ыдыраған кезде жұлдыз қосылған үш фазалы генератордың А фазасының синусоидальды емес кернеуі (А фазасының ЭҚК), Фурье қатарының көрінісінде келтірілген

$$u = 100 \sin(\omega t + 30^\circ) + 80 \sin 3\omega t + 50 \sin(5\omega t - 45^\circ).$$

Жедел сызықтық кернеуді табыңыз $u_{ab}(t)$, фазалық (U_A) және сызықтық (U_{AB}) кернеулердің белсенді мәндері; U_{AB}/U_A қатынасы.

Шешімі

Гармоника № 1, 4, 7 ($k = 3n + 1$, бұл ретте $n = 0, 1, 2, 3 \dots$) және т.б. олар фазалардың түзу тізбегінің симметриялы кернеу жүйесін құрайды. Үшке көбейтілген гармоника ($k = 3n$, $n = 1, 2, 3 \dots$) фазалардың нөлдік реттілік жүйесін құрайды. Гармоникалық компоненттер № 2, 5, 8 ... ($k = 3n + 2$, $n = 0, 1, 2, 3, 4 \dots$) кері тізбектегі симметриялы кернеулер жүйесін құрайтын фазалар. Сызықтық кернеу фазалық кернеулердің айырмашылығы ретінде анықталады, сондықтан сызықтық кернеулерде үшке көбейтілген гармоника жоқ.

\underline{U}_{ABm1} сызықтық кернеулерінің күрделі амплитудалық мәндерін табамыз:

- бірінші гармоника, ол тиісті фазадан 30° -ге асып түсетінін ескере отырып

$$\underline{U}_{ABm1} = \sqrt{3} \cdot 100 \angle 60^\circ \text{ В};$$

- бесінші гармоника, сызықтық кернеу тиісті фазадан 30° -ге артта қалатынын ескере отырып (фазалардың кері реттілігі)

$$\underline{U}_{ABm5} = \sqrt{3} \cdot 50 \angle -75^\circ \text{ В}.$$

Лездік сызықтық кернеу

$$u_{AB}(t) = 173 \sin(\omega t + 60^\circ) + 87 \sin(5\omega t - 75^\circ).$$

Генератордың фазалық кернеуінің тиімді мәні (бірінші, үшінші, бесінші гармоника)

$$U_A = \sqrt{\left(\frac{100}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{80}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{50}{\sqrt{2}}\right)^2} = 97,92 B;$$

сызықтық кернеудің қолданыстағы мәні үшінші гармониканы қамтымайды

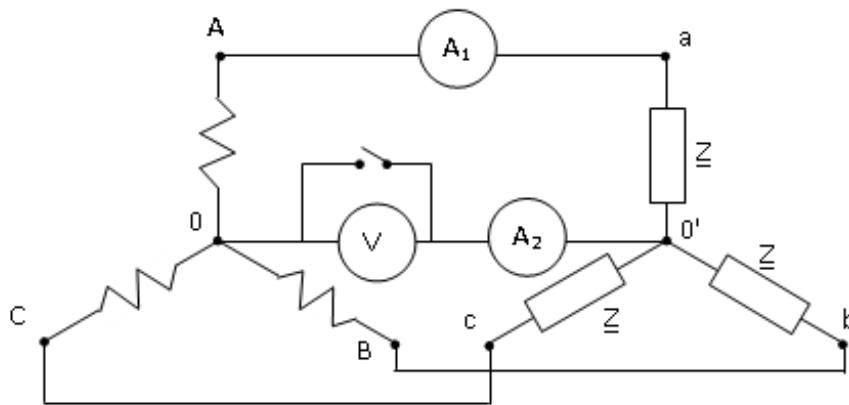
$$U_{AB} = \sqrt{\left(\frac{173}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{87}{\sqrt{2}}\right)^2} = 137 B;$$

Кернеудің сызықтық және фазалық мәндерінің қатынасы

$$\frac{U_{AB}}{U_A} = 1.41 < \sqrt{3} = 1.73 ,$$

сызықтық кернеуде үшке келтірілген гармоника жоқ.

Есеп 12.2.2



12.3-сурет

Тригонометрияда ыдыраған кезде жұлдыз қосылған үш фазалы генератордың А фазасының синусоидальды емес кернеуі (А фазасының ЭҚК) - Фурье қатарының көрінісі бар.

$$u = 100 \sin(\omega t + 30^0) + 80 \sin 3\omega t + 50 \sin(5\omega t - 45^0) .$$

Генератор жүктемені бірінші (негізгі) гармоника кедергісімен коректендіреді

$$\underline{Z} = 10 - j60 \text{ Ом.}$$

Жылу жүйесі аспаптарының көрсеткіштерін табу: 1) тұйық кілтте; 2) ашық кілтте.

Шешімі

Үш фазалы тізбектегі жабық кілтте О көзі мен О¹ қабылдағышының (жүктемесінің) бейтарап нүктелері арасында нөлдік сым бар, оның кедергісі нөлге тең (амперметрдің кедергісі өте аз және есептеулерде біз оны нөлге тең қабылдаймыз).

Үшке көбейтілген гармоника үш фазалы тізбектерде нөлдік(бейтарап) сыммен жүреді.

Тізбек симметриялы, сондықтан біз есептеуді «А» фазасында жүргіземіз.

Гармониканың фазалық тогын табамыз:

- бірінші гармоника

$$\underline{I}_{A1} = \frac{\underline{U}_{A1}}{\underline{Z}} = \frac{100e^{j30^\circ}}{\sqrt{2}(10 - j60)} = \frac{70.92e^{j30^\circ}}{60.83e^{-j81^\circ}} = 1.17 \angle 111^\circ \text{ A};$$

- үшінші гармоника

$$\underline{I}_{A3} = \frac{\underline{U}_{A3}}{\underline{Z}_3} = \frac{80}{\sqrt{2}(10 - j20)} = \frac{56.74}{22.36e^{-j63^\circ}} = 2.54 \angle 63^\circ \text{ A};$$

- бесінші гармоника

$$\underline{I}_{A5} = \frac{\underline{U}_{A5}}{\underline{Z}_5} = \frac{50e^{-j45^\circ}}{\sqrt{2}(10 - j12)} = \frac{35.46e^{-j45^\circ}}{15.62e^{-j50^\circ}} = 2.27 \angle 5^\circ \text{ A}.$$

Үшінші гармоника үшін сыйымдылық кедергісі бірінші(негізгі) гармоникаға қарағанда 3 есе аз, бесінші гармоникадағы кедергіден 5 есе аз.

Жылу жүйесінің құрылғылары ағымдағы мәндердіөлшейді, сондықтан бірінші амперметрдің көрсеткіші келесідей есептеледі:

$$I_1 = \sqrt{1.17^2 + 2.54^2 + 2.27^2} = 3.36 \text{ A}.$$

Симметриялы үш фазалы тізбек, сондықтан нөлдік сымда түзу және кері фазалық тізбектердің токтары болмайды (бірінші және бесінші гармоникалық компоненттер). Үшке көбейтілген гармоника

фазалардың нөлдік тізбегі жүйесін құрайды, сондықтан бейтарап сымда олар жан-жақты жинақталады. Үшінші гармоника токтары үшін біз аламыз

$$\underline{I}_{N3} = \underline{I}_{A3} + \underline{I}_{B3} + \underline{I}_{C3} = 3\underline{I}_{A3} = 7.62 \angle 63^0 \text{ A.}$$

Екінші амперметрдің көрсеткіші 7,62 А-ға тең, вольтметр жабық кілтпен нөлді көрсетеді.

Нөлдік сымдағы ашық кілтте вольтметр бар, оның кедергісі өте үлкен (теориялық тұрғыдан шексіздікке тең-үзіліс), яғни біз симметриялы үш фазаны аламыз-нөлдік сым жоқ тізбек. Мұндай тізбекте үшке көбейтілген гармоникалық токтар жоқ. Сондықтан бірінші амперметр тек бірінші және бесінші гармоникалық токтардан тұратын «А» фазасының ағымдағы мәнін өлшейді

$$I_1 = \sqrt{1.17^2 + 2.27^2} = 2,55 \text{ A.}$$

Екінші амперметрдің көрсеткіші нөлге тең (нөлдік сымдағы үзіліс).

Симметриялы үш фазалы тізбекте түзу және кері тізбектер жүйесін құрайтын гармоникада бейтарап ығысу жоқ (бейтарап ығысу кернеуі нөлге тең). Біздің міндетімізде бірінші және бесінші гармоникадағы бейтарап ығысу кернеулері нөлге тең. Бірақ бейтарап ығысу кернеуінде үшке көбейтілген гармоника бар. Үшінші гармониканың кернеуі үшін бізде

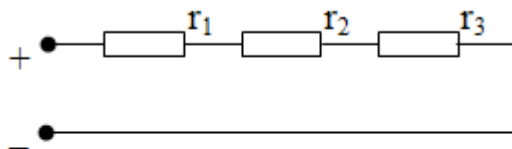
$$\underline{U}_{0'03} = \frac{3\underline{U}_{A3}\underline{Y}_{A3}}{3\underline{Y}_{A3}} = \underline{U}_{A3} = 56.74 \text{ B.}$$

Вольтметрді көрсеткіші, бейтарап нүктелер арасында қосылған қорек көзі мен қабылдағыш 56,74 В құрайды.

III бөлім. Тесттік бөлім

13.1 Білімді тексеруге арналған тесттік тапсырмалар

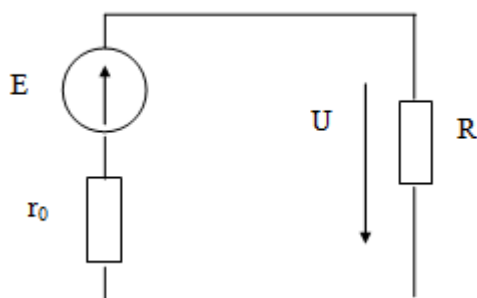
13.1 Ұсынылған тізбектегі қандай резистордың максималды кедергісі бар?



$$P_1 > P_2 > P_3$$

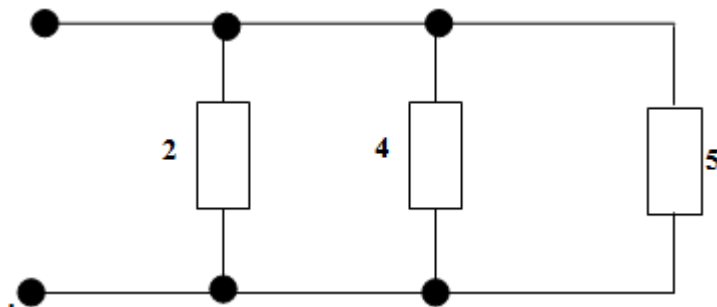
- A) r_1
- B) r_2
- C) r_3
- D) r_1, r_2
- E) r_1, r_3

13.2 Кернеуді анықтаңыз U , егер $E = 50$ В, $r_0 = 10$ Ом, $R = 40$ Ом.



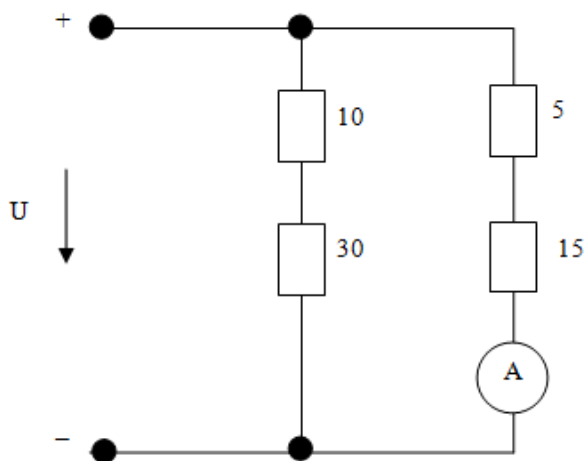
- A) 50 В.
- B) 40 В.
- C) 30 В
- D) 20 В.
- E) 10 В.

13.3 Тізбектің кедергісін табыңыз, резисторлардың кедергісі Омда көрсетілген



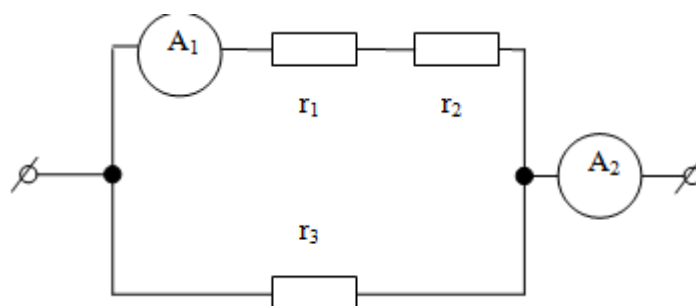
- A) 11 Ом,
- B) 2,5 Ом,
- C) 1,1 Ом,
- D) 3,3 Ом,
- E) 0,25 Ом.

13.4 Егер амперметрдің көрсеткіші 1А болса, қорек көздің кернеуін табыңыз. (резисторлардың кедергісі Оммен берілген).



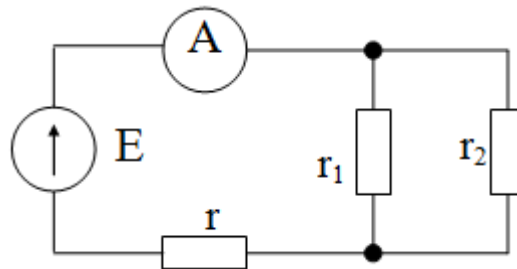
- A) 5 В.
- B) 10 В,
- C) 15 В,
- D) 20 В,
- E) 30 В.

13.5 Екінші амперметрдің көрсеткішін және R3 резисторындағы жылу шығынының қуатын анықтаңыз, егер бірінші көрсеткіш 2А болса, $r_1 = 10$ Ом, $r_2 = 5$ Ом, $r_3 = 15$ Ом.



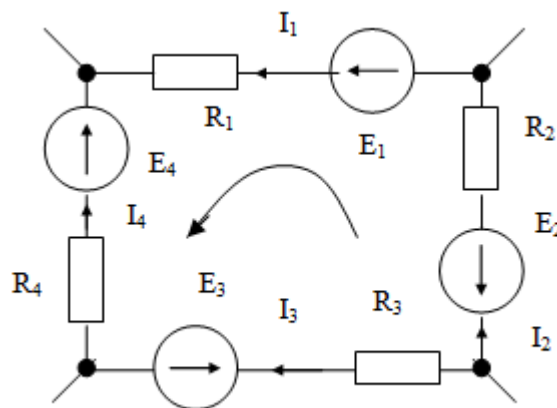
- A) 1 A; 30 Вт
- B) 2 A; 100 Вт;
- C) 4 A; 60 Вт;
- D) 6 A; 240 Вт;
- E) 3A; 120 Вт.

13.6 Амперметр көрсеткішін анықтаңыз, егер $E = 30 \text{ В}$, $r = 15 \text{ Ом}$; $r_1 = r_2 = 10 \text{ Ом}$.



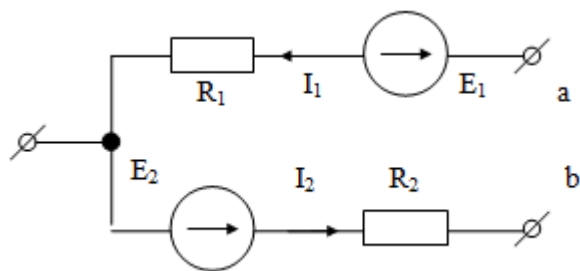
- A) $I=1 \text{ A}$; B) $I=0,5 \text{ A}$; C) $I= 1,5 \text{ A}$; D) $I=2 \text{ A}$; E) $I= 0,4 \text{ A}$.

13.7 Күрделі тізбектің контуры үшін Кирхгоф Заңының 2 теңдеуін жасаңыз.



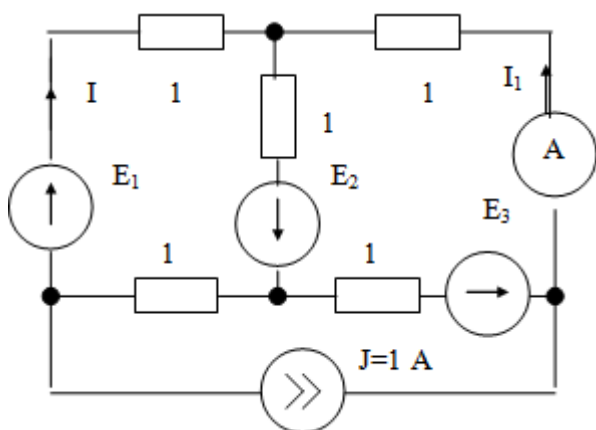
- A) $R_1 I_1 - R_4 I_4 - R_3 I_3 + R_2 I_2 = E_1 - E_4 + E_3 - E_2$;
- B) $R_1 I_1 + R_4 I_4 + R_3 I_3 + R_2 I_2 = E_1 - E_4 + E_3 - E_2$;
- C) $R_1 I_1 - R_4 I_4 + R_3 I_3 - R_2 I_2 = E_1 - E_4 + E_3 - E_2$;
- D) $R_1 I_1 + R_4 I_4 - R_3 I_3 - R_2 I_2 = -E_1 + E_4 - E_3 + E_2$;
- E) $R_1 I_1 + R_4 I_4 - R_3 I_3 - R_2 I_2 = E_1 - E_4 + E_3 - E_2$.

13.8 Кернеуді анықтаңыз U_{AB} , егер $E_1=70 \text{ В}$, $E_2=20 \text{ В}$, $R_1=8 \text{ Ом}$, $R_2=5 \text{ Ом}$, $I_1=3 \text{ A}$, $I_2=2.4 \text{ A}$.



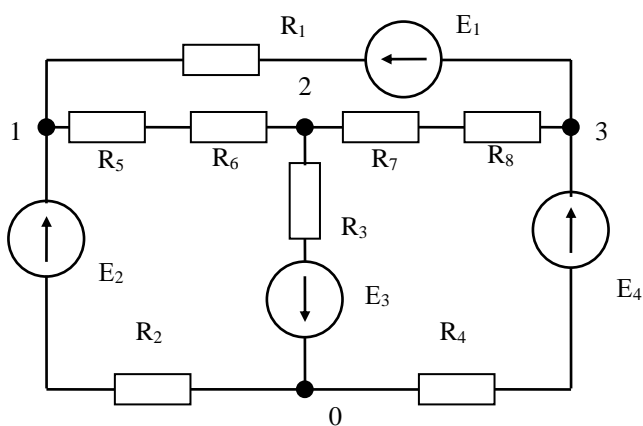
- A) $U_{AB} = 74 \text{ B}$;
- B) $U_{AB} = 62 \text{ B}$;
- C) $U_{AB} = 10 \text{ B}$;
- D) $U_{AB} = 86 \text{ B}$;
- E) $U_{AB} = 94 \text{ B}$.

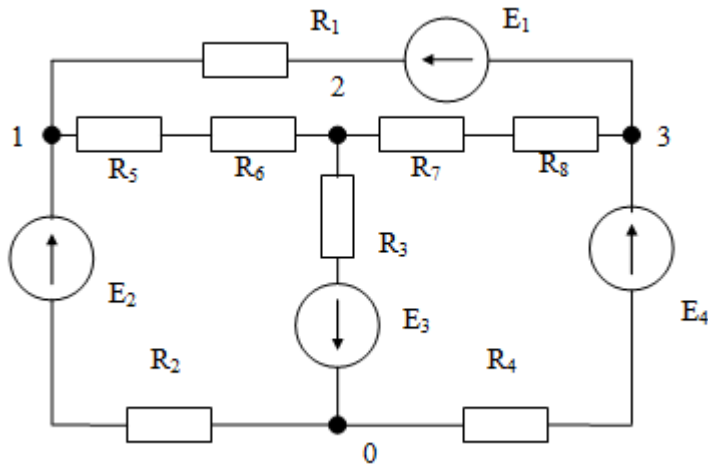
13.9 Егер амперметр көрсеткіші $I_1 = 2 \text{ A}$, $E_1 = 10 \text{ B}$, $E_2 = 20 \text{ B}$, $E_3 = 5 \text{ B}$ болса, I тогын табыңыз.



- A) $I = 15 \text{ A}$;
- B) $I = 8.4 \text{ A}$;
- C) $I = 10 \text{ A}$;
- D) $I = 9 \text{ A}$;
- E) $I = 5.75 \text{ A}$.

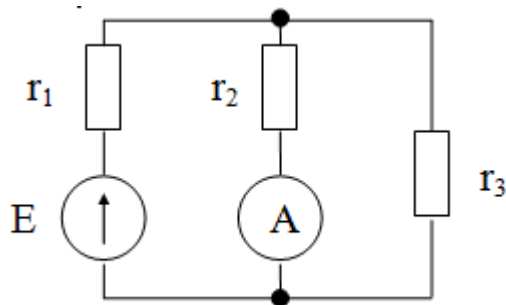
13.10 Базистік түйінді 0 деп қабылдап 1 потенциал түйінді анықтаңыз, егер $E_1 = 20 \text{ B}$, $E_2 = 20 \text{ B}$, $\varphi_2 = 10 \text{ B}$, $\varphi_3 = 20 \text{ B}$, $R_1 \dots R_8 = 2 \text{ Ом}$.





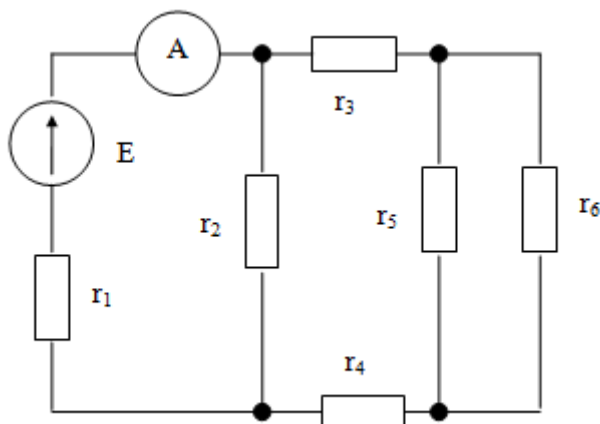
- A) $\varphi_1=13$ В;
- B) $\varphi_1=20$ В;
- C) $\varphi_1=16$ В;
- D) $\varphi_1=10$ В;
- E) $\varphi_1=26$ В.

13.11 Амперметр көрсеткішін анықтаңыз, егер $E=120$ В, $r_1=8$ Ом, $r_2=6$ Ом, $r_3=3$ Ом



- A) $I=12$ А;
- B) $I=8$ А;
- C) $I=5$ А;
- D) $I=4$ А;
- E) $I=2$ А.

13.12 Амперметр көрсеткішін анықтаңыз, егер $E_1=105$ В, $r_1=5$ Ом, $r_2=r_5=r_6=20$ Ом, $r_3=4$ Ом, $r_4=6$ Ом.

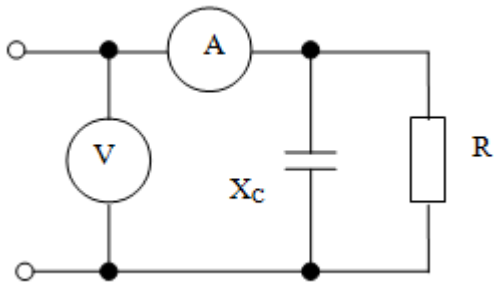


- A) $I=4$ А;
- B) $I=1.5$ А;
- C) $I=7$ А;
- D) $I=5$ А;
- E) $I=3$ А

13.13 Айнымалы ток тұтынушысы үшін: $\underline{I} = e^{j135^\circ}$ А, $\underline{U} = 100e^{j75^\circ}$ В. $\sim S$ кешенді қуатын, белсенді P және реактивті Q қуатын анықтаңыз.

- A) 100ВА, 100 Вт, - 100 вар;
- B) $100e^{j60^\circ}$ ВА, 50 Вт, 87 вар;
- C) 0 ВА, 0 Вт, -87 вар;
- D) $100e^{-j60^\circ}$ ВА, 50 Вт, -87 вар;
- E) $100e^{j210^\circ}$ ВА, 87 Вт, -50 вар.

13.14 Егер вольтметр көрсеткіші 140 В болса, амперметр көрсеткішін анықтаңыз, $R=X_C=140$ Ом.



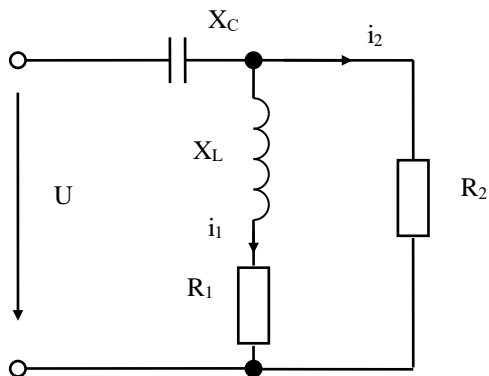
- A) $I=2\sqrt{2}$ А,
- B) $I=0.7$ А,
- C) $I=0,5$ А,
- D) $I=2$ А;
- E) $I=\sqrt{2}$ А.

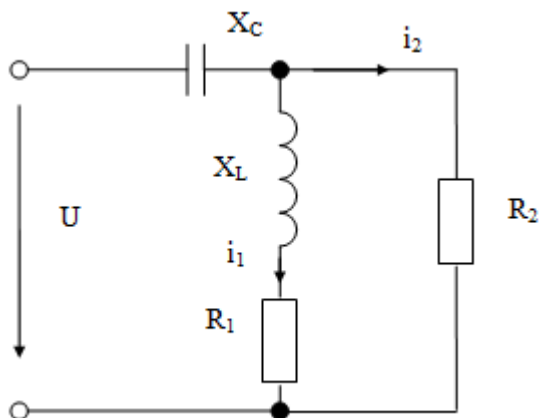
13.15 Тізбектің күрделі кедергісінің формуласын көрсетіңіз:



- A) $\underline{Z}=r+jX_L-jX_C$,
- B) $\underline{Z}=r-jX_L+jX_C$,
- C) $\underline{Z}=r+X_L+X_C$,
- D) $\underline{Z}=r-jX_L-jX_C$,
- E) $\underline{Z}=jr+jX_L+jX_C$.

13.16 Тізбектің белсенді қуатын анықтаңыз, егер $I_1=4$ А; $I_2=4\sqrt{2}$ А;





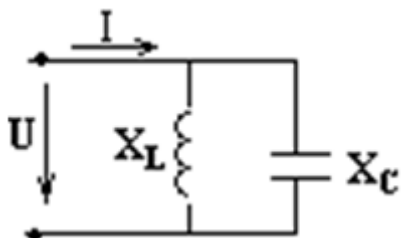
$$R_1 = 1 \text{ Ом. } X_L = 5 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 2 \text{ Ом. } X_C = 1 \text{ Ом.}$$

A) 80 Вт, B) 16 Вт, C) 32 Вт,

D) 48 Вт, E) 64 Вт.

13.17 I токтың лездік мәнін табыңыз, егер $u = 141 \sin \omega t$, $X_L = X_C = 10$ Ом.



A) $i = 20 \sin \omega t$,

B) $i = 0$,

C) $i = 10\sqrt{2} \sin \omega t$,

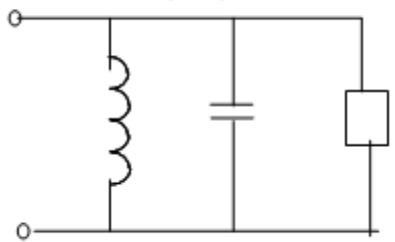
D) $i = 20 \sin(\omega t - 90^\circ)$,

E) $i = 20 \sin(\omega t + 90^\circ)$.

13.18 Кернеу резонансының схемасы мен шартын көрсетіңіз:



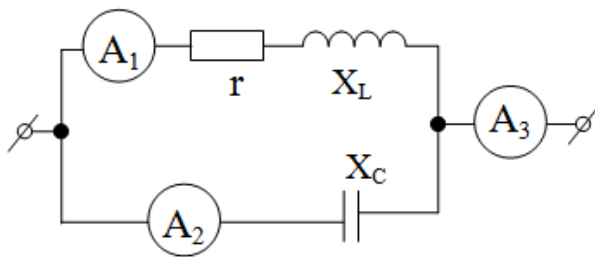
1 сурет



2 сурет

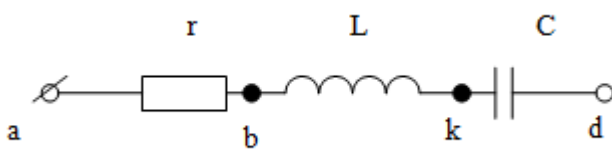
- A) 1 сурет $X_L = X_C$,
- B) 2 сурет $X_L = r$,
- C) 2 сурет $b_L = b_C$,
- D) 1 сурет $b_L = b_C$,
- E) 2 сурет $X_L = X_C$

13.19 Егер тізбекте токтардың резонансы болса, үшінші амперметрдің көрсеткішін табыңыз, бірінші амперметрдің көрсеткіші 10 А, екіншісі-8А.



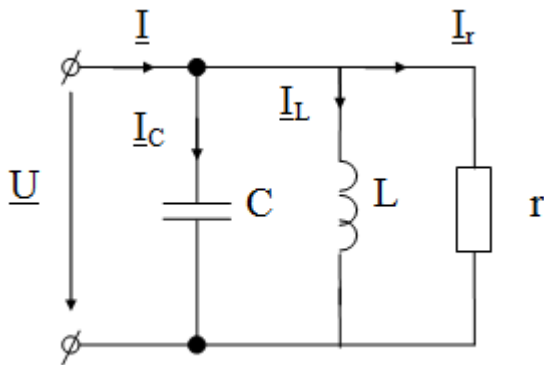
- A) $I_3 = 3$ А,
- B) $I_3 = 2$ А,
- C) $I_3 = 10$ А,
- D) $I_3 = 18$ А,
- E) $I_3 = 6$ А.

13.20 Егер тізбекте кернеу резонансы болса, U_{ab} кернеуін анықтаңыз, $U_{ak} = 20$ В, $U_{kd} = 12$ В.



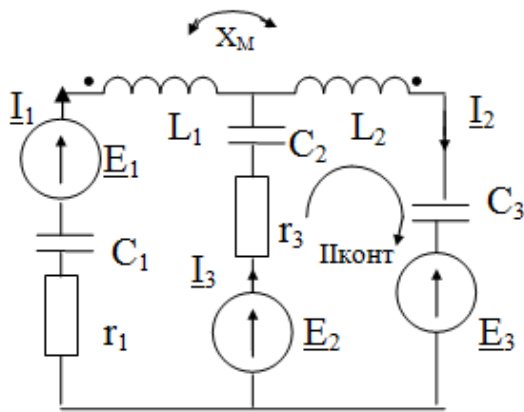
- A) $U_{ad} = 20$ В,
- B) $U_{ad} = 12$ В,
- C) $U_{ad} = 8$ В,
- D) $U_{ad} = 16$ В,
- E) $U_{ad} = 32$ В.

13.21 Токты анықтаңыз I , егер $I_c = 2$ А, $r = 2$ Ом, $X_C = X_L = 5$ Ом.



- A) $I = 5$ А;
- B) $I = 6$ А;
- C) $I = 2$ А;
- D) $I = 3$ А;
- E) $I = 1.5$ А.

13.22 Өзара индукцияны ескере отырып, 2 тізбек үшін Кирхгофтың 2 Заңы бойынша теңдеуді табыңыз.



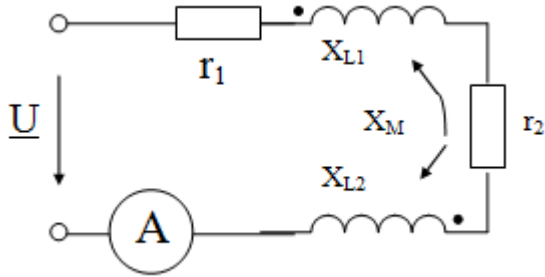
- A) $j(X_{L2} + X_{C3}) I_2 + (r_3 + jX_{C3}) I_3 = \underline{E}_2 - \underline{E}_3$;
- B) $j(X_{L2} - X_{C3}) I_2 + (r_3 - jX_{C2}) I_3 - jX_M I_1 = \underline{E}_2 - \underline{E}_3$;
- C) $j(X_{L2} - X_{C3}) I_2 - (r_3 - jX_{C2}) I_3 + jX_M I_2 = \underline{E}_2 - \underline{E}_3$;
- D) $2 jX_M I_1 + (jX_{L2} + jX_{C3}) I_2 = \underline{E}_2 - \underline{E}_3$;
- E) $j(X_{L2} - X_{C3}) I_2 + (r_3 - jX_{C3}) I_3 + jX_M I_1 = \underline{E}_2 - \underline{E}_3$.

13.23 Екі индуктивті байланысқан идеалды индуктивтіліктің кедергісі $X_{L1} = 25$ Ом, $X_{L2} = 16$ Ом; олардың арасындағы байланыс коэффициенті $K = 0,8$.

Катушкалар қарама-қарсы қосылған кезде тізбекті тізбектің толық кедергісін табыңыз.

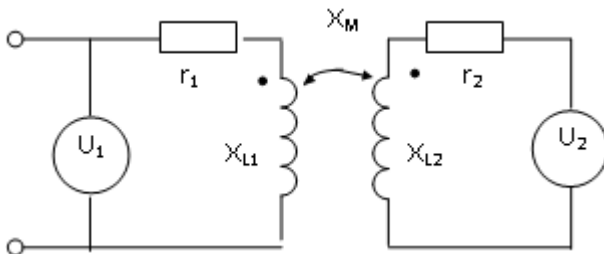
- A) 9 Ом;
- B) 73 Ом;
- C) 49 Ом;
- D) 32 Ом;
- E) 25 Ом.

13.24 Амперметр көрсеткішін анықтаңыз, егер: $\underline{U} = 72 \text{ В}$, $r_1=r_2=3 \text{ Ом}$, $X_{L1}=10 \text{ Ом}$; $X_{L2}=3 \text{ Ом}$; $X_M=2 \text{ Ом}$.



- A) $I=1 \text{ А}$;
- B) $I=5 \text{ А}$;
- C) $I=2 \text{ А}$;
- D) $I=4 \text{ А}$;
- E) $I=1.6 \text{ А}$;

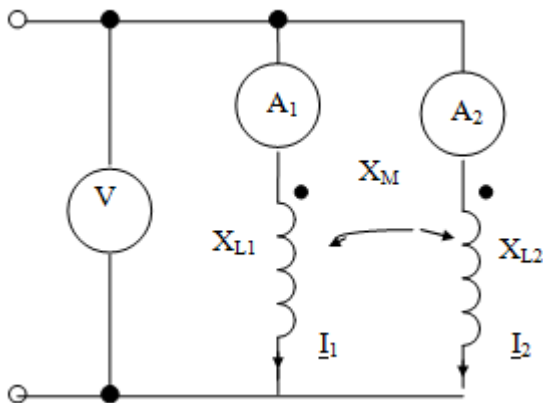
13.25 Вольтметр көрсеткішін анықтаңыз V_2 , егер $U_V=U_1=10 \text{ В}$, $r_1=r_2=3 \text{ Ом}$, $X_{L1}=4 \text{ Ом}$, $X_M=2 \text{ Ом}$.



- A) 4 В ,
- B) 10 В ,
- C) 5 В ,
- D) 20 В ,
- E) 2 В .

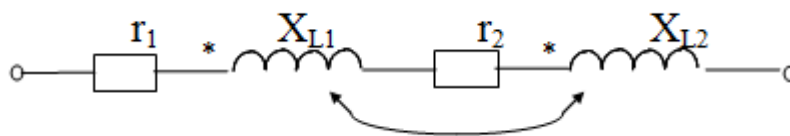
13.26 Егер Амперметрлердің көрсеткіштері болса, вольтметрдің көрсеткішін анықтаңыз:

Біріншісі - 10 А , Екіншісі - 4 А , $X_{L1}=15 \text{ Ом}$, $X_M= 5 \text{ Ом}$.



- A) $U=120 \text{ В}$;
- B) $U=180 \text{ В}$;
- C) $U=60 \text{ В}$;
- D) $U=170 \text{ В}$;
- E) $U= 240 \text{ В}$.

13.27 Өзара индукцияны ескере отырып, тізбектің комплекстік кедергісінің формуласын көрсетіңіз:



- A) $z = \sqrt{(r_1 + r_2)^2 + (X_{L1} + X_{L2} + 2X_M)^2}$;
 B) $z = r_1 + r_2 + jX_{L1} + jX_{L2} - 2jX_M$;
 C) $z = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 + (X_{L1} + X_{L2} + 2X_M)^2}$;
 D) $z = r_1 + r_2 + jX_{L1} + jX_{L2} + j2X_M$;
 E) $z = \sqrt{(r_1 + r_2)^2 + (X_{L1} + X_{L2} - 2X_M)^2}$.

13.28 "Үшбұрыш" қосылған кезде асимметриялық үш фазалы тізбектегі комплексті сызықтық токтар қалай есептеледі?

- A) $\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}$; $\underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB}$; $\underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC}$;
 B) $\underline{I}_A = \underline{I}_B = \underline{I}_C = \sqrt{3}I_\phi$;
 C) $\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} + \underline{I}_{CA}$; $\underline{I}_B = \underline{I}_{BC} + \underline{I}_{AB}$; $\underline{I}_C = \underline{I}_{CA} + \underline{I}_{BC}$;
 D) $\underline{I}_A = \sqrt{3}I_{AB}$; $\underline{I}_B = \sqrt{3}I_{BC}$; $\underline{I}_C = \sqrt{3}I_{CA}$;
 E) $\underline{I}_A = I_{AB}/3$; $\underline{I}_B = I_{BC}/3$; $\underline{I}_C = I_{CA}/3$.

13.29 Жұлдыз қосылған кезде симметриялы үш фазалы тізбекті сипаттайтын формулаларды табыңыз (фазалардың кері тізбегінің үш фазалы шамаларының симметриялы жүйесі).

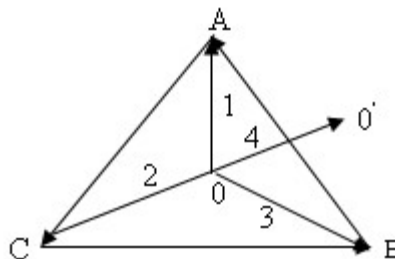
- A) $U_\phi = \sqrt{3}U_L$; $U_L = U_\phi$; $U_{AB} = \sqrt{3}U_A \angle -30^\circ$; $U_{BC} = \sqrt{3}U_B \angle -30^\circ$;
 B) $U_{AB} = \sqrt{3}U_A \angle -30^\circ$; $U_{BC} = \sqrt{3}U_B \angle -30^\circ$; $U_{CA} = \sqrt{3}U_C \angle -30^\circ$; $I_L = I_\phi$; $U_L = \sqrt{3}U_\phi$
 C) $U_{AB} = \sqrt{3}U_A \angle -30^\circ$; $U_{BC} = \sqrt{3}U_B \angle -30^\circ$; $U_{CA} = \sqrt{3}U_C \angle -30^\circ$; $I_L = \sqrt{3}I_\phi$; $U_L = U_\phi$
 D)

$$\underline{U}_{AB} = \sqrt{3} \underline{U}_A \angle -30^\circ; \underline{U}_{BC} = \sqrt{3} \underline{U}_B \angle -30^\circ; \underline{U}_{CA} = \sqrt{3} \underline{U}_C \angle -30^\circ; I_L = I_\phi; U_L = U_\phi$$

Е)

$$\underline{U}_{BA} = \sqrt{3} \underline{U}_A \angle -30^\circ; \underline{U}_{CB} = \sqrt{3} \underline{U}_B \angle -30^\circ; \underline{U}_{AC} = \sqrt{3} \underline{U}_C \angle -30^\circ; I_L = I_\phi; U_L = \sqrt{3} U_\phi$$

13.30 Қандай үш фазалы тізбекте және қандай жағдайда бейтараптық орын ауыстырады? Бейтарап орын ауыстыру векторының нөмірін көрсетіңіз.



А) Қосылатын асимметриялық үш фазалы тізбек жұлдыз нөлдік сыммен ($Z_N = 0$); 4

В) Қосылатын асимметриялық үш фазалы тізбек жұлдыз нөлдік сыммен ($Z_N \neq 0$); 4

С) Қосылатын асимметриялық үш фазалы тізбек жұлдыз нөлдік сыммен ($Z_N = 0$); 2

Д) Қосылатын асимметриялық үш фазалы тізбек жұлдыз нөлдік сыммен ($Z_N \neq 0$); 2

Е) Қосылатын асимметриялық үш фазалы тізбек жұлдыз нөлдік сыммен; 1

13.31 Жұлдызға қосылған симметриялы үш фазалы қабылдағыш 380 В желілік кернеуі бар үш фазалы желіге қосылған. Қабылдағыш фазасының кедергісі 11 Ом болса, желі тоғын анықтаңыз.

- А) 20 А;
- В) 60 А;
- С) 11,56 А.;
- Д) 12,7 А.
- Е) 34,6 А.

13.32. Үшбұрышқа қосылған симметриялы үш фазалы қабылдағыш сызықтық кернеуі U бар үш фазалы желіден қоректенеді.

Қабылдағыш фазасының кедергісі z болса желілік токты анықтаңыз.

- A) $I = U / \sqrt{3}z$;
- B) $I = \sqrt{3}U / z$;
- C) $I = U / z$;
- D) $I = 3U / z$;
- E) $I = U / 3z$.

13.33 Нөлдік сымсыз асимметриялық үш фазалы тізбектегі "В" фазалық токты есептеу формулаларын көрсетіңіз:

A)
$$\underline{U}_{0'0} = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_A + \underline{U}_B \underline{Y}_B + \underline{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}; \quad \underline{I}_B = \underline{Y}_B (\underline{U}_B - \underline{U}_{0'0});$$

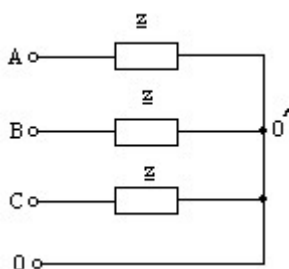
B)
$$\underline{U}_{0'0} = \frac{\underline{U}_A + \underline{U}_B + \underline{U}_C}{\underline{z}_A + \underline{z}_B + \underline{z}_C}; \quad \underline{I}_B = \frac{(\underline{U}_B - \underline{U}_{0'0})}{\underline{z}_B};$$

C)
$$\underline{U}_{0'0} = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_A + \underline{U}_B \underline{Y}_B + \underline{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}; \quad \underline{I}_B = \underline{Y}_B \underline{U}_B;$$

D)
$$\underline{I}_B = \frac{\underline{U}'_B}{\underline{z}_B}; \quad \underline{U}'_B = \underline{U}_B - \underline{U}_A;$$

E)
$$\underline{U}_{0'0} = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_A - \underline{U}_B \underline{Y}_B - \underline{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}; \quad \underline{I}_B = \underline{Y}_B (\underline{U}_B - \underline{U}_{0'0}).$$

13.34 Егер жүктеме асимметриялы болса , есептеу формуласын көрсетіңіз.



A)
$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_A + \underline{Z}_B}$$

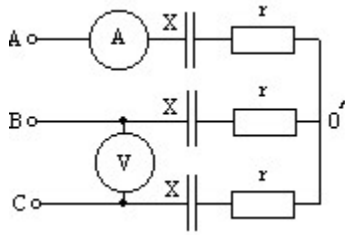
B)
$$\underline{I}_A = (\underline{U}_A - \underline{U}_B) \cdot \underline{Y}_A;$$

C)
$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_A};$$

D)
$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_A};$$

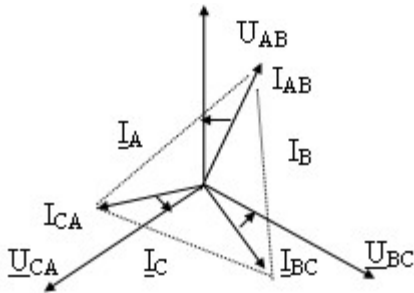
E)
$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_A - \underline{U}_{0'0}}{\underline{Z}_A}.$$

13.35 Вольтметр көрсеткішін табыңыз, егер $I_A = 10A$; $r = 3\Omega$; $X = 4\Omega$.



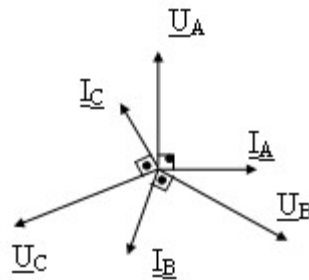
- A) $U = 70B$;
- B) $U = 50\sqrt{2} B$;
- C) $U = 50B$;
- D) $U = \sqrt{3} \cdot 50 B$;
- E) $U = 50/\sqrt{3} B$.

13.36 Токтардың векторлық диаграммасынан дұрыс жауапты анықтаңыз.

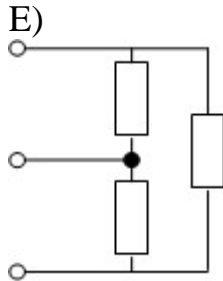
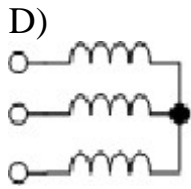


- A) $z_{AB} = z_{BC} = z_{CA} = R - jX_C$;
- B) $z_{AB} = z_{BC} = z_{CA} = -jX_C$;
- C) $z_{AB} = z_{BC} = z_{CA} = R$;
- D) $z_{AB} = z_{BC} = z_{CA} = R + jX_L$;
- E) $z_{AB} = z_{BC} = z_{CA} = jX_L$.

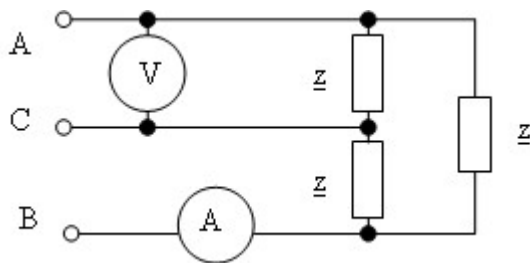
13.37 Векторлық диаграмма қандай схемаға сәйкес келеді?



- A)
- B)
- C)

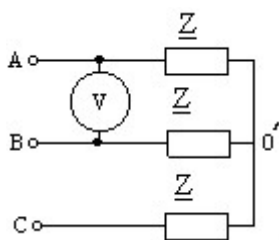


13.38 Амперметр көрсеткіші болса, вольтметр көрсеткішін анықтаңыз $I_A = 1,73 \text{ A}$, $z = 20 \text{ Ом}$



- A) $U_V = 20 \text{ B}$;
- B) $U_V = 20/\sqrt{3} \text{ B}$;
- C) $U_V = 34,6 \text{ B}$;
- D) $U_V = 10 \text{ B}$;
- E) $U_V = 20\sqrt{3} \text{ B}$;

13.39 **СЫЗЫҚТЫҚ** **ТОКТЫ** анықтаңыз, егер $U_V = 380 \text{ B}$, $Z_A = Z_B = Z_C = 22 \text{ Ом}$



- A) $I = 10 \text{ A}$;
- B) $I = 17,3 \text{ A}$;
- C) $I = 11 \text{ A}$;
- D) $I = 5 \text{ A}$;
- E) $I = 22 \text{ A}$.

13.40 Мерзімді синусоидалы емес кернеулер мен токтары бар үш фазалы тізбектердегі сызықтық кернеулер мыналарды камтиды:

- A) тек үш гармониканың еселігі;
- B) түзу, кері және нөлдік фазалар тізбегі жүйелерінің гармоникалық компоненттері;
- C) фазалардың түзу және кері тізбегі жүйелерін құрайтын гармоника;
- D) тек фазалардың гармоникалық тікелей тізбегінің жүйелері;

Е) кері және нөлдік фазалар тізбегі жүйелерінің гармоникалық компоненттері.

13.41 Үш фазалы тізбектерде үш еселенген гармоникалық токтар бар:

- А) бейтарап сымсыз;
- В) бейтарап сыммен;
- С) бейтарап сым үзілген кезде;
- Д) үш сымды желіде;
- Е) шексіздікке тең нөлдік сымның кедергісі.

13.42 Синусоидалы емес көздері бар үш фазалы тізбектердегі сызықтық токтар барлық үш тізбектің (түзу, кері және нөлдік) жүйелерінің гармоникалық компоненттерін қамтиды:

- А) бейтарап (нөлдік) сымның болуы;
- В) бейтарап (нөлдік) сым жоқ;
- С) бейтарап (нөлдік) сымның болуы, оның кедергісі фазалық кедергілермен салыстырғанда шексіз үлкен;
- Д) бейтарап (нөлдік) сымның үзілуі;
- Е) үш сымды желінің болуы.

13.43 Синусоидалы емес көздері бар бейтарап сымы жоқ үш фазалы тізбекте (үш сымды сызық) сызықтық токтар жүйені құрайтын гармониканы қамтиды:

- А) түзу, кері және нөлдік фазалар тізбегі;
- В) фазалардың кері және нөлдік реттілігі;
- С) түзу және нөлдік фазалар тізбегі;
- Д) нөлдік фазалар тізбегі;
- Е) фазалардың түзу және кері тізбегі.

13.44 Мерзімді синусоидалы емес токтары бар тізбектердегі қуаттарды есептеу формулаларын көрсетіңіз:

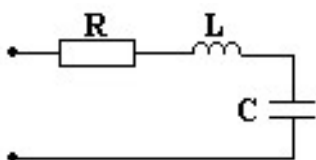
- А) $P = U_0 I_0 + \sum U_K I_K \sin \varphi_k$; $Q = \sum U_K I_K \cos \varphi_k$; $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$;
- В) $P = U_0 I_0 + \sum U_K I_K \cos \varphi_k$; $Q = U_0 I_0 + \sum U_K I_K \sin \varphi_k$; $S = UI$;
- С) $P = \sum U_K I_K \cos \varphi_k$; $Q = U_0 I_0 + \sum U_K I_K \sin \varphi_k$; $S = UI$;
- Д) $P = U_0 I_0 + \sum U_K I_K \cos \varphi_k$; $Q = \sum U_K I_K \sin \varphi_k$; $S = UI$;
- Е) $P = \sum U_K I_K \sin \varphi_k$; $Q = U_0 I_0 + \sum U_K I_K \cos \varphi_k$; $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

13.45 Синусоидалы емес периодтық токтың нақты мәні формула

бойынша есептеледі:

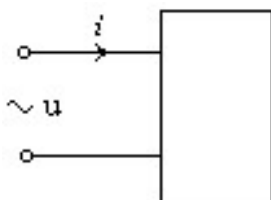
- A) $I = I_M / \sqrt{2}$;
- B) $I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots}$;
- C) $I = I_M \cdot \sqrt{2}$;
- D) $I = I_0 + I_1 + I_2 + I_3 + \dots$;
- E) $I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + I_4^2 + \dots}$.

13.46 Үшінші гармоникада комплексті қарсылықты $Z^{(3)}$ табыңыз, егер $R = 5 \text{ Ом}$, $X_L^{(1)} = 5 \text{ Ом}$, $X_C^{(2)} = 7,5 \text{ Ом}$.



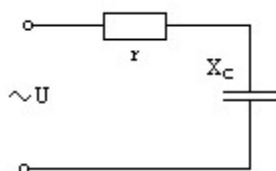
- A) $(5-j5) \text{ Ом}$,
- B) $(5+j5) \text{ Ом}$,
- C) $(5-j10) \text{ Ом}$,
- D) $(5+j10) \text{ Ом}$,
- E) $(5-j2,5) \text{ Ом}$.

13.47 Кернеу екіполүсті желіге беріледі $u = 100 + 150 \sin(100t + 45^\circ)$ i = 5 A, . Белсенді қуатты анықтаңыз P



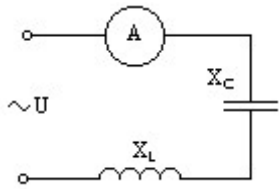
- A) $P=500 \text{ Вт}$;
- B) $P=375 \text{ Вт}$;
- C) $P=0$;
- D) $P=1250 \text{ Вт}$;
- E) $P=750 \text{ Вт}$.

13.48 Тізбектің белсенді қуатын табыңыз, егер $u = 100\sqrt{2} \sin \omega t + 20\sqrt{2} \sin 3\omega t \text{ В}$, $r = 10 \text{ Ом}$, $X_C = 30 \text{ Ом}$,



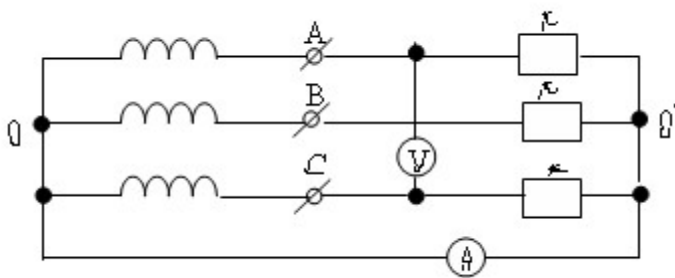
- A) $P=140 \text{ Вт}$;
- B) $P=802 \text{ Вт}$;
- C) $P=100 \text{ Вт}$;
- D) $P=120 \text{ Вт}$;
- E) $P=150 \text{ Вт}$.

13.49. Электродинамикалық жүйенің амперметрiнiң көрсеткiшiн анықтаңыз, егер $u = 100\sqrt{2} \sin \omega t - 100\sqrt{2} \sin(3\omega t + 60^\circ) \text{ В}$, $X_L = 10 \text{ Ом}$, $X_C = 30 \text{ Ом}$,



- A) $I = 5\sqrt{2}$ A;
- B) $I = 8$ A;
- C) $I = 5$ A;
- D) $I = 10$ A;
- E) $I = 10\sqrt{2}$ A.

13.50. Құрылғылардың көрсеткіштерін табыңыз, егер $u_a = 100 \sin \omega t + 70 \sin(3\omega t + 30^\circ) + 50 \sin(5\omega t + 45^\circ)$ В, $r = 100$ Ом



- A) 6,6A; 220В;
- B) 2,2A; $\sqrt{3}$ 150В;
- C) 2,2A; 220В;
- D) 0,49A; 79В;
- E) 1,49A 137В.

13.2 Тест тапсырмаларының дұрыс жауаптары кестесі

Сұрақ №	Дұрыс жауап	Сұрақ №	Дұрыс жауап
13.1	A	13.26	D
13.2	B	13.27	D
13.3	C	13.28	A
13.4	D	13.29	B
13.5	C	13.30	B
13.6	C	13.31	A
13.7	A	13.32	B
13.8	D	13.33	A
13.9	D	13.34	D
13.10	E	13.35	D
13.11	D	13.36	D
13.12	C	13.37	D
13.13	D	13.38	A
13.14	E	13.39	A
13.15	A	13.40	C
13.16	A	13.41	B
13.17	B	13.42	A
13.18	A	13.43	E
13.19	E	13.44	D
13.20	D	13.45	B
13.21	A	13.46	D
13.22	B	13.47	A
13.23	A	13.48	D
13.24	D	13.49	A
13.25	A	13.50	E

Әдебиет

- 1 Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. – М. : Высш. школа, 1986. – 487 с.
- 2 Евдокимов Ф. Е. Общая электротехника: учебник для электротехнических вузов. – М., 1996. – 356 с.
- 3 Зевеке Г .В. и др. Основы теории цепей. – М. : Энергия, 1989. – 552 с.
- 4 Лосев А. К. Теория линейных цепей. – М. : Энергоиздат, 1987. – 284 с.
- 5 Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. В2т. Т.2, Теория электромагнитного поля : учебник для ВУЗов . – Л.: Энергоиздат, 1981. – С.232 – 237; С. 251 – 254.
- 6 Прянишников В.А. и др. Электротехника и теоретические основы электротехники в примерах и задачах. – СПб. : КОРОНА принт, 2001. – 334 с.
- 7 Репьев Ю.Г. и др. Теоретические основы электротехники. Теория цепей: учебное пособие для самостоятельного изучения. – Краснодар : Принт, 1999. – 299 с.
- 8 Теоретические основы электротехники. В 2т. Т.2, Теория электромагнитного поля: учебник для ВУЗов. Атабеков Р.И., Купальян С.Д., Тимофеев А.Б., Хухриков С.С. /под ред. Г.И.Атабекова. – М. : Энергия, 1979. – С. 224 – 225; С. 243– 247.
- 9 Теоретические основы электротехники. Т. 1,2,3 / Под ред. К.М.Поливанова. – М. : Энергия, 1972. – 355 с.
- 10 Шебес Ш.Р., Каблукова М.В. Задачник по теории линейных электрических цепей. – М. : Высш. Школа, 1990. – 543 с.

Мазмұны

	Кіріспе	3
I	Теориялық бөлім. Электр тізбектерінің теориясы	4
1	Тұрақты тоқтың сызықты электр тізбектерінің негізгі заңдары және есептеу әдістері	4
1.1	Негізгі анықтамалары мен түсініктемелері	4
1.2	Ом, Кирхгоф заңдары	9
1.3	Сызықты электр сұлбаларын түрлендіру	14
1.4	Контурлық токтар әдісі	19
1.5	Екі түйін және түйіндік потенциалдар (кернеулер) әдістері	21
1.6	Екісымды тасымалдау желілері бойынша энергияны беру	24
1.7	Беттесу (суперпозиция) принципі және әдісі	26
2	Бірфазалық синусоидалы тоқтың сызықты электр тізбектері	29
2.1	Синусоидалы электрлік шамалар	29
2.2	Синусоидалы ЭҚК өндіру	31
2.3	Функцияның орташа және әсерлік мәндері	32
2.4	Активті кедергідегі синусоидалы токта	35
2.5	Индуктивтілікте синусоидалы ток	38
2.6	Сыйымдылықтағы синусоидалы тоғы	41
2.7	r , L , C элементтерінің тізбектей жалғануы	45
2.8	r , L , C элементтерінің параллельді жалғануы	50
2.9	Синусоидалы ток тізбегіндегі қуаты	54
3	Комплекстік сандар мен векторлық диаграммаларды электрлік тізбектерді есептеуде қолдану	59
3.1	Синусоидалы функцияларды айналатын векторлардың проекциясы түрінде келтіру	59
3.2	Комплекстік түрдегі Ом және Кирхгоф заңдары	64
3.3	Тізбек бөлігінің кедергілері мен өткізгіштіктері арасындағы тәуелділік	74
3.4	Қуаттың комплекстік түрде жазылуы	75
3.5	Активті қуаттың максимумын қорек көзінен қабылдағышқа беру шарттары	78
3.6	Қуаттар тепе-теңдігі	80
4	Күрделі электрлік тізбектерді есептеу әдістері	82
4.1	Контурлық токтар әдісі	82
4.2	Түйіндік кернеулер әдісі	83
5	Тізбек элементтері бірізді және параллель қосылған	

	кездегі резонанс	85
5.1	Кернеулер резонансы	85
5.2	Токтар резонансы	89
5.3	Фазалар ығысу компенсациясы	91
6	Индуктивті байланысқан тізбектер	93
6.1	Негізгі анықтамалар мен түсініктемелер	93
6.2	Индуктивті байланысқан орауыштардың полярлығы	94
6.3	Өзара индукциясы бар тізбекті комплекстік түрде есептеу	100
6.4	Магнитөзекшесі жоқ трансформатордың (ауалы трансформатор) алмастыру сұлбасы мен теңдеулері	103
7	Үшфазалық тоқ тізбектері	105
7.1	Үшфазалық электр тізбектері	105
7.2	Жұлдыз және үшбұрыш қосылыс	107
7.3	Үшфазалық тізбектің симметриялы жұмыс режимі	110
7.4	Үшфазалық тізбектің симметриялы емес жұмыс режимі	115
7.5	Симметриялы емес үшфазалық тізбектің қуаты	121
7.6	Симметриялы құраушылар әдісі	123
7.7	Көлденең симметриялы еместік	126
7.8	Бойлық симметриялы еместік	132
8	Мерзімді синусоидалы емес тоқ тізбектері	134
8.1	Фурье қатарының тригонометриялық түрі	134
8.2	Симметрия жағдайлары	140
8.3	Санамалау басын көшіру	143
8.4	Фурье қатарының кешенді түрі	144
8.5	Фурье қатарын мерзімді синусоидалы емес үрдісін есептеуге қолдану	146
8.6	Мерзімді синусоидалы емес функцияның әсерлік және орташа мәндері	150
8.7	Мерзімді синусоидалы емес тоқ тізбегіндегі қуат	152
8.8	Мерзімді синусоидалы емес функцияны сипаттайтын коэффициенттер	153
8.9	Үшфазалық электр тізбектеріндегі жоғарғы гармоникалар	155
II	II бөлімі. Есептеу бөлімі	158
9.1	Ом және Кирхгоф заңдары	158
9.2	Элементтердің тізбектеліп, параллель және аралас қосылуы	163
9.3	Контурлық ток әдісі (КТӨ)	170
9.4	Түйіндік потенциалдар әдісі (ТПӨ)	173

10	Бірфазалы синусоидалы токтың сызықтық электр тізбектері	179
10.1	Негізгі түсініктер	179
10.2	Тізбекті кешенді есептеу	181
10.3	Параллельді тізбекте кешенді түрін есептеу	186
10.4	Аралас тізбекті кешенді есептеу	188
10.5	Кешендік түрдегі контурлы токтар әдісі	192
10.6	Бір фазалы синусоидалы ток тізбегінің қуаты	194
10.7	Өзара индукция болған кездегі тізбектер	199
10.8	Резонанс режимдері	203
11	Үш фазалы синусоидалы токтың сызықтық электр тізбектері	206
11.1	Жұлдызша қосылған кезде симметриялы үш фазалы тізбек	206
11.2	Жұлдызша қосылған кезде симметриялық емес үш фазалы тізбек	208
11.3	Үшбұрышты қосу кезіндегі симметриялы үш фазалы тізбек	212
12	Синусоидалды емес периодты көздер үшін сызықтық электр тізбектері	218
12.1	Синусоидалды емес периодты көздер үшін бір фазалы тізбек	218
12.2	Синусоидалды емес периодты көздер үшін үш фазалы тізбек	227
III	Тесттік бөлім	231
13.1	Білімді тексеруге арналған тесттік тапсырмалар	231
13.2	Тест тапсырмаларының дұрыс жауаптары кестесі	249
	Әдебиет	250